



Modèles photométriques multi-échelles des surfaces planétaires: Applications au Satellite Encelade et aux anneaux de Saturne

Kevin Degiorgio

► To cite this version:

Kevin Degiorgio. Modèles photométriques multi-échelles des surfaces planétaires: Applications au Satellite Encelade et aux anneaux de Saturne. Planétologie et astrophysique de la terre [astro-ph.EP]. Université Paris-Diderot (Paris 7), 2013. Français. NNT: . tel-01289309

HAL Id: tel-01289309

<https://theses.hal.science/tel-01289309>

Submitted on 25 Mar 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ PARIS DIDEROT (Paris 7)

**ÉCOLE DOCTORALE
"ASTRONOMIE ET ASTROPHYSIQUE
D'ÎLE-DE-FRANCE"**

DOCTORAT

Astronomie et Astrophysique

Kévin DEGIORGIO

**MODÈLES PHOTOMÉTRIQUES MULTI-ÉCHELLES DES
SURFACES PLANÉTAIRES:
APPLICATIONS AU SATELLITE ENCELADE ET AUX ANNEAUX
DE SATURNE**

**Thèse dirigée par le Pr. Cécile FERRARI
& le Dr. Sébastien RODRIGUEZ**

Soutenue le 30 Septembre 2013

JURY

Pr. S. Jacquemoud,	Président
Pr. J. E. Colwell,	Rapporteur
Dr. S. Douté,	Rapporteur
Pr. O. Grasset,	Examineur
Pr. C. Ferrari,	Directeur de thèse
Dr. S. Rodriguez,	Directeur de thèse
Dr. F. Poulet,	Invité

*La science est une chose merveilleuse... tant qu'il ne faut
pas en vivre!*
Albert Einstein

La violence est le dernier refuge de l'incompétence.
Isaac Asimov, Fondation

Remerciements

La clôture de ce manuscrit marque un réel tournant dans ma vie. Après à peu près 24 années d'études (en comptant la maternelle !) afin de devenir astrophysicien et ainsi confirmer ce que j'ai toujours répondu à la question "Tu voudras faire quoi quand tu seras grand ? ", je m'oriente désormais vers une autre voie. C'est un réel choix, sans regret ni aigreur envers le milieu de la recherche de ma part. En tant que physicien, je reste convaincu que la meilleur approche est l'expérimentation et non le dogme ou la théorie spéculative, et j'ai appliqué cette méthodologie à mon choix de carrière. La thèse reste le seul et unique moyen de connaître le milieu de la recherche et le travail de chercheur dans son ensemble et c'est pourquoi je suis extrêmement heureux d'avoir été jusqu'au bout de la concrétisation de ces années d'efforts, de travail mais aussi de joies et de rencontres.

En effet, bien que la majeure partie de mon temps ait été consacrée à écrire quelques dizaines de milliers de lignes de code et à lire une grande proportion des travaux des quarante dernières années sur le système de Saturne, j'ai aussi eu le privilège de rencontrer de nombreuses personnes qui, à des degrés divers, m'ont marqué et ont contribué à façonner la personne et le scientifique que je suis désormais. Elles ont permis de rendre supportable les moments difficiles (extrêmement minoritaires heureusement) mais surtout de rendre chaque jour intéressant et inoubliable. C'est pourquoi il me paraît plus qu'essentiel de les remercier dans ces quelques pages qui mériteraient d'être bien plus étoffées.

Tout d'abord, bien que leur contribution soit récente mais néanmoins primordiale, je tiens à remercier les membres de mon jury, Stéphane Jacquemoud, Olivier Grasset, François Poulet avec une attention particulière aux deux rapporteurs Josh Colwell et Sylvain Douté pour la pertinence de leurs remarques et de leurs commentaires sur l'ensemble de mon travail. Je suis heureux que ces personnes, expertes dans les différents sous-sujets de ma thèse s'accordent à penser que je mérite ce titre. J'ai essayé autant que faire se peut de rendre ce manuscrit digeste, pédagogique mais néanmoins précis afin de satisfaire les différents types de lecteurs, du doctorant au professeur.

Ensuite, je crois qu'un immense merci est amplement mérité par Cécile Ferrari et Sébastien Rodriguez. Mes parents de recherche pourrais-je dire, ont toujours été présents, m'ont toujours soutenus et guidés tout en me laissant une grande part d'autonomie et de liberté. Ils ont accepté et poussé mon rôle de représentant doctorant au sein de l'école doctorale ce qui, je crois, m'a permis d'avoir une vision objective et réaliste de l'environnement de recherche et sur la réalité du métier qui ne se résume, loin s'en faut, qu'au seul travail de recherche. Je garderai contact avec vous et, si l'avenir le permet, passerai dans les locaux de temps en temps pour voir

l'évolution de nos connaissances de ce système Saturnien qui nous aura tous marqué. Les autres chercheurs permanents de l'équipe LADP ont eux aussi pris une place importante durant ces trois années. André Brahic et ses discussions, aussi bien scientifiques que personnelles qui m'ont fait connaître un nombre d'anecdotes astronomiques que je lui propose fortement de compiler dans un prochain livre; Eric Pantin à qui je dois la découverte des algorithmes génétiques qui ont largement permis de solutionner les problèmes d'ajustements encore présents au début de l'année pour mon travail sur les anneaux de Saturne; Sébastien Charnoz qui a fortement contribué à m'intégrer à la communauté des satellites de glace et qui, malgré la quantité foisonnante de propositions à la minute qu'il est capable de donner, a toujours pris le temps de discuter et de donner son avis sur mon travail.

Mais que serai l'équipe LADP sans les non-permanents ?? Lorsque je suis arrivé en stage en 2010, seul Julien Salmon, finissant sa thèse était présent en tant que non-permanent. Depuis, l'équipe s'est étoffée et j'ai eu la joie de travailler en étroite collaboration avec Erwan Reffet, futur docteur en capoeira, clown et grimpeur à ses heures perdues mais surtout grand (très grand même) scientifique qui aurait amplement mérité un poste voir même deux ou trois aux vues des nombreuses thématiques abordées. Pour ma part, je te donne un poste d'ami sans aucune réserve! Mais il n'est pas le seul, Kévin Baillé fan de Kaamelott et maître barbare testant mon instinct de survie comme il aime si bien le dire; Antoine Lucas ou stereoman pour moi, que j'aurais aimé avoir le temps de mieux connaître personnellement; Thomas Appéré, le martien à qui je réitère mes excuses pour ma sonnerie de réveil qui a tant gâché ses douces nuits berlinoises; Esther Taillifet qui j'en suis sur nous expliquera bientôt comment on chauffe ces sacrés CAI, si tu as un "conseil beauté" pour les entretiens d'embauches je suis preneur! Mes co-bureaux, Carine Morel avec qui j'ai eu la joie de grandir au court de ces trois ans et dont, je pense, je garderai longtemps l'image d'elle, tenant sa petite balle anti-stress Elbereth avec les anneaux découpés afin de réaliser ses simulations numériques d'exo-anneaux. J'ai eu la chance de pouvoir compter sur elle pour nos discussions aussi bien scientifiques que privées, ses conseils étant toujours objectifs et perspicaces. Enfin Amandine Garcia, "la ptite dernière :-)" à qui je confie, non sans émotion la tâche de s'occuper de notre plante. Attention, je l'ai fait survivre pendant trois ans, tu te dois de faire de même!

Au delà de l'équipe, le laboratoire regorge de personnes qui à des degrés divers m'ont permis d'apprécier mon séjour au SAp tels Sébastien Froment, Matthias Gonzales, Pierre Dideon, Stéphane Corbel, Sylvain Chaty, Michel Talvard, Tatyana Sadibekova, Mathieu Servillat, Gabriel Pratt ou encore Monique Arnaud et Louis Rodriguez dont les voix résonneront encore longtemps dans les couloirs du rez de chaussée et dans ma tête. Un merci tout particulier à Jérôme Rodriguez, toujours présent, à l'écoute et qui fait preuve d'une réelle préoccupation pour les thésards, tout comme Olivier Limousin qui inonde le premier étage de bonne humeur. De même pour Sandrine Pires, ma barbie brune préférée, qui a joué les rôles de guide spirituel, entraîneur de volley-ball et de seule habitante de massy-verrière!

Viennent ensuite les nombreux thésards avec qui j'ai eu la chance de vivre non seulement de bons moments au laboratoire mais aussi en dehors. Mon fidèle binôme Julien Faure qui est probablement le seul à comprendre et apprécier toutes mes blagues; Long Do Cao qui m'a montré qu'il est possible de manger environ 200kg de riz par semaine sans en mourir; Pierre Emmanuel Belles qui restera notamment pour moi la seule personne à avoir pris le temps de

s'occuper de moi tout en rédigeant son manuscrit ce qui est une performance remarquable! Aurélie Remy, la plus belle des mariées que j'ai eu l'occasion de voir; Les "anciens", tels que Laurie Rucchini (ma barbie blonde préférée), Nicolas Clerc, Antoine Strugarek, Pascal Tremblin; Les nouveaux, tels que Maëlle Le Pennec, Tugdual Cellier, Lucie Alvan, Nicolas Renacci, Alan Loh; Et enfin, ma fidèle troupe, le trio infernal Camille Charignon, Alexis Coleiro et Diana Renaud ou Chouki, Galaxou et Didine pour les intimes! Au delà de leurs grandes qualités professionnelles, qui j'en suis sûr seront appréciées à leur juste valeur, ces trois personnes sont des êtres exceptionnels, généreux, drôles, fiables et solidaires. Sans eux, ces trois années n'auraient pas laissées un si bon souvenir en moi. Mon activité sportive a grandement été améliorée par nos courses du midi, la découverte de l'escalade ou encore de l'alpinisme cet été même si ça a impacté physiquement vos tympans;-) Les bons amis sont ceux qui vous rendent meilleurs et qui restent peu importe vos actions, je crois en avoir découvert trois de plus en ce lieu.

Bien qu'extérieur à ce laboratoire, toute la troupe des Nantais du LPGN et des martiens de l'IAS mérite aussi sa place: Anouck Ody, John Carter, Marion Massé, Axel Lefevre, Joanna Oliviera, et surtout Thomas Cornet avec qui j'ai passé d'excellents moments à l'AGU de San Francisco et au DPS-EPSC de Nantes! Il en est de même pour la fine équipe des représentants doctorants de l'École Doctorale, Mélanie Guittet, Étienne Morey, Cédric Collet et Alexis Coleiro, tous fermes lors les négociations, mais toujours humains et à l'écoute des autres par ailleurs. Nos soirées "debriefing" au café Daguerre me manqueront.

Je remercie aussi grandement mon colocataire et ami Cédric Collet ou mister galette avec qui j'ai passé un super mois de Juillet à rédiger ce manuscrit. Heureusement qu'il était là pour me motiver et passer de longues soirées en face de moi à écrire lui aussi son manuscrit. Nous nous souviendrons longtemps de ce 14 Juillet où nous réalisons, après quelques minutes de fortes interrogations quant au bruit alentour, que c'est simplement le feu d'artifice... Il m'a aussi appris qu'il était possible de consommer un litre de crème fraîche et 6 oeufs par semaine sans développer de problèmes de santé majeurs! De même pour Gilles Mitteau, futur pont de la finance et maître en tai kwon do, ami de longue date et pour encore bien plus longtemps, il a toujours été là pour moi et est probablement la personne qui me connaît le mieux sur cette planète!

Pour terminer, il est primordial pour moi de remercier ma famille en général mais plus précisément ma soeur et mon frère qui m'ont soutenu sans failles l'an dernier notamment et qui sont, je le crois, les êtres que je chéris le plus. Bien sûr mes parents ont joué un rôle majeur dans ma réussite scolaire. Ils m'ont toujours poussé à faire ce que je voulais, m'inculquant le souci du détail, du travail et surtout de la remise en cause de tout (ce qui n'a pas toujours été simple à vivre pour eux car j'ai bien intégré cet aspect casse pied de l'enfant qui demande constamment "pourquoi et comment?"). Sans eux, je ne pense pas que j'en serais à ce niveau. Un grand merci, tout simplement!

Table des matières

Remerciements	5
Liste des tableaux	13
Table des figures	15
I Introduction	23
1 Système de Saturne	25
1.1 Historique	25
1.2 Sonde <i>Cassini</i>	31
1.3 État des connaissances actuelles du système de Saturne	38
1.4 Problématique photométrie multi-échelle/ Lune de glace/ Anneaux	45
II Modélisation photométrique multi-échelles	51
2 Photométrie du régolithe: Modèle d'Hapke	55
2.1 Grains isolés	55
2.2 Terme de diffusion simple I_S	61
2.3 Diffusion multiple isotrope I_M	63
2.4 Fonction de phase d'un grain de régolithe	69
2.5 Effet de compaction du régolithe: Ombrage mutuel des grains de régolithe (SHOE)	74
2.6 Rétro-diffusion cohérente (CBOE)	81
3 Ombrage mutuel des particules de l'anneau: R-SHOE	85
3.1 Modélisation du R-SHOE : Ring-Shadow Hiding Opposition Effect	86
3.2 Comparaison des modèles	93
4 Modèle multi-échelles d'anneaux	103
4.1 Intégration du régolithe sur une particule d'anneau: Fonction de phase intégrale $\phi_{particule}$	104
4.2 Description du modèle général multi-échelles	109
5 Modèle de rugosité due à un cratère	115
5.1 Modèle morphologique et photométrique	115

5.2	Diffusion macroscopique simple	121
5.3	Diffusion macroscopique secondaire	128
5.4	Écart-type du facteur de radiance du cratère comme nouvelle observable	133
III	Encelade	137
6	Article soumis à Icarus: Détermination des profondeurs des cratères d'Encelade par un modèle photométrique multi-échelles: Implications sur les propriétés de surfaces et la différenciation précoce des lunes de glace	141
7	Compléments à l'article.	163
7.1	Navigation des images et extraction des observables	163
7.2	Résultats	166
7.3	Discussion: Mise en perspective de la rhéologie d'Encelade par rapport aux autres corps du système solaire	173
IV	Anneaux de Saturne	179
8	Description des jeux de données de <i>Cassini</i> et des algorithmes d'inversions	183
8.1	Extraction des courbes de phases	184
8.2	Sélections des anneaux et longueurs d'onde d'intérêt	190
8.3	Comportement photométrique observé	198
8.4	Processus d'ajustement	204
9	Résultats	211
9.1	Structure de l'anneau	211
9.2	Propriétés du régolithe	219
9.3	Contraintes sur les modèles photométriques	224
V	Conclusions et perspectives	227
10	Conclusions	229
11	Perspectives	233
11.1	Encelade, modèle de cratère	233
11.2	Anneaux de Saturne, modèle de R-SHOE	235
	BIBLIOGRAPHIE	239
	APPENDICES	252
A	Détail des équations de la théorie de Mie	253
B	Formulation analytique du modèle de rugosité due à un cratère	255

C	Ajustements des zones d'intérêt des anneaux	257
C.1	Zone Vide ₁ , 84200km	258
C.2	Zone P5, 84830km	259
C.3	Zone P7, 86455km	260
C.4	Zone P8, 88475km	261
C.5	Zone P10, 89855km	262
C.6	Zone P11, 90500km	263
C.7	Zone C Ramp, 91600km	264
C.8	Zone Flat Spot, 94900km	265
C.9	Zone B ₂₁ , 100200km	266
C.10	Zone B _{2faible} , 101600km	267
C.11	Zone B ₂₂ , 101820km	268
C.12	Zone B ₂₃ , 102937km	269
C.13	Zone B _{2faible2} , 104035km	270
C.14	Zone B ₃₁ , 104575km	271
C.15	Zone B ₃₂ , 104850km	272
C.16	Zone B ₃₃ , 105290km	273
C.17	Zone B ₃₄ , 106975km	274
C.18	Zone B _{3faible} , 108120km	275
C.19	Zone B ₄₁ , 113040km	276
C.20	Zone B ₄₂ , 114500km	277
D	Présentation du logiciel de visualisation des données Cassini	279
D.1	Choix par longueur d'onde	281
D.2	Choix par image	288
D.3	Cas des images ISS	293
D.4	Création de spectres	295
D.5	Chargement de courbes de phase	298

Liste des tableaux

1.1	Récapitulatif des caractéristiques des instruments UVIS, ISS, VIMS, et CIRS .	37
1.2	Récapitulatif des distribution de tailles de particules dans les anneaux principaux	44
2.1	Tableau récapitulatif des valeurs de la fonction Y en fonction de différentes distributions de taille de grains	79
2.2	Tableau récapitulatif des paramètres de notre modèle du comportement photométrique du régolithe	83
7.1	Résumé des résultats des ajustements pour les 75 cratères sélectionnés pour notre étude	169
7.2	Compilation des paramètres rhéologiques pour les planètes rocheuses et les satellites de glaces	174
8.1	Tableau récapitulatif des caractéristiques des instruments VIMS canal Infra-Rouge et ISS-WAC	189
8.2	Tableau récapitulatif des zones d'intérêt sélectionnées dans l'anneau C et l'anneau B	193
8.3	Tableau récapitulatif des longueurs d'ondes d'intérêt	198
8.4	Ajustements d'un anneau synthétique à forte épaisseur optique	207
8.5	Deuxième jeux d'ajustements du même anneaux avec bornes resserrées	207
8.6	Ajustements d'un anneau synthétique à faible épaisseur optique	208
8.7	Deuxième jeux d'ajustements du même anneaux avec bornes resserrées	208
9.1	Tableau récapitulatif des résultats obtenus après ajustements des données	214
9.2	Tableau récapitulatif des résultats obtenus après ajustements des données	219

Table des figures

1.1	Gravure du télescope de 40 pieds de focale (12m) d'Herschel.	26
1.2	Mosaïque d'Encelade vue par <i>Voyager</i> . Figure tirée du Smith et al. (1982). . .	26
1.3	Système de Saturne après la sonde <i>Votager</i>	27
1.4	Comparaison des systèmes d'anneaux dans le Système Solaire	28
1.5	Schéma effectué par Galilée dans sa lettre au secrétaire d'État de Florence. . .	28
1.6	Schéma de Huygens expliquant les configurations d'anneaux	29
1.7	Interactions anneau F avec Pandore et Prométhé	30
1.8	Photo de la sonde Cassini et de l'atterrisseur Huygens	32
1.9	Trajectoire de la sonde <i>Cassini-Huygens</i> lors de son trajet vers Saturne	33
1.10	Diagramme de la composition instrumentale de la sonde Cassini	34
1.11	Images illustrants les capacités de l'instrument CIRS	35
1.12	Photographies des instruments NAC et WAC	36
1.13	Découpage du cube VIMS CM_1543793454_1	37
1.14	Schéma de la structure du système de Saturne	38
1.15	Image des geysers d'Encelade	39
1.16	Image du pôle sud d'Encelade et des Tiger Stripes (Griffes du Tigre)	39
1.17	Planisphère et vues polaires d'Encelade vu par la sonde <i>Cassini</i>	40
1.18	Épaisseur optique des anneaux en fonction de la distance au centre de Saturne	41
1.19	Illustration des structures au sein des anneaux	42
1.20	Schéma d'une onde spirale de densité et d'une onde de courbure	43
1.21	Fraction massique de silicates pour Mimas, Encelade, Dione et Rhéa	46

2.1	Scène de calcul de photometrie	57
2.2	Comparaison des réflectances prédites par les modèles de transferts de rayonnement	63
2.3	Écart relatif entre les approximations de la fonction de Chandrasekhar et son évaluation exacte	66
2.4	Influence de la diffusion multiple isotrope par rapport au terme de diffusion simple isotrope pour différents albédos	67
2.5	Influence de la diffusion multiple isotrope par rapport au terme de diffusion simple isotrope pour différents angles d'émergence	67
2.6	Photographie de régolithe lunaire	69
2.7	Efficacité d'extinction en fonction du paramètre de taille X pour différents matériaux d'indices de réfractions complexes	70
2.8	Diagramme polaire de l'indicatrice de diffusion calculée à partir de la théorie de Mie	72
2.9	Illustration de l'effet d'opposition	75
2.10	Zoom sur la figure de covolume	75
3.1	Description de la scène pour le calcul de l'épaisseur optique τ	87
3.2	Schéma de la scène d'observation des anneaux et définition des angles photométriques	88
3.3	Illustration de l'effet d'opposition pour la modélisation de Kawata and Irvine (1974).	90
3.4	Illustration de l'effet d'opposition pour la modélisation de Lumme and Bowell (1981).	92
3.5	Illustration de la dégénérescence intrinsèque à l'effet d'opposition entre l'épaisseur de l'anneau H et le rayon moyen des particules d'anneau R calculé avec le modèle de Lumme–Bowell	95
3.6	Comparaison des modèles de R-SHOE pour différentes épaisseurs optiques à $D_{anneaux}$ fixée à 0.3	96
3.7	Comparaison du modèle de Lumme-Bowell et du modèle classique pour différentes épaisseurs optiques	97
3.8	Schéma de l'évolution de l'angle de corrélation entre les directions d'entrée et de sortie du rayonnement pour H/R fixé et $D_{anneaux}$ qui varie.	98
3.9	Évolution de la largeur à mi-hauteur de l'effet d'opposition pour le modèle de Lumme-Bowell en fonction du rapport H/R	99
3.10	Évolution de la largeur à mi-hauteur de l'effet d'opposition pour le modèle de Lumme-Bowell en fonction de la densité de l'anneau $D_{anneaux}$	100

3.11	Évolution du R-SHOE (modèle Lumme-Bowell) en fonction de l'angle de phase pour différents angles d'incidence	101
3.12	Évolution du R-SHOE (modèle Lumme-Bowell) en fonction de l'angle de phase pour différentes longitudes solaires	101
4.1	Particule d'anneau recouvert de régolithe	105
4.2	Schéma d'une particule d'anneau	105
4.3	Calcul de la fonction de phase intégrale par la méthode d'intégration numérique comparé à la formule analytique de Hapke (2012).	107
4.4	Modèle d'anneau Lumme-Bowell + CBOE régolithe avec intégration du régolithe sur une particule d'anneau.	108
4.5	Modèle d'anneau Lumme-Bowell + CBOE régolithe sans intégration du régolithe sur une particule d'anneau.	108
4.6	Modèle d'anneau Lumme-Bowell + SHOE régolithe avec intégration du régolithe sur une particule d'anneau.	109
4.7	Modèle d'anneau Lumme-Bowell + SHOE régolithe sans intégration du régolithe sur une particule d'anneau.	109
4.8	Facteur de corrélation entre le facteur de radiance I/F et les paramètres du modèle multi-échelles pour des épaisseurs optiques allant de 0.1 à 2.0.	110
4.9	Facteur de corrélation entre le facteur de radiance I/F et les paramètres du modèle multi-échelles pour des épaisseurs optiques allant de 0.1 à 2.0 avec ω_0 et g fixés	111
4.10	Évolution du facteur de corrélation entre le facteur de radiance de l'anneau et les paramètres du régolithe dans le cas où le R-SHOE est éteint pour deux géométries d'observation	113
4.11	Évolution du facteur de corrélation entre le facteur de radiance de l'anneau et les paramètres du modèle général pour deux géométries d'illumination	113
5.1	Illustration de la modélisation d'un cratère comme étant un paraboloïde de révolution autour de l'axe z	116
5.2	Schéma de diffusion d'un point du cratère de coordonnée (x, y)	118
5.3	Évolution du facteur de radiance $\langle \frac{I}{F} \rangle$ du cratère en fonction de l'angle d'émergence pour plusieurs valeurs du rapport d'aspect du cratère q , à i , A_z , g , ω_0 fixés.	122
5.4	Évolution du facteur de radiance $\langle \frac{I}{F} \rangle$ du cratère en fonction de l'angle d'émergence pour plusieurs valeurs du paramètre d'asymétrie de diffusion du régolithe g , à i , A_z , q , ω_0 fixés.	123
5.5	Évolution du facteur de radiance $\langle \frac{I}{F} \rangle$ du cratère en fonction de l'angle d'émergence pour plusieurs valeurs de l'albédo simple diffusion du régolithe ω_0 , à i , A_z , q , g fixés.	124

5.6	Évolution du facteur de radiance $\langle \frac{I}{F} \rangle$ du cratère en fonction de l'angle d'émergence pour plusieurs valeurs de l'angle d'incidence i , à A_z , q , g , ω_0 fixés.	125
5.7	Évolution du facteur de radiance $\langle \frac{I}{F} \rangle$ du cratère en fonction de l'angle d'émergence pour plusieurs valeurs de l'angle azimuthale A_z , à i , q , g , ω_0 fixés.	127
5.8	Cartes de cratère calculées par le modèle simple diffusion et par le modèle incluant la diffusion macroscopique secondaire	129
5.9	Cartes de cratère calculées par le modèle simple diffusion et par le modèle incluant la diffusion macroscopique secondaire, scène n°2	129
5.10	Évolution du facteur de radiance $\langle \frac{I}{F} \rangle$ moyen du cratère en fonction de l'angle d'émergence pour différents rapports d'aspects du cratère q dans le cas où la diffusion macroscopique secondaire est prise en compte.	130
5.11	Évolution du facteur de radiance $\langle \frac{I}{F} \rangle$ moyen du cratère en fonction de l'angle d'émergence pour différentes valeurs du paramètre d'asymétrie de diffusion simple g dans le cas où la diffusion macroscopique secondaire est prise en compte.	131
5.12	Évolution du facteur de radiance $\langle \frac{I}{F} \rangle$ moyen du cratère en fonction de l'angle d'émergence pour différentes valeurs d'albédo de simple diffusion du régolithe ω_0 dans le cas où la diffusion macroscopique secondaire est prise en compte.	132
5.13	Cratère Ma'aruf à la surface d'Encelade	133
5.14	Évolution de l'écart-type du facteur de radiance $\sigma_{I/F}$ en fonction de l'angle d'émergence pour différentes valeurs de rapport d'aspect du cratère q dans le cas où la diffusion macroscopique double est prise en compte.	134
5.15	Évolution de l'écart-type du facteur de radiance $\sigma_{I/F}$ en fonction de l'angle d'émergence pour différentes valeurs de paramètre d'asymétrie de diffusion du régolithe g dans le cas où la diffusion macroscopique secondaire est prise en compte.	135
5.16	Évolution de l'écart-type du facteur de radiance $\sigma_{I/F}$ en fonction de l'angle d'émergence pour différentes valeurs d'albédo de simple diffusion du régolithe ω_0 dans le cas où la diffusion macroscopique secondaire est prise en compte.	135
7.1	Illustration de l'effet d'erreur de navigation sur l'image ISS/NAC N1489034080_2	164
7.2	Facteur de radiance I/F associé à l'image naviguée N1500045793_2	165
7.3	Longitudes Enceladocentriques associées à l'image naviguée N1500045793_2	165
7.4	Latitudes Enceladocentriques associées à l'image naviguée N1500045793_2	165
7.5	Angles d'incidences i associés à l'image naviguée N1500045793_2	165
7.6	Angles d'émergences e associés à l'image naviguée N1500045793_2	165
7.7	Angles de phases α associés à l'image naviguée N1500045793_2	165
7.8	Superposition de la position théorique des cratères avec leur position observée sur l'image ISS N1489034080_2	166

7.9	Carte des paramètres physiques calculés pour notre échantillon de 75 cratères .	167
7.10	Vignette des cratères Ali-Baba (en haut) et Aladdin (au centre)	171
7.11	Extraction stereographique controlée par photoclinométrie de la même zone que la figure 7.10	171
7.12	Évolution de la profondeur des cratères (en km) en fonction de leurs diamètres (en km) pour Encelade	173
7.13	Diamètre de transition pour différents corps rocheux et glacés du système solaire en fonction de leur gravité de surface	175
7.14	Fraction massique de silicates pour Mimas, Encelade, Dione et Rhéa	177
8.1	Exemple d'extraction de pixels d'intérêt pour la zone $B3_2$ et P7	186
8.2	Séquence d'observations exhibant un effet d'opposition sur l'anneau C puis l'anneaux B	187
8.3	Construction d'une courbe de phase pour une même zone observée sous différentes géométries	188
8.4	Vignettes des images VIMS (à gauche) et ISS/WAC (à droite) respectivement CM_1543793454_1 et W1543793433_1	189
8.5	Vignettes du cube VIMS CM_1543793454_1 pour cinquante longueurs d'ondes.	189
8.6	Épaisseur optique des anneaux en fonction de la distance au centre de Saturne pour une résolution d'un kilomètre	190
8.7	Zoom sur l'anneau A	191
8.8	Zoom sur l'anneau B	191
8.9	Zoom sur l'anneau C	191
8.10	Épaisseur optique des 4 anneaux principaux en fonction de la distance au centre de Saturne	191
8.11	Épaisseur optique de l'anneau B en fonction de la distance au centre de Saturne	194
8.12	Épaisseur optique de l'anneau C en fonction de la distance au centre de Saturne	194
8.13	Albédo de simple diffusion de glace d'eau cristalline à 70K pour des grains de régolithe dont le diamètre est compris entre 10 et 100 μm	196
8.14	Albédo de simple diffusion de grains de régolithe de 100 μm de diamètre à 70K, composés de différents mélanges moléculaires	196
8.15	Superposition de coupes radiales dans les anneaux B et A	199
8.16	Évolution du facteur de radiance en fonction de l'angle de phase pour un panel d'épaisseurs optiques correspondants à certaines zones d'intérêt de la table 8.2	200
8.17	Évolution du facteur de radiance pour l'annelet $B3_2$ observé sous différentes géométries	201

8.18	Évolution du facteur de radiance en fonction de l'angle de phase pour différentes longueurs d'ondes	202
8.19	Écart entre les branches de facteur de radiance en fonction de la longueur d'onde d'observation pour un effet d'opposition visible sur la zone $B2_2$	203
9.1	Évolution du rapport H/R de la zone $B3_1$ située à 104575 km de Saturne en fonction de la longueur d'onde à laquelle l'ajustement a été effectué	212
9.2	Évolution du rapport H/R de la zone $P7$ située à 86455 km de Saturne en fonction de la longueur d'onde à laquelle l'ajustement a été effectué	213
9.3	Densité de l'anneau en fonction de la distance à Saturne	215
9.4	Rapport entre l'épaisseur de l'anneau et le rayon moyen des particules le composant en fonction de la distance à Saturne	216
9.5	Densité de l'anneau en fonction d'épaisseur optique	216
9.6	Rapport H/R en fonction d'épaisseur optique	217
9.7	Ajustements des albédos simple diffusion du régolithe pour les 21 zones du tableau 8.2	221
9.8	Diamètre moyen du régolithe en fonction de la distance à Saturne	222
9.9	Fraction massique de mélange entre le carbone amorphe et la glace d'eau cristalline en fonction de la distance à Saturne	223
9.10	Valeur du paramètre d'asymétrie de diffusion du régolithe en fonction de l'épaisseur optique de l'anneau observé pour les longueurs d'onde d'intérêt du tableau 8.3	225
9.11	Valeur du paramètre d'asymétrie de diffusion du régolithe en fonction de l'albédo de simple diffusion du régolithe de l'anneau observé pour les longueurs d'onde d'intérêt du tableau 8.3	226
9.12	Évolution des amplitudes des effets d'opposition $B_{0_{SHOE}}$ et $B_{0_{CBOE}}$ en fonction de la distance à Saturne	226
11.1	Modèle de forme de cratères complexes	234
C.1	Zone Vide ₁ , 84200km, meilleur ajustement à $1.573\mu\text{m}$	258
C.2	Zone P5, 84830km, meilleur ajustement à $1.573\mu\text{m}$	259
C.3	Zone P7, 86455km, meilleur ajustement à $1.573\mu\text{m}$	260
C.4	Zone P8, 88475km, meilleur ajustement à $1.573\mu\text{m}$	261
C.5	Zone P10, 89855km, meilleur ajustement à $1.573\mu\text{m}$	262
C.6	Zone P11, 90500km, meilleur ajustement à $1.573\mu\text{m}$	263
C.7	Zone C Ramp, 91600km, meilleur ajustement à $1.310\mu\text{m}$	264

C.8 Zone Flat Spot, 94900km, meilleur ajustement à $1.310\mu\text{m}$	265
C.9 Zone $B2_1$, 100200km, meilleur ajustement à $1.310\mu\text{m}$	266
C.10 Zone $B2_{faible}$, 101600km, meilleur ajustement à $1.310\mu\text{m}$	267
C.11 Zone $B2_2$, 101820km, meilleur ajustement à $1.310\mu\text{m}$	268
C.12 Zone $B2_3$, 102937km, meilleur ajustement à $1.310\mu\text{m}$	269
C.13 Zone $B2_{faible_2}$, 104035km, meilleur ajustement à $1.310\mu\text{m}$	270
C.14 Zone $B3_1$, 104575km, meilleur ajustement à $1.310\mu\text{m}$	271
C.15 Zone $B3_2$, 104850km, meilleur ajustement à $1.310\mu\text{m}$	272
C.16 Zone $B3_3$, 105290km, meilleur ajustement à $3.464\mu\text{m}$	273
C.17 Zone $B3_4$, 106975km, meilleur ajustement à $1.310\mu\text{m}$	274
C.18 Zone $B3_{faible}$, 108120km, meilleur ajustement à $1.310\mu\text{m}$	275
C.19 Zone $B4_1$, 113040km, meilleur ajustement à $1.310\mu\text{m}$	276
C.20 Zone $B4_2$, 114500km, meilleur ajustement à $1.310\mu\text{m}$	277
D.1 Interface générale LOVAMUSE	279
D.2 Choix de l'annelet	280
D.3 Choix par longueur d'onde	281
D.4 Liste des longueurs d'onde	281
D.5 Liste des images pour une longueur d'onde	282
D.6 Construction de la courbe de phase, étape 1	282
D.7 Construction de la courbe de phase, étape 2	283
D.8 Construction de la courbe de phase, étape 3	284
D.9 Construction de la courbe de phase, étape 4	284
D.10 Construction de la courbe de phase, étape 5	285
D.11 Construction de la courbe de phase, étape 6	285
D.12 Courbe de phase finale	286
D.13 Activation des icônes après finalisation de la courbe de phase	287
D.14 Activation des icônes pour le choix du type d'ajustement	287
D.15 Sélection choix par image	288
D.16 Choix de l'image	288
D.17 Choix des longueurs d'onde	289
D.18 Construction courbe de comparaison en longueur d'onde, étape 1	289
D.19 Construction courbe de comparaison en longueur d'onde, étape 2	290

D.20 Construction courbe de comparaison en longueur d'onde, étape 3	290
D.21 Construction courbe de comparaison en longueur d'onde, étape 4	291
D.22 Courbe finale de comparaison en longueur d'onde	291
D.23 Cas des images ISS	293
D.24 Courbe de phase composite d'images ISS	294
D.25 Exemple d'échantillonnage d'images ISS	294
D.26 Exemple de courbe synthétique avec bruitage gaussien	295
D.27 Extraction de spectre d'une image VIMS	296
D.28 Exemple de spectre	296
D.29 Superposition de spectre	297
D.30 Superposition de spectre, image finale	297
D.31 Chargement de courbe de phase	298
D.32 Choix du dossier par date	299
D.33 Choix du dossier par longueur d'onde	299
D.34 Chargement des fichiers	300

Première partie

Introduction

Chapitre 1

Système de Saturne

Table des matières

1.1	Historique	25
1.1.1	Satellites	26
1.1.2	Anneaux de Saturne	27
1.2	Sonde <i>Cassini</i>	31
1.2.1	Présentation générale	31
1.2.2	Instruments	31
1.2.3	Capteurs optiques	34
	1.2.3.1 CIRS et UVIS	34
	1.2.3.2 ISS	36
	1.2.3.3 VIMS	37
1.3	État des connaissances actuelles du système de Saturne	38
1.4	Problématique photométrie multi-échelle/ Lune de glace/ Anneaux	45
1.4.1	Théories de formation des lunes de glaces	45
	1.4.1.1 Modèle classique	45
	1.4.1.2 Modèle de Charnoz (Charnoz et al. (2010), Charnoz et al. (2011), Crida and Charnoz (2012))	46
	1.4.1.3 Paradoxe de l'âge des anneaux	47
1.4.2	Problématique générale	48

1.1 Historique

Saturne, sixième planète du système solaire en distance au Soleil, est la planète, observable à l'oeil nu, la plus éloignée de la Terre. Effectuant une révolution en 29 années et demi, nous savons désormais que ce corps n'est pas isolé mais qu'il est en fait un système complexe composé d'une multitude d'objets en interaction avec la planète et entre eux que l'on peut séparer en deux catégories, les satellites et les anneaux. Néanmoins, cette connaissance ne s'est acquise qu'au fil des siècles et des nombreuses observations de Saturne. C'est l'histoire de ces découvertes et les connaissances qu'elles ont amenées que je me propose de résumer brièvement dans ce chapitre.

1.1.1 Satellites

Après la découverte des satellites principaux de Jupiter ([Galileo \(1610a\)](#)), Galilée pointa sa lunette vers Saturne la même année dans l'espoir d'observer là aussi d'autres lunes. Bien qu'il ait découvert, sans le savoir, les anneaux de Saturne (voir section 1.1.2), il n'observa aucun satellite orbitant autour de cette planète. La première observation d'une lune autour de Saturne date de 1655 et a été réalisée par Christian Huygens. Dans son ouvrage *De Saturni luna observatio nova* ([Huygens \(1656\)](#)), il cacha un anagramme (procédure courante à cette époque pour revendiquer la primauté d'une découverte sans la divulguer) révélant l'existence d'une lune qui effectue une orbite autour de Saturne en 16 jours et 4 heures. Il découvrit le satellite nommé Titan en référence aux titans de la mythologie grecque dont le roi est Saturne (cette nomenclature a été proposée bien plus tard en 1847 [Van Helden \(1994\)](#)).

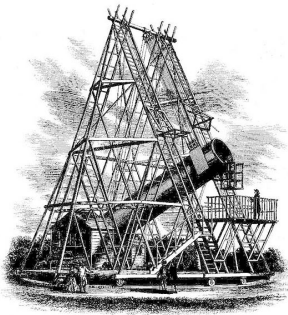


FIGURE 1.1 – Gravure du télescope de 40 pieds de focale (12m) d'Herschel.

Par la suite, Jean Dominique Cassini (Cassini I) découvrit en 1671 et 1672 les satellites Japet et Rhéa, puis 12 ans plus tard les satellites Thetys et Dione. Ce n'est que 100 ans plus tard qu'Herschel, lors de la première nuit d'observation avec son télescope de 40 pieds (voir figure 1.1), découvrit Encelade puis, un mois plus tard Mimas. Le 16 Septembre 1848 marqua la découverte d'Hypérion par [Bond \(1848\)](#), redécouvert de manière indépendante quelques jours plus tard par [Lassell \(1848\)](#) qui proposa le nom actuel de ce satellite.

Les découvertes de Phobé, Janus, Épiméthée puis Hélène, Télésto et Calypso par [Pickering \(1899\)](#), [Dollfus and Texereau \(1967\)](#), [Walker and Kuiper \(1967\)](#) puis [Lecacheux et al. \(1980\)](#), [Smith et al. \(1980\)](#) et [Pascu et al. \(1980\)](#) marquent la fin de la découverte de ce système par des télescopes au sol et l'avènement des sondes spatiales.

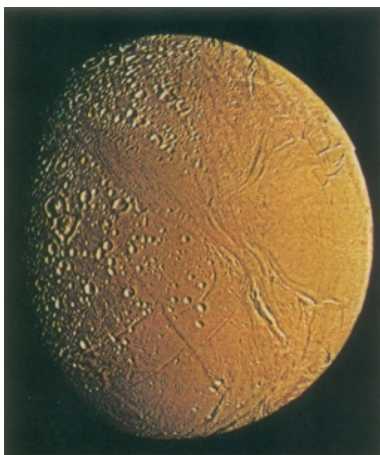


FIGURE 1.2 – Mosaïque d'Encelade vue par *Voyager*. Figure tirée du [Smith et al. \(1982\)](#).

Au terme des missions *Voyager*, respectivement le 12 Novembre 1980 et le 25 Aout 1981, on connaissait 36 satellites autour de Saturne ([Orton et al. \(2009\)](#)) dont l'orbite de certains est située au sein même des anneaux (Pan et Atlas par exemple). Avant ces missions, les connaissances que l'on avait des satellites principaux se résumaient principalement à leurs éphémérides, la surface de ces corps n'ayant jamais été imagée. La figure 1.3 présente un aperçu des surfaces de ces satellites à la fin des missions *Voyager*.

Bien que la grande diversité de ces corps fut inattendue, la plus surprenante découverte fut l'apparente jeunesse d'une large partie de la surface d'Encelade (figure 1.2), très peu cratérisée, exhibant de longues failles et dont l'albédo moyen est extrêmement élevé (proche de 1.0 dans le visible, le plus élevé du système solaire [Verbiscer and Veverka \(1994\)](#)) et la température plus basse que les autres corps du système de Saturne ([Smith et al. \(1982\)](#)). Une

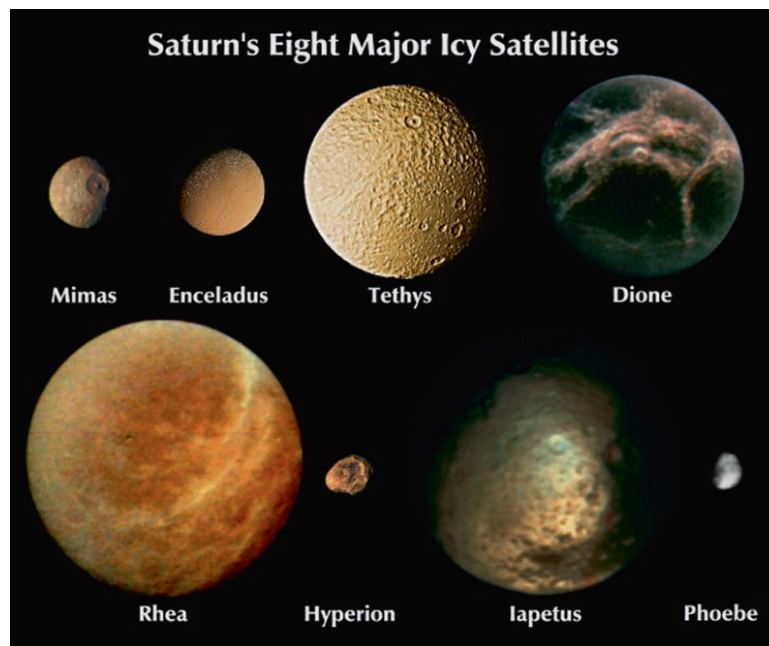


FIGURE 1.3 – Composite de couleurs des huit satellites majeurs de Saturne, hormis Titan, vus par les sondes *Voyager*. Figure tirée du [Orton et al. \(2009\)](#).

activité géologique intense et récente de ce satellite dont l'origine est liée aux effets de marées a dès lors été proposée, allant même jusqu'à supposer la présence de geysers éjectant du matériel interne et nourrissant ainsi l'anneau E ([Pang et al. \(1984\)](#), voir section 1.1.2). Néanmoins, en l'absence de telles preuves et de modèles convaincant de chauffage par effets de marées, l'origine d'une telle dichotomie (plaines peu cratérisées jeunes / régions cratérisées anciennes) n'a pas trouvée d'explication satisfaisante avant l'arrivée de la sonde *Cassini* en 2004 (voir section 1.3).

1.1.2 Anneaux de Saturne

Le système d'anneaux de Saturne est un objet tout à fait particulier dans le système solaire. C'est le seul exemple connu d'anneaux aussi étendus et denses. En effet, les autres planètes géantes possèdent toutes un système d'anneaux mais sans commune mesure avec les anneaux de Saturne (voir figure 1.4). Pour preuve, la découverte d'un système d'anneaux autour de Jupiter date de 1979 et l'arrivée de la sonde *Voyager 1* ([Smith et al. \(1979\)](#)), autour d'Uranus de 1977 par mesures d'occultation d'étoile ([Elliot et al. \(1977\)](#)) et autour de Neptune de 1986 aussi par occultations stellaires ([Hubbard et al. \(1985\)](#)) alors que la découverte des anneaux de Saturne date de 1610 ([Galileo \(1610b\)](#), mais pas l'interprétation) et de l'utilisation des premières lunettes pour observer le ciel.

Depuis plus de 400 ans, les astronomes n'ont cessé d'accumuler les observations de Saturne afin de comprendre la composition, la structure et l'origine de ce système. Ce n'est que depuis les débuts de l'ère spatiale et des missions telles que *Voyager* ou *Cassini* que des réponses satisfaisantes se dessinent.

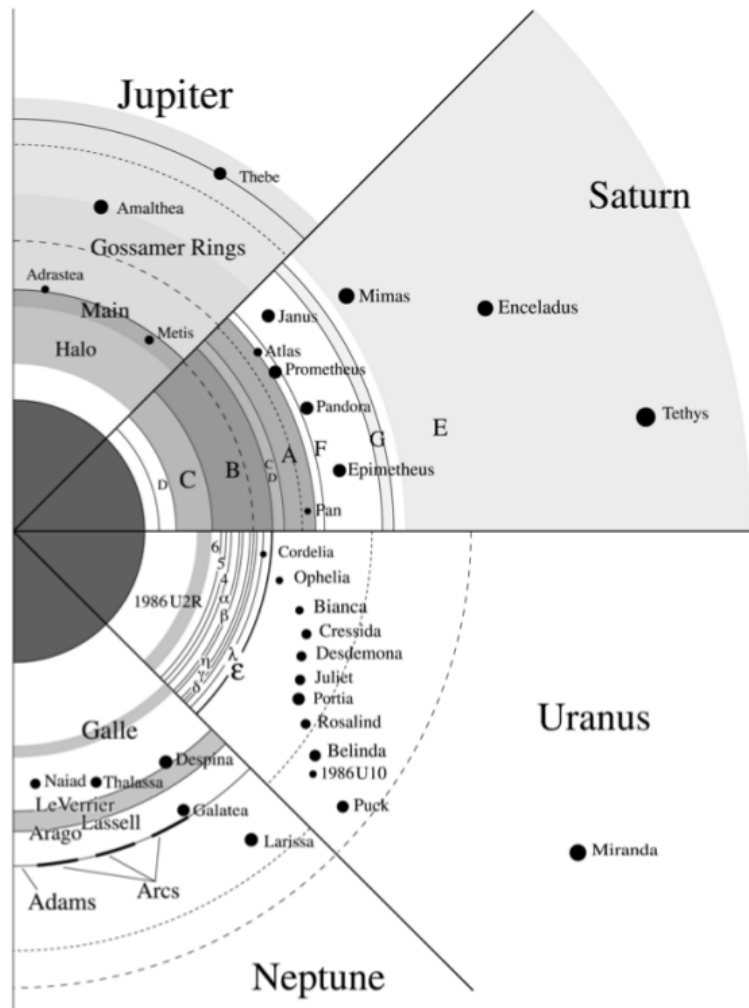


FIGURE 1.4 – Comparaison des quatre systèmes d'anneaux existants autour des planètes géantes du système solaire. Les distances des différentes structures au centre du corps parent ont été normalisées par le rayon de ce dernier. L'intensité des zones grisées indique l'épaisseur optique de ces anneaux. Les traits pointillés indiquent les orbites synchrones tandis que les pointillés plus rapprochés indiquent les rayons des limites de Roche respectives sur ces corps pour une densité de $1\,000\text{ kg.m}^{-3}$. Figure tirée du Burns et al. (2001).

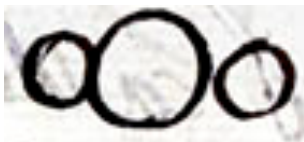


FIGURE 1.5 – Schéma effectué par Galilée dans sa lettre au secrétaire d'État de Florence.

Lors de la première observation des anneaux par Galilée et durant celles qui suivirent, il ne comprit pas ce qu'il voyait. En effet, du fait du faible grossissement de sa lunette ($\times 30$) et de l'inclinaison variable des anneaux par rapport au plan d'observation (due à l'orbite de Saturne autour du Soleil), les anneaux lui sont apparus tels deux étoiles compagnons de part et d'autre de Saturne avant de disparaître quelques mois plus tard. La figure 1.5 illustre ce que Galilée a vu lors de cette première observation.

Il doutait tellement de sa découverte qu'il ne la partagea avec ses contemporains que sous la forme d'un anagramme codé "*smaismrmilmepoetaleumibunenugttauiras*" dont il donna la signification plus tard "*Altissimum planetam tergeminum observavi*" : **"J'ai observé la planète la plus élevée en forme triple"**. Puis, suite à la "disparition" des anneaux dans le plan

d'observation, Galilée ne regarda plus ce corps.

Avec la démocratisation de l'utilisation de lunettes astronomiques, plusieurs savants ont eux aussi observé Saturne et repéré une structure compagnon à l'astre sans jamais appréhender la nature de ce qu'ils observaient. C'est un autre personnage important dans l'histoire de la compréhension des anneaux, Christian Huygens qui le premier a interprété correctement ces différentes observations.

Dans son ouvrage *De Saturni luna observatio nova*, [Huygens \(1656\)](#) il explique qu'il a trouvé la solution au problème de la lune de Saturne mais sans donner l'explication qu'il dissimule dans un anagramme. Ce n'est que dans un ouvrage ultérieur ([Huygens \(1659\)](#)) qu'il dessine pour la première fois une explication cohérente des différentes phases d'observation de Saturne sous forme d'un diagramme (voir figure 1.6) : Saturne a un anneau.

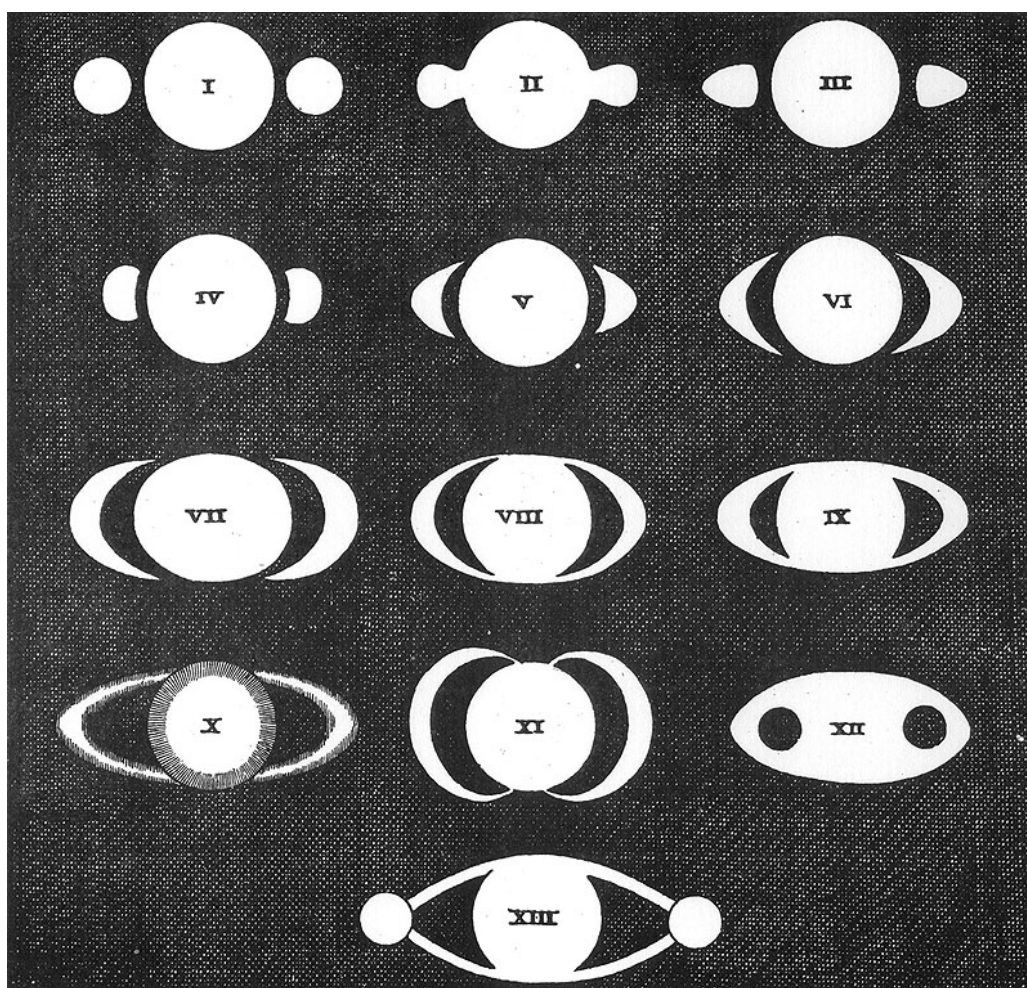


FIGURE 1.6 – Illustration des différentes configurations des anneaux par rapport à la Terre lors de la révolution de Saturne autour du Soleil ([Huygens \(1659\)](#)).

Il faut attendre 1675 et l'amélioration des systèmes optiques ([Thomas \(1859\)](#)) pour observer pour la première fois une structure au sein des anneaux : la division de Cassini, nommée en hommage à son découvreur Jean Dominique Cassini (Cassini I). Il est d'ailleurs un des premiers à émettre l'hypothèse que les anneaux sont constitués d'une multitude de rochers en orbite

autour de Saturne. En effet, la nature de ces anneaux reste encore un mystère pendant près de 200 ans jusqu'aux travaux de James Clark Maxwell ([Maxwell \(1856\)](#)), qu'il publia à l'âge de 25 ans, en 1856, et pour lesquels il reçut le prix Adams l'année suivante, grande distinction des diplômés de Cambridge en mathématiques. En un recueil d'à peine 70 pages, il montre qu'un anneau solide en orbite autour d'un corps n'est stable que pour des conditions extrêmement improbables. De même, un milieu fluide et continu se séparerait en une multitude de sous-structures ce qui lui laisse penser que les anneaux de Saturne sont composés d'une multitude de particules non-connectées orbitant autour de Saturne à des vitesses angulaires différentes selon leur distance à Saturne. Il prédit aussi un arrangement en annelets étroits, ce qui limiterait la destruction du système d'anneau complet. De plus, il montre, par un argument d'optique géométrique, que l'anneau C n'est pas composé d'un milieu continu particulier mais là aussi de particules non-connectées.

Ce travail remarquable est resté référence jusqu'au début de l'ère des explorations spatiales et des grands télescopes, seuls moyens d'obtenir de plus amples informations sur ce système si particulier. Il faut attendre 1967 pour qu'un nouvel anneau soit découvert, l'anneau E ([Feibelman \(1967\)](#)). Beaucoup plus diffus et large que les anneaux principaux, il s'étend radialement entre 3.5 et 8 rayons de Saturne (210 000 et 480 000km). Sa durée de vie théorique de quelques milliers d'années ([Haff et al. \(1983\)](#)) a rapidement suggéré l'interaction forte entre cet anneau et le satellite Encelade comme réservoir des particules le composant. Par la suite, [Guérin \(1970\)](#) réussit à détecter depuis la Terre un anneau entre Saturne et l'anneau C. Caractérisé par la suite par les sondes *Voyager*, cet anneau, nommé anneau D, est extrêmement fin optiquement ($\tau < 0.01$) et large de 8 000km.



FIGURE 1.7 – Pandore à gauche, l'anneau F au centre et Prométhée à droite. Les structures visibles dans l'anneau F sont dues aux perturbations gravitationnelles provoquées par les deux lunes. NASA/JPL.

de l'interaction avec le satellite Phoebe.

C'est grâce aux sondes *Pionner 11* et *Voyager* que les anneaux F et G ont été découverts. L'anneau F est l'objet de nombreuses études à l'heure actuelle car il exhibe une rotation non-Képlerienne ([Smith et al. \(1982\)](#)). Il est fortement couplé aux satellites Pandore et Prométhée qui orbitent de part et d'autre de cet anneau (voir figure 1.7). Il est situé à 140 000km du centre de Saturne ([Bosh et al. \(2002\)](#)) et est structuré de telle sorte que son épaisseur optique varie entre 0.1 et 2 en son coeur. On suppose qu'il est le siège d'accrétion et de destruction de petits satellites ([Charnoz et al. \(2005\)](#)). L'anneau G quant à lui est bien plus fin optiquement ($\tau < 10^{-6}$ [Orton et al. \(2009\)](#)) et fut initialement découvert par la sonde *Pioneer 11* par la détection de particules chargées concentrées autour de 170 000km ([van Allen et al. \(1980\)](#)).

Enfin, très récemment, [Verbiscer et al. \(2009\)](#) ont observé, à l'aide du télescope spatial *Spitzer*, un anneau extrêmement fin optiquement ($\tau \approx 2 \times 10^{-8}$) situé entre 7.7 et 12.5 millions de kilomètres du centre de Saturne constitué de très fines poussières provenant

Ces 400 années de découvertes successives s'achèvent pour l'instant par l'envoi de la sonde *Cassini*, premier orbiteur dédié à l'étude de ce système.

1.2 Sonde *Cassini*

1.2.1 Présentation générale

Fruit d'une collaboration étroite entre la NASA (National Aeronautics and Space Administration), l'ESA (European Space Agency) et l'ASI (Agenzia Spaziale Italiana), le programme *Cassini-Huygens* fut proposé dans le cadre de la mise en place d'un programme de coopération américano-européen à la suite de la réunion d'un groupe de réflexion composé du "Comité des Sciences de l'Espace de la Fondation Européenne des Sciences" et du "Bureau des Sciences de l'Espace de l'Académie Nationale des Sciences" (USA) en 1982 (Matson et al. (2002)). La mission *Cassini-Huygens* est composée d'un orbiteur placé en orbite autour de Saturne, *Cassini*, auquel est associé un atterrisseur *Huygens*, conçu pour se poser à la surface de Titan. Dotée d'un budget conséquent, proche de 3.3 milliards de dollars (2.6 G\$ pour la NASA, 500M\$ pour l'ESA, 160M\$ pour l'ASI), la mission est considérée comme l'une des plus complexes jamais envoyée pour l'étude du système solaire. Sa construction mobilisa plus de 5000 personnes réparties dans les différents pays contributeurs. Le résultat est impressionnant avec une sonde de 6.7 mètres de haut et de 4 mètres de large pesant au total plus de 5.7 tonnes au décollage (voir figure 1.8).

Il fallut attendre 15 ans, le 15 Octobre 1997, pour voir décoller la fusée Titan IVB/Centaur et ses 1800 tonnes de poussée, de Cap Canaveral en Floride, pour que la sonde *Cassini-Huygens* entame sa mission. Après de multiples survols de la Terre et de Vénus, elle survola Jupiter en 2000 et s'inséra en orbite dans le système de Saturne le 1^{er} Juillet 2004 après avoir parcouru plus de 3.5 milliards de kilomètres (voir figure 1.9 pour le détail de la trajectoire). Sa mission nominale était prévue sur 4 ans, mais fut prolongée pour 2 années supplémentaires (mission équinoxe) puis jusqu'en 2017 (mission solstice).

Successeur des sondes *Voyager*, elle a pour objectifs scientifiques principaux d'accroître notre compréhension du système de Saturne, incluant en particulier Titan et son atmosphère, la magnétosphère de Saturne, les satellites de glace, le système d'anneaux ainsi que l'atmosphère et la structure interne de Saturne. La compréhension des interactions entre tous ces corps est évidemment nécessaire pour mieux appréhender individuellement ces objets. Pour ce faire, la sonde *Cassini* est muni de 12 instruments, en plus de l'atterrisseur *Huygens* dédié à Titan. Ces instruments sont répartis en trois catégories : systèmes micro-ondes, instruments de mesures *in-situ* et senseurs optiques (détaillés dans la section 1.2.3, voir figure 1.10).

1.2.2 Instruments

Les systèmes micro-ondes sont composés du RADAR et du *Radio Science Subsystem* (RSS). L'instrument RSS est utilisé pour communiquer avec la Terre et effectuer des mesures d'occultation radio par les anneaux et par les atmosphères de Saturne et Titan. L'instrument RADAR, quant à lui, fonctionne en mode passif ou actif, ce qui lui permet de traverser l'atmosphère de Titan pour sonder sa surface. Le mode actif permet une mesure de la topographie



FIGURE 1.8 – Photo de la sonde *Cassini* et de l'atterrisseur *Huygens* lors de son chargement sur la plateforme de test (NASA/JPL).

des surfaces des satellites, utilisé principalement pour Titan.

Il existe six **instruments de mesures *in-situ*** dont l'objectif principal est la mesure de champs magnétiques, la détection de particules énergétiques et l'étude des plasmas :

- MIMI (*Magnetospheric Imaging Instrument*)

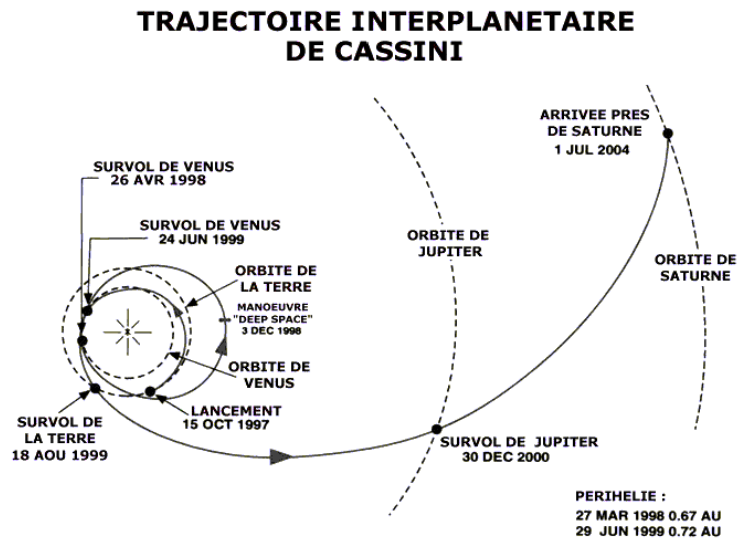


FIGURE 1.9 – Trajectoire de la sonde *Cassini-Huygens* lors de son trajet vers Saturne (NASA/JPL).

Cet instrument détecte les particules énergétiques (atomes, ions, électrons) dont les énergies sont comprises entre 15 keV et 130 MeV. Composé d'un télescope à focalisation magnétique, il est le seul instrument de sa catégorie à permettre d'imager la scène observée.

- CAPS (*Cassini Plasma Spectrometer*)
Cet instrument détecte les particules chargées dont l'énergie est comprise entre 0.7eV/e et 50 000 eV/e de façon à créer des spectres d'énergies.
- CDA (*Cosmic Dust Analyser*)
Le CDA détermine le flux directionnel et la masse des poussières impactant la sonde par mesure des courants induits par ces impacts. Il est capable de mesurer des masses allant de 10^{-16} à 10^{-6} grammes, ce qui contraint les connaissances sur l'environnement en poussière de Saturne.
- MAG (*Dual Technique Magnetometer*)
Mesure du champ magnétique jusqu'à $44\mu T$.
- INMS (*Ion and Neutral Mass Spectrometer*)
Spectromètre de masse ionique et neutre pour des masses comprises entre 1 et 66 unités de masse atomique.
- RPWS (*Radio and Plasma Wave Science*)
Mesure des fréquences des champs électriques et magnétiques sur une plage allant de quelques Hz à quelques MHz. Il peut aussi mesurer la densité de plasma que la sonde traverse.

Toutes les caractéristiques de ces instruments sont issues de [Matson et al. \(2002\)](#).

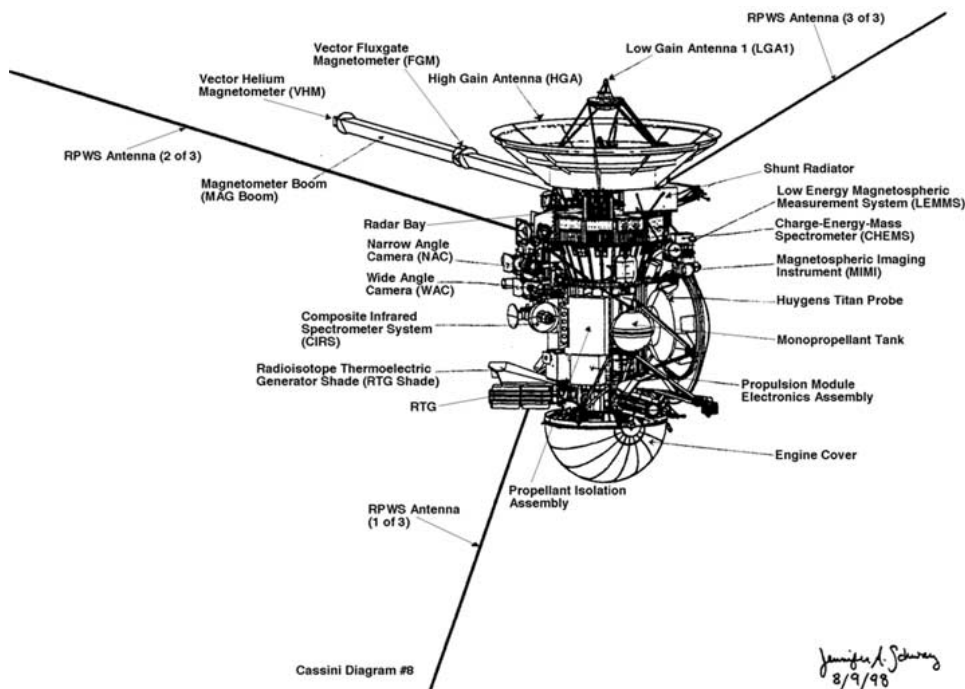


FIGURE 1.10 – Diagramme de la composition instrumentale de la sonde Cassini ([Matson et al. \(2002\)](#)).

Enfin, il existe quatre **capteurs optiques**, auxquels je m'intéresse plus particulièrement et dont je développe la description dans la sous-section suivante.

1.2.3 Capteurs optiques

1.2.3.1 CIRS et UVIS

L'instrument CIRS (*Composite InfraRed Spectrometer*, [Flasar et al. \(2004\)](#)) est un instrument capable d'acquérir les spectres des objets observés sur une plage de longueurs d'onde allant de l'infrarouge au sub-millimétrique ($7\mu\text{m}$ à 1mm). Il est composé d'un interféromètre à polarisation pour les longueurs d'onde comprises entre $17\mu\text{m}$ et 1mm (infrarouge thermique) et d'un interféromètre de Michelson à deux plans focaux pour les longueurs d'onde comprises entre 7 et $17\mu\text{m}$. Il offre une résolution spatiale de 3.9 mrad/pixel pour l'infrarouge thermique et 0.273 mrad/pixel pour l'infrarouge. La résolution spectrale varie entre $50\mu\text{m}$ et 500nm pour l'infrarouge thermique contre 15nm et 60nm dans le proche infrarouge (voir tableau 1.1 pour comparaison avec les autres instruments optiques). Grâce à cette couverture spectrale, les températures des corps du système de Saturne sont accessibles. De plus, les raies d'émission des composés chimiques tels que le méthane, l'éthane, l'eau et une multitude de composés d'hydrocarbures sont visibles dans les spectres, ce qui permet l'étude précise de la composition des atmosphères de Saturne et de Titan.

Outre l'étude des satellites de glace de Saturne, en particulier du pôle sud d'Encelade ([Spencer and Grinspoon \(2007\)](#), [Spencer et al. \(2009\)](#)) ou des anomalies thermiques de Mimas

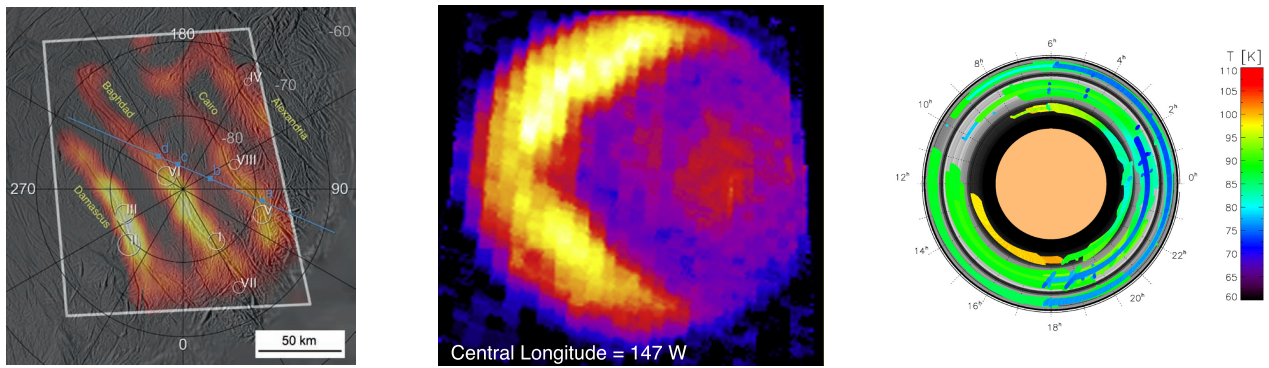


FIGURE 1.11 – À gauche: Cartographie du Pôle Sud d'Encelade vue par *Cassini*. Les contours des couleurs sont donnés par CIRS et indiquent les variations de température sur cette zone. Le trait bleu correspond à la trace de l'occultation d'étoile observée par l'instrument UVIS. Les cercles blancs marquent les régions d'éjection de matière vues par ISS. Figure tirée de [Spencer et al. \(2009\)](#).

Au milieu: Cartographie de Mimas par CIRS. On observe des régions chaudes (à gauche) et des régions froides (à droite) non prévues par la théorie, indiquant une inertie thermique différente sur certaines zones de Mimas. Figure tirée de [Howett et al. \(2011\)](#).

A droite: Cartographie en température des anneaux de Saturne vus par CIRS. Figure tirée de [Leyrat et al. \(2008\)](#).

et Thétys ([Howett et al. \(2011\)](#), [Howett et al. \(2012\)](#)), un des apports majeurs de l'instrument CIRS est la mesure de température du système d'anneaux de Saturne (voir figure 1.11). À l'aide de ces mesures, l'inertie thermique des anneaux a été mesurée en observant l'évolution de la température des anneaux lorsqu'ils passent dans l'ombre de Saturne ([Ferrari et al. \(2005\)](#), [Leyrat et al. \(2008\)](#), [Morishima et al. \(2011\)](#)). L'inertie thermique des anneaux est intimement liée à la structure de l'anneau, des particules et du régolithe recouvrant ces particules. C'est pourquoi, par le biais de cette observable, des contraintes sur ces trois échelles ont émergées ([Ferrari and Reffet \(2013\)](#), [Morishima et al. \(2010\)](#), voir discussion chapitre 9).

Bien que nous n'utilisions pas directement les données CIRS, les comparaisons avec les études effectuées à l'aide de cet instrument sont extrêmement utiles et complémentaires, la physique mise en jeu n'étant pas la même (photométrie pour nous, transfert thermique pour CIRS). Un autre instrument dont nous n'utiliserons pas les données directement est primordial pour notre étude, l'instrument UVIS.

L'instrument UVIS (*UltraViolet Imaging Spectrograph* ([Esposito et al. \(2004\)](#))) est un spectrographe à deux canaux couvrant un spectre allant de 50 à 190nm pour une résolution spectrale allant de 2.75 à 25Å et une résolution spatiale de 6mrad/pixel. Outre les mesure du rapport de deutérium sur hydrogène dans les atmosphères de Saturne et Titan, l'intérêt majeur d'UVIS pour l'étude des anneaux est la mesure par occultation d'étoile, de l'épaisseur optique des anneaux (donnant accès à l'épaisseur optique normale de ces structures). La figure 1.18 a été produite grâce à cet instrument en comparant le flux provenant de l'étoile avant et pendant la traversée des anneaux (voir section 1.3). La connaissance de l'épaisseur optique des anneaux est primordiale pour notre étude, la photométrie des anneaux étant intimement corrélée à cette grandeur (voir chapitre 4). Ces valeurs d'épaisseur optique seront réutilisées dans notre étude comme seule connaissance *a priori* sur la structure de l'anneau. Enfin, même si dans l'immédiat cette information n'est pas critique pour nous, c'est grâce à cet instrument que l'on a découvert l'existence d'une population de corps évoluant au sein des anneaux (nommé "*propellers*"), ne

laissant qu'une trace de quelques centaines de mètres dans les anneaux (les "ghost", voir Baillie (2011), Baillié et al. (2013)).

1.2.3.2 ISS



FIGURE 1.12 – Photographies des instruments NAC et WAC. Images tirée du Porco et al. (2004).

L'instrument ISS (*Imaging Science System*, Porco et al. (2004)) est l'instrument imageur de la sonde *Cassini* par lequel les images les plus spectaculaires du système de Saturne ont été prises. Couvrant l'ensemble du spectre électromagnétique visible (380nm à 1.1 μ m) pour une résolution angulaire allant de 6 à 59 μ rad/pixel, cet instrument est composé de deux imageurs CCD donnant des images 1024 \times 1024 pixels au maximum. La NAC (*Narrow Angle Camera*) possède la résolution angulaire la plus élevée mais aussi le plus petit champ de vue (voir tableau 1.1), ainsi qu'un système de deux roues à filtres permettant de filtrer en partie les différentes longueurs d'onde du spectre de sensibilité de l'instrument et deux filtres à polarisation. Pour notre étude d'Encelade (voir partie III) nous n'utiliserons que le filtre CLR-GRN (signifie CLEAR et GREEN centré à 568nm pour une largeur de filtre de ± 70 nm) de la NAC. La WAC (*Wide Angle Camera*) quant à elle possède une résolution plus faible que la NAC mais un champ de vue plus grand, ainsi qu'un système de deux roues à filtres similaire à la NAC. Dans notre étude des anneaux (voir partie IV), nous n'utiliserons pas les filtres et ne travaillerons qu'en CLR-CLR (CLEAR-CLEAR soit de 380nm à 1050nm). Les données brutes que nous téléchargeons directement sur le site PDS¹ nous donnent le flux reçu en unités digitales codé en 8 bits pour chaque pixel de l'image. Nous détaillerons dans le chapitre 7 les procédures d'étalonnage et de navigation nécessaire à l'utilisation de ces données.

L'instrument ISS a permis, en plus de la cartographie précise de la majorité des lunes du système de Saturne (Roatsch et al. (2008)), de détecter les geysers d'Encelade (voir figure 1.15, Porco et al. (2006)), les lunes évoluant à l'intérieur des anneaux (Porco et al. (2005)) et à l'aide de sa résolution spatiale élevée d'améliorer la précision des comptages de cratères, seul moyen à l'heure actuelle d'évaluer l'âge relatif des surfaces observées (une datation absolue *in situ* n'étant pas possible, Kirchoff and Schenk (2009)).

1. <http://pds-rings.seti.org/search>

1.2.3.3 VIMS

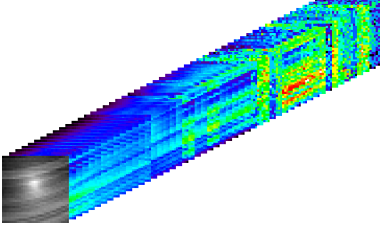


FIGURE 1.13 – Découpage du cube VIMS CM_1543793454_1 pour cinquante longueurs d'ondes du spectre allant de $350\mu\text{m}$ à $5.1\mu\text{m}$.

L'instrument VIMS (*Visible and Infrared Mapping Spectrometer* [Brown et al. \(2004\)](#)) est un instrument hyperspectral (spectre pour chaque pixel de l'image). Jouissant d'une sensibilité dans tout le spectre visible et proche infra rouge (350nm jusqu'à $5.1\mu\text{m}$), il est capable d'imager les différents corps du système de Saturne sur 356 canaux spectraux pour une taille d'image allant jusqu'à 64×64 pixels (résolution angulaire de $500\mu\text{rad}/\text{pixel}$), créant ainsi des cubes de données (chaque plan est composé d'une image 64×64 correspondant à une longueur d'onde des 356 canaux (voir figure 1.13)). Cet instrument est composé de deux canaux différents, l'un pour le visible ($350\text{nm} - 1\mu\text{m}$) et l'autre

pour le proche infrarouge ($850\text{nm} - 5.1\mu\text{m}$). Le recouvrement entre les deux canaux permet de vérifier la compatibilité des deux canaux. Il existe un décalage entre l'étalonnage spectral et spatial du canal visible et celui de l'infrarouge, non résolu pour le moment. Pour notre étude, un des objectifs étant notamment d'identifier la composition des anneaux, l'utilisation du canal infrarouge suffira (voir chapitre 8). Par conséquent, aucune donnée du canal visible ne sera utilisée dans ce travail. Les objectifs scientifiques associés à cet instrument sont principalement l'identification de la composition des surfaces des satellites et des anneaux, l'étude de l'atmosphère de Saturne et Titan et l'imagerie de la surface de Titan. Il est aussi possible d'observer des occultations d'étoiles avec VIMS et de déterminer l'épaisseur optique des anneaux de Saturne de la même manière qu'UVIS.

	Résolution angulaire	Couverture spectrale	Échantillonnage spectral	Largeur de bande d' un canal	Nombres de pixels maximum	Champ de vue intégré
UVIS EUV	1mrad	$56.3 - 118.2\text{nm}$	2.75\AA	-	1024×64	$3.4^\circ \times 0.06^\circ$
UVIS FUV	0.75mrad	$111.5 - 191.2\text{nm}$	2.75\AA	-	1024×64	$2.6^\circ \times 0.04^\circ$
ISS NAC	$6\mu\text{rad}$	$200\text{nm} - 1.050\mu\text{m}$	—	$\approx 150\text{nm}$	1024×1024	$0.35^\circ \times 0.35^\circ$
ISS WAC	$59.7\mu\text{rad}$	$380\text{nm} - 1.050\mu\text{m}$	—	$\approx 150\text{nm}$	1024×1024	$3.5^\circ \times 3.5^\circ$
VIMS VIS	$500\mu\text{rad}$	$0.35 - 1.0\mu\text{m}$	7.3nm	$\approx 10\text{nm}$	64×64	$1.8^\circ \times 1.8^\circ$
VIMS IR	$500\mu\text{rad}$	$0.85 - 5.1\mu\text{m}$	16.6nm	$\approx 10\text{nm}$	64×64	$1.8^\circ \times 1.8^\circ$
CIRS NEAR-IR	$273\mu\text{rad}$	$7 - 17\mu\text{m}$	-	$15 - 60\text{nm}$	-	$0.15^\circ \times 0.15^\circ$
CIRS FAR-IR	$3900\mu\text{rad}$	$17 - 1000\mu\text{m}$	-	$500 - 5000\text{nm}$	-	$0.22^\circ \times 0.22^\circ$

TABLE 1.1 – Tableau récapitulatif des caractéristiques des instruments UVIS, ISS, VIMS, et CIRS ([Esposito et al. \(2004\)](#) , [Porco et al. \(2004\)](#), [Brown et al. \(2004\)](#), [Flasar et al. \(2004\)](#)).

1.3 État des connaissances actuelles du système de Saturne

À l'heure actuelle, nos connaissances sur la structure du système de Saturne sont très bien représentées par la figure 1.14. Ce système est composé de Saturne, corps central dont la masse est estimée à 5.68×10^{26} kg (Jacobson et al. (2006)) et dont le rayon est évalué à 60 330 km (Kliore et al. (1980)), d'un système d'anneaux divisé en 8 anneaux (anneaux principaux A, B et C, anneaux diffus D, E, F, G et H) dont la masse minimale est estimée à quelques fois la masse de Mimas, soit $\approx 10^{19}$ kg (Esposito et al. (1983b)), concentrée principalement dans l'anneau B et de 53 satellites confirmés dont la masse est comprise entre 1.34×10^{23} kg pour Titan (Jacobson et al. (2006)) à 3×10^{10} kg pour Égéon (Hedman et al. (2010)) et de diamètre compris entre 5 149 km et 500 m pour ces mêmes corps (Zebker et al. (2009)).

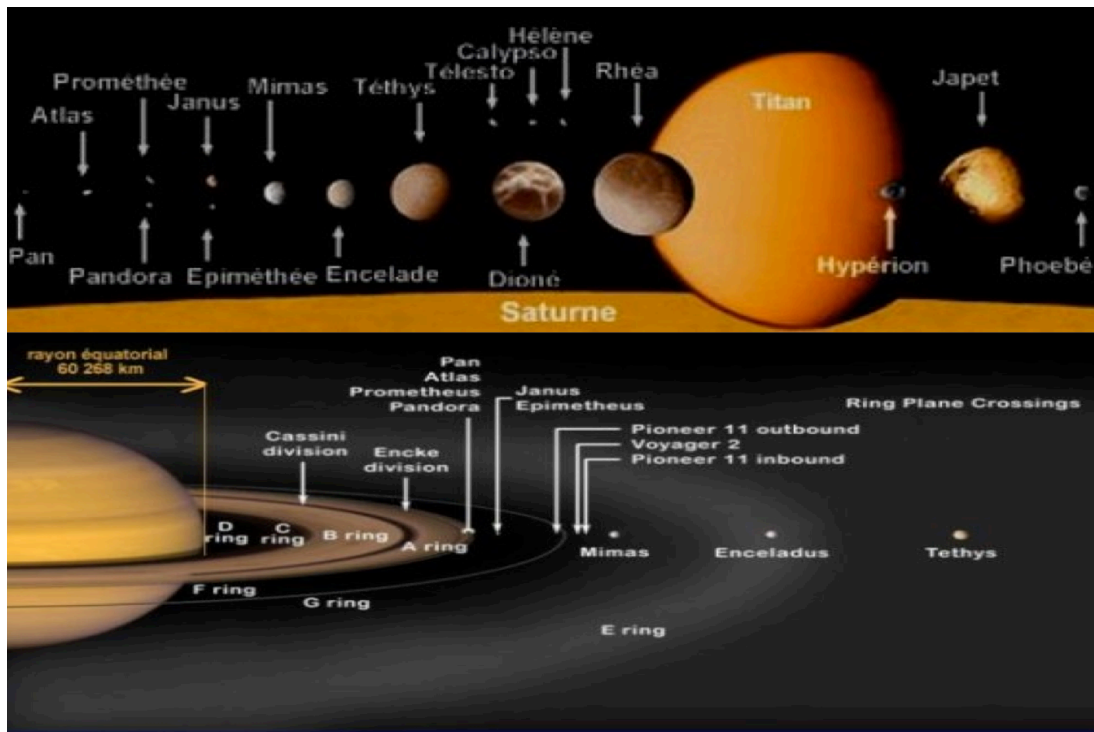


FIGURE 1.14 – Schéma de la structure du système de Saturne. Source NASA/JPL.

Il n'est pas question ici de faire un catalogue exhaustif des connaissances accumulées sur chaque corps du système de Saturne, par ailleurs très bien résumées dans l'article de Dougherty et al. (2009)). Je me concentrerai sur l'état des connaissances que nous avons sur deux corps :

Encelade et les anneaux principaux (A, B et C), deux sujets principaux de ma thèse.

Encelade :

Encelade, petite lune de 252km de rayon (Thomas (2010)), probablement différenciée (Schubert et al. (2007)), est connue pour sa probable activité géologique récente depuis les missions *Voyager*. Ces théories se sont vues confirmées en 2006 (Porco et al. (2006)) lorsque des éjections de matière au pôle sud de cette lune ont été observées par l'instrument ISS, dont les sources probables sont localisées sur les "Tiger Stripes", longues fractures parallèles centrées sur le pôle sud (voir images 1.15).

Qu'un corps glacé si petit soit actif encore aujourd'hui est unique dans le système solaire (Spencer et al. (2009)). Des contraintes assez fortes sur la composition du matériau et l'énergie libérés par ce mécanisme ont été fournies par les observations. La matière éjectée (200kg.s^{-1}) est composée en majorité d'eau, de diazote ou d'éthane, de dioxyde de carbone, de méthane et d'ammoniac. Elle fournit ainsi l'anneau E en grains de taille micronique qui en retour peuvent recouvrir en partie la surface d'Encelade (Kempf et al. (2010)), ce qui explique son albédo si fort (grains de régolithe frais). L'énergie qui s'échappe des Tiger Stripes est évaluée à environ 6 GW. Le mécanisme permettant de libérer autant d'énergie de manière continue n'est toujours pas compris. Pour l'instant, les modèles postulent une évacuation cyclique de cette énergie sur des constantes de temps de quelques millions d'années (Tobie et al. (2008)), la source principale étant probablement les forces de marée causées par la résonance 2:1 avec le satellite Dione.

Néanmoins, malgré cette résonance, les modèles numériques n'expliquent une telle activité que par la présence combinée d'un océan interne proche du coeur d'Encelade (coeur dont la taille est estimée à environ 160km de rayon (Schubert et al. (2007)), et d'une hétérogénéité de viscosité située au pôle sud (Tobie et al. (2008)). Ainsi, l'énergie due aux forces de marée est focalisée sur les Tiger Stripes, rendant plus ductile la glace et permettant l'existence de geysers uniquement situés sur cette région du satellite. L'hypothèse d'un réservoir d'eau liquide proche de la surface est encore débattue (Spencer et al. (2009)). Ce satellite a été l'objet de nombreuses études, néanmoins certaines de ses propriétés mécaniques restent inconnues pour l'instant. Nous verrons dans la section suivante (1.4) les motivations qui nous poussent à poursuivre l'étude de ce corps.

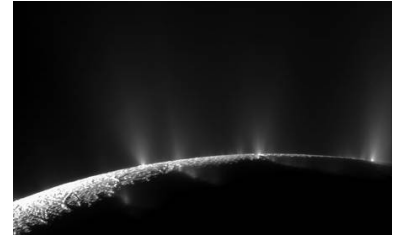


FIGURE 1.15 – Image des geysers d'Encelade. Source NASA/JPL/CICLOPS.

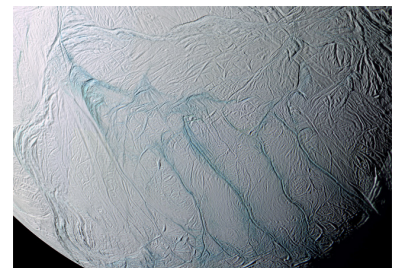


FIGURE 1.16 – Image du pôle sud d'Encelade et des Tiger Stripes (Griffes du Tigre). Source NASA/JPL/CICLOPS.

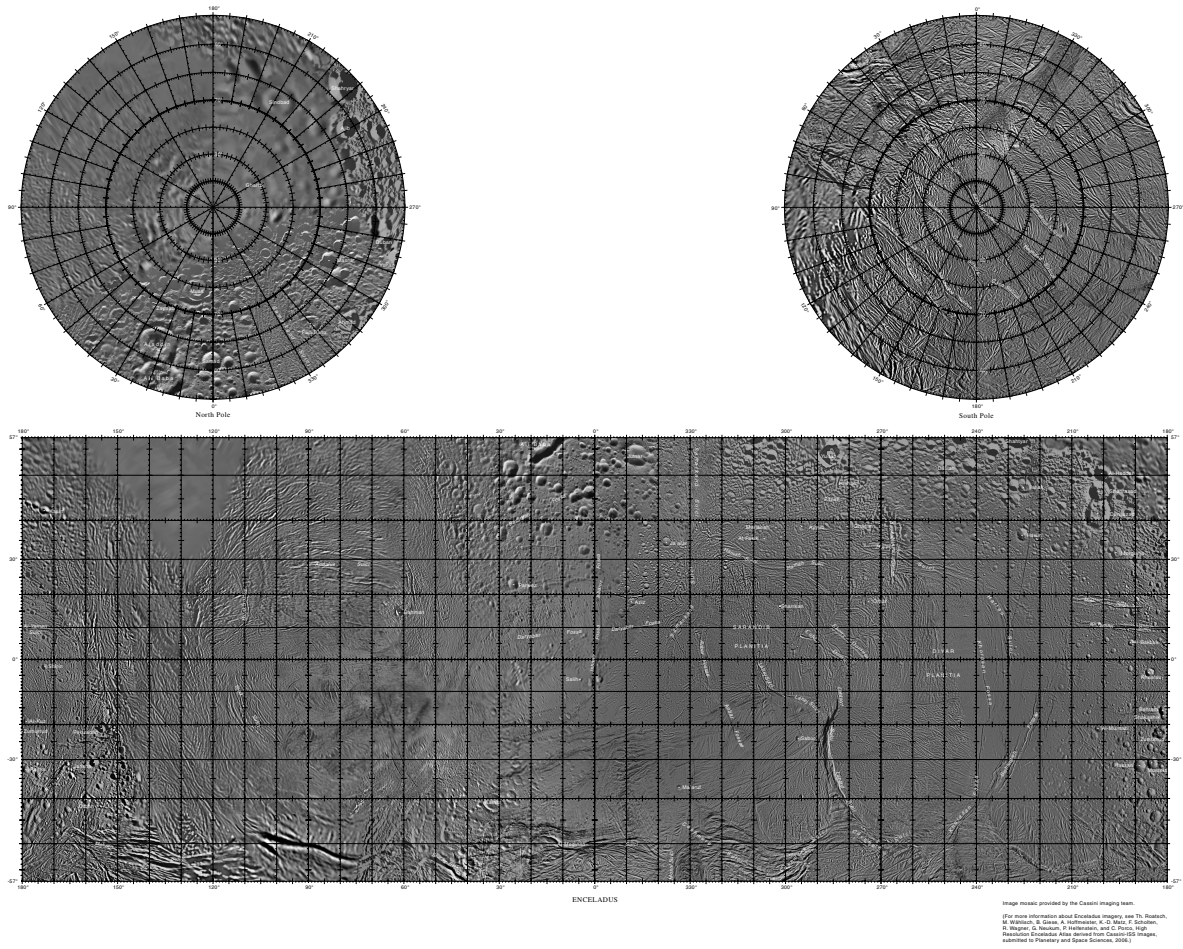


FIGURE 1.17 – Planisphère et vues polaires d’Encelade vu par la sonde *Cassini*. Figure tirée de [Roatsch et al. \(2008\)](#).

Anneaux principaux :

Structure :

Malgré la grande réussite de la sonde *Voyager 2* et les multiples observations effectuées durant son survol du système de Saturne ([Smith et al. \(1982\)](#)), il était nécessaire d’envoyer une sonde dédiée à l’étude du Système et en particulier aux anneaux. En effet, du fait des forts angles d’émergence de la sonde *Voyager 2* (angle entre la direction d’observation et la normale aux anneaux), la détermination de l’épaisseur optique normale des anneaux, notamment pour des anneaux B et A, n’a pas été possible. Pour effectuer ces mesures, la méthode la plus utilisée est d’observer une occultation d’étoile. Le rapport entre l’intensité lumineuse de l’étoile (I_0) et celle observée à travers les anneaux (I) est directement liée à l’épaisseur optique des anneaux selon la formule (voir section 3.1.1 pour plus de précisions):

$$I = I_0 \exp(-\tau_{eff}) \quad (1.1)$$

L'épaisseur optique effective étant définie comme $\tau_{eff} = \frac{\tau}{\cos(e)}$, où 'e' est l'angle d'émergence. Plus 'e' est élevé (on regarde les anneaux en se rapprochant de la tranche) plus l'épaisseur optique effective augmente et I diminue. Ainsi, la limite de sensibilité de l'instrument d'observation empêche de mesurer l'épaisseur optique normale si cette dernière ainsi que l'angle d'émergence sont trop élevés. Or c'est l'épaisseur optique des anneaux qui, indirectement, donne accès à la masse de ces derniers, pour l'instant mal connue.

Grâce à la sonde Cassini, des angles d'émergence bien plus faibles sont atteints ce qui permet de mesurer des épaisseurs optiques normales beaucoup plus élevées. À l'heure actuelle, la carte d'épaisseur optique des anneaux la plus précise a été obtenue par l'instrument UVIS (voir section 1.2, Colwell et al. (2009)). Le résultat est visible sur la figure 1.18.

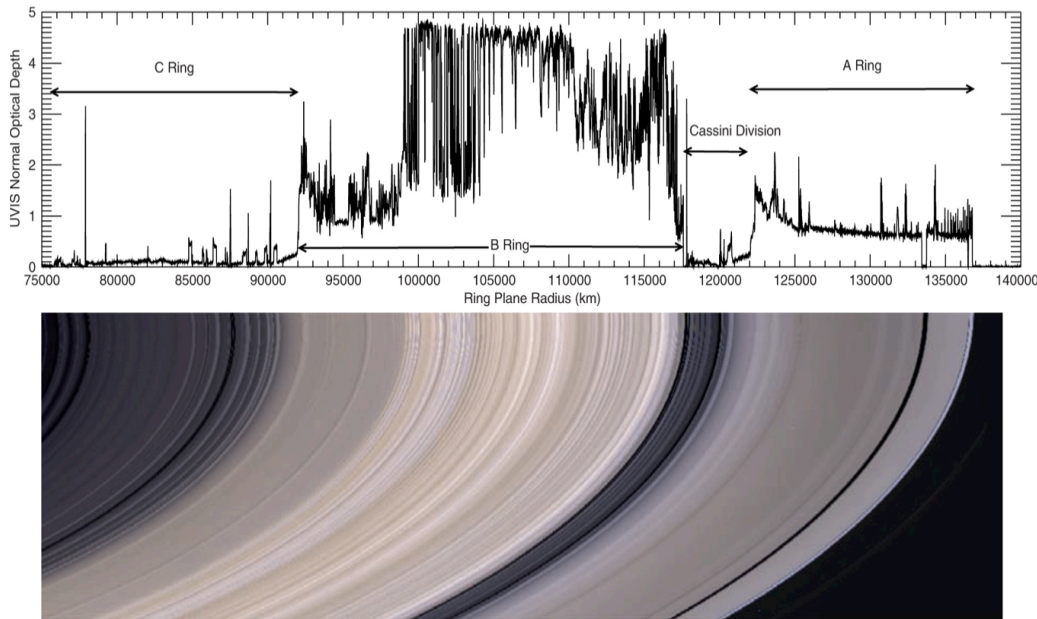


FIGURE 1.18 – Épaisseur optique des anneaux en fonction de la distance au centre de Saturne pour une résolution d'un kilomètre; En dessous, image des anneaux ISS correspondant à l'échelle de distance. Figure tirée de Colwell et al. (2009).

Les anneaux A, B, et C sont reconnaissables par leur épaisseur optique moyenne, respectivement comprise entre 0.8 et 2, 2 et 5 et quelques dixièmes pour les plateaux de l'anneau C. Nous détaillerons plus précisément ces structures dans le chapitre 8. Il est important de noter que, malgré les faibles angles d'émergence atteints par la sonde *Cassini*, la sensibilité de l'instrument UVIS n'est pas suffisante pour mesurer l'épaisseur optique normale des zones les plus denses de l'anneau B. Les valeurs indiquées sont donc des bornes inférieures.

On remarque sur cette figure que les anneaux sont extrêmement structurés. De plus au sein de ces anneaux existent de fortes hétérogénéité créées par différents mécanismes (voir figure 1.19):

- **Ondes spirales de densité (Spiral Density Waves):**

Les particules d'anneaux évoluent dans le potentiel gravitationnel de Saturne. La présence d'un satellite en orbite autour de la planète perturbe ce potentiel. La non-sphéricité de Saturne (aplatissement aux pôles), implique que les orbites elliptiques

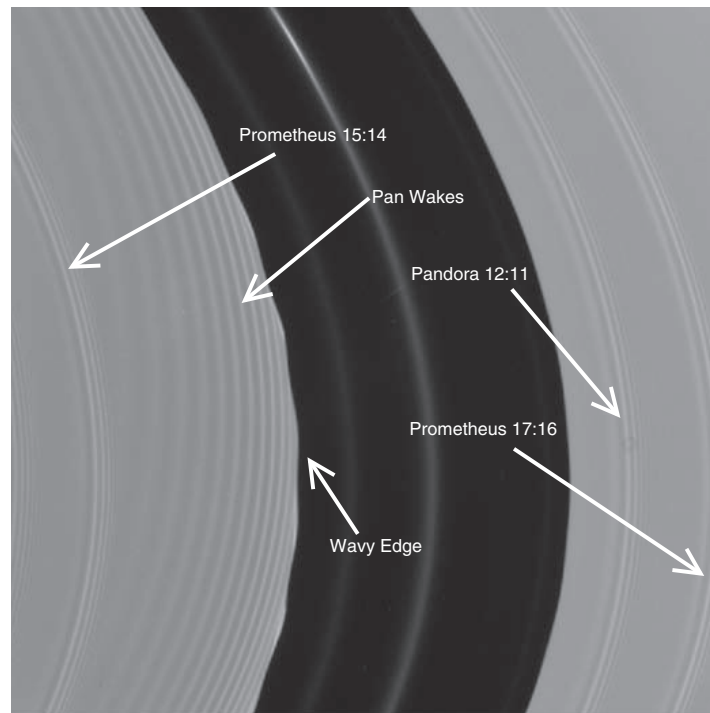


FIGURE 1.19 – Division de Encke (320km de large) imagée par la sonde *Cassini* lors de son insertion dans le système de Saturne. Le bord interne de cette division est perturbée par le sillage du satellite Pan, et plus en profondeur par une onde de densité liée à Prométhée. D'autres ondes sont observables sur le bord extérieur de la division. Figure issue de [Colwell et al. \(2009\)](#).

d'une particule d'anneau et du satellite précèdent chacune selon une période dite "épicyclique". De plus, les orbites de ces corps peuvent être inclinées par rapport au plan équatorial de Saturne, cette inclinaison variant selon une fréquence dite de "nutation". À chaque révolution de la particule d'anneau, l'influence du satellite sera la plus forte lorsque la particule sera la plus proche du satellite. L'effet moyen du satellite sur la particule d'anneau est non nul lorsque le potentiel perturbateur est une combinaison linéaire des fréquences de moyen mouvement, de précession et de nutation de la particule et du satellite. On parle alors de résonance. Un type particulier de résonance est celle dite de Lindblad interne. Dans ce cas, le potentiel perturbateur est une combinaison linéaire des fréquences de moyen mouvement des deux corps et de l'excentricité de la particule. Ces fréquences étant différentes pour des particules d'anneaux situées à des distances différentes de Saturne (mouvement Keplerien), la longitude dans les anneaux à laquelle les particules sont en résonance avec le satellite varie, ce qui crée une accumulation de trajectoires de particules dessinant ainsi des "bras" de densité (voir figure 1.20). La majeure partie des résonances de Lindblad forment des ondes qui se propagent vers l'extérieur de l'anneau (sans transport de matière). Il existe une infinité de résonances dans les anneaux, mais seules celles de petits ordres, telles que celles de Lindblad, ont un effet visible sur la structure macroscopique des anneaux.

- **Ondes spirales de courbure (Spiral Bending Waves):** De la même manière que pour les ondes de densité, si le potentiel perturbateur est cette fois une combinaison

linéaire des fréquences de moyen mouvement et de nutation, les ondes créées sont verticales. Elles forment les ondes spirales de courbure. En règle générale, elles se propagent vers l'intérieur de l'anneau.

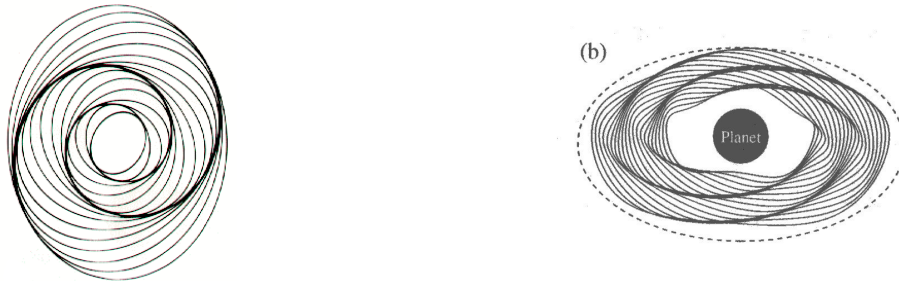


FIGURE 1.20 – Illustration d'une onde spirale de densité et d'une onde de courbure se développant au sein d'un anneau respectivement figure de gauche et figure de droite. Ces schémas sont issus du [Murray and Dermott \(1999\)](#).

- **Sillage d'auto gravité (Self-Gravity Wakes):** Les particules d'anneaux ont tendance à s'agglomérer entre elles par attraction gravitationnelle tandis que l'agrégation de particules est bloquée par cisaillement Keplérien du fait de la rotation différentielle des particules autour de Saturne. La compétition entre ces deux effets permet tout de même la création de structures éphémères nommées "self gravity wakes". Elles se caractérisent par un agencement en bandes dont la longueur caractéristique a été évaluée à une centaine de mètres dans l'anneau B ([Colwell et al. \(2007\)](#)) et quelques dizaines de mètres dans l'anneau A ([Colwell et al. \(2009\)](#)).
- **Sillage de satellites (Satellites Wakes):** Un satellite présent à l'intérieur des anneaux crée, par interaction gravitationnelle avec les particules, un sillage dans les anneaux. Si une particule s'approche du satellite, alors son orbite, notamment son excentricité, est perturbée. Ainsi, un vide est créé en aval de l'orbite du satellite. Il se résorbe par collisions successives et interaction gravitationnelle entre les particules sur quelques oscillations, traçant ainsi un sillage. Ces sillages sont présents principalement dans l'anneau A (vide de Keeler et vide de Encke créés respectivement par les lunes Daphnée et Pan). La présence de lunes en formation au sein des anneaux, n'ayant pas encore ouvert de vide le long de leurs trajectoires, est par ailleurs détectée grâce à l'observation de sillages (voir [Baillié et al. \(2013\)](#)). Ces corps ayant des dimensions très faibles (de l'ordre de quelques dizaines de mètres), l'effet sur la photométrie des anneaux hôtes est amplement négligeable.

Composition physique:

En plus d'une meilleure connaissance de ces phénomènes physiques, nous savons désormais que les anneaux sont constitués d'une multitude de particules (ce qu'avait bien prédit Maxwell), dont les tailles sont comprises entre le centimètre et la dizaine de mètres pour les plus grosses.

Pour arriver à ce résultat, deux instruments sont nécessaires. D’une part l’instrument radio RSS : Il fait office de sources radio multi-longueurs d’onde. Ces ondes lorsqu’elles sont émises vers la Terre, sont diffractées par les anneaux. Ainsi, en mesurant les lobes de diffraction dû aux anneaux depuis la Terre, il est possible d’en déduire l’épaisseur optique des anneaux ainsi que la distribution de taille de particules les composants (les résultats sont synthétisés dans le tableau 1.2). Néanmoins, du fait de la longueur d’onde utilisée par RSS, cette méthode n’est pas sensible aux poussières micrométriques. C’est pour cette raison que l’instrument VIMS est nécessaire. En effet, cet instrument, par mesure d’occultation d’étoile, peut lui aussi mesurer l’épaisseur optique des anneaux (voir 1.2.3.3). La seule différence avec RSS est que la mesure d’épaisseur optique fait par VIMS, du fait des longueurs d’ondes auxquelles il est sensible, est impacté par la présence de poussières micrométriques. Or les mesures effectuées par VIMS sont identiques à celle effectuées par RSS ce qui signifie qu’il n’existe pas de composante de poussière dans les anneaux principaux (ce n’est pas le cas pour l’anneau E par exemple). Cette information est primordiale pour notre étude, le comportement photométrique des poussières étant sensiblement différent de celui des particules d’anneaux aux longueurs d’onde d’observation des instruments ISS et VIMS.

Anneaux	Distance à Saturne (en km)	q	a_{min} (en cm)	a_{max} (en m)
C	74490 – 91983	3.1	1	10
B	91983 – 117516	2.75	30	20
Division Cassini	117516 – 122053	2.75	0.1	20
A intérieur	122053 – 133423	2.75	30	20
A extérieur	133423 – 136774	2.9	1	20

TABLE 1.2 – Récapitulatif des distribution de tailles de particules dans les anneaux principaux (Cuzzi et al. (2009)). La distribution de taille de particules suit une loi de puissance de la forme : $n(a) = n_0(a/a_0)^{-q}$ où $n(a)$ est le nombre de particules de rayon a et n_0 le nombre de particules de rayon arbitrairement choisi a_0 .

Composition chimique :

À l’aide des instruments spectroscopiques tels qu’UVIS et VIMS, la mission Cassini a permis de contraindre fortement la composition chimique des particules d’anneaux. Les études photométriques telles que Poulet et al. (2003), Nicholson et al. (2008), Filacchione et al. (2012) et Hedman et al. (2013) montrent que la surface de ces particules est majoritairement composée de glace d’eau cristalline (de 90% à presque 100% selon les études) et de composés minoritaires. Ces composés minoritaires sont supposés être de deux sortes : un contaminant qui absorbe la lumière sur une large plage de longueur d’onde et un qui n’absorbe qu’à faible longueur d’onde, notamment dans l’UV. Il est admis par la communauté que les tholins et le carbone amorphe sont probablement les composés du premier type de contaminant du fait de leurs propriétés d’absorption en particulier dans l’infrarouge tandis que le débat reste ouvert quant au deuxième type de contaminants même si l’hypothèse de nano-particules d’oxyde de Fer semble se dégager comme étant le plus probable (Clark et al. (2012)). La façon dont ces composés sont mélangés au sein des particules d’anneaux reste incertaine. Il en est de même pour la taille des grains de régolithe recouvrant les particules d’anneaux, allant de quelques micromètres (Nicholson et al.

(2008)) à plusieurs centaines de micromètres en fonction des études (Morishima et al. (2011), Poulet et al. (2003))

La distribution des ces contaminants n'est pas la même selon les anneaux. Les tendances observées dans les différents articles montrent que le contaminant de premier type est plus concentré dans l'anneau C que dans les anneaux A et B tandis que le contaminant de deuxième type est homogénéiquement répartis dans ces trois anneaux.

1.4 Problématique photométrie multi-échelle/ Lune de glace/ Anneaux

1.4.1 Théories de formation des lunes de glaces

1.4.1.1 Modèle classique

Le modèle classique de formation des satellites de Saturne, bien que de nombreux aspects soient encore débattus, a pour l'instant la préférence de la communauté (Johnson and Estrada (2009)). L'idée principale de ce modèle est d'expliquer la présence des satellites (et des anneaux) comme étant les résidus du disque circum-planétaire de Saturne lors de sa formation dans le disque proto-planétaire. Une fois le gaz disparu (ou presque disparu), les embryons de lunes, mélange de glace, de silicates et de composés mineurs, s'agrègent jusqu'à former des corps indifférenciés (pas de structure interne en couches). Ces corps une fois formés évoluent jusqu'aux objets que l'on voit actuellement, décrits dans le chapitre 1, différenciés pour une partie d'entre eux, exhibant des structures, des surfaces, des orbites et des périodes de rotation différentes les unes des autres. Entre ces deux moments, les corps ont donc évolué sous l'effet de trois sources d'énergies principales (Matson et al. (2009)) :

- Le réservoir d'énergie due à la contraction gravitationnelle de la lune
- La chaleur dégagée par les éléments radioactifs emprisonnés à l'intérieur du satellite
- Le chauffage par effet de marées par interactions multiples avec Saturne, les anneaux, les autres lunes du système.

Les deux premiers réservoirs d'énergie sont intimement liés à la masse de l'objet. Plus un corps est massif, plus l'énergie gravitationnelle emmagasinée lors de sa formation est importante. De même, plus un corps est massif, plus la quantité d'éléments radioactifs à courte et longue vies (SLRI et LLRI pour Short-Lived Radioactive Isotopes et Long-Lived Radioactive Isotopes) est importante. Selon les demi vies de ces éléments, l'énergie est libérée sur des durées allant de quelques millions d'années (pour les SLRI) à quelques milliards d'années (pour les LLRI). La dissipation d'énergie est proportionnelle à la surface du corps tandis que ces réservoirs d'énergie sont proportionnels à son volume. Ainsi, les corps plus petits se refroidissent plus rapidement jusqu'à devenir inactifs (c'est le même mécanisme qui fait que Mars est géologiquement morte et pas la Terre).

L'activité géologique manifeste d'Encelade par exemple n'est pas compréhensible dans le cadre de ce modèle si l'on ne fait pas appelle au troisième réservoir d'énergie, les effets de marée. En fonction de l'inclinaison et de l'excentricité de l'orbite d'un satellite et des résonances associées, il est en effet possible de libérer une grande quantité d'énergie dans ce corps ce qui

lui permet d'initier des mécanismes tels que le re-surfage ou la tectonique.

Le problème majeur de ce modèle est sa difficulté à expliquer la présence de corps jeunes tels que les petites lunes internes (Janus, Épiméthée, Prométhé, Pandora et Atlas) dont l'âge estimé n'est que de quelques dizaines de millions d'années (Canup (2010)). Le disque circumplanétaire ayant disparu très tôt après la naissance du système, il n'existe pas suffisamment de matériau pour les former.

1.4.1.2 Modèle de Charnoz (Charnoz et al. (2010), Charnoz et al. (2011), Crida and Charnoz (2012))

Le modèle de Charnoz (Charnoz et al. (2010), Charnoz et al. (2011), Crida and Charnoz (2012)), basé sur des simulations numériques d'étalement visqueux des anneaux, propose un mode de formation qui diffère du modèle classique. L'idée est qu'une fois passée la limite de Roche, les particules d'anneaux peuvent s'agréger et former des proto-lunes qui, par transfert de moment cinétique avec les anneaux, s'écartent progressivement de leur position initiale.

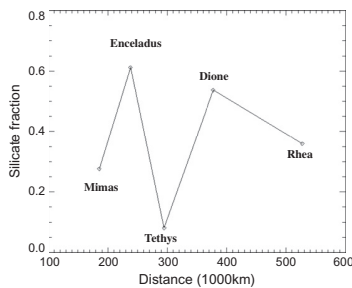


FIGURE 1.21 – Fraction massique de silicates pour Mimas, Encelade, Dione et Rhéa. Fractions calculées pour $\rho_{\text{glace}} = 930 \text{ kg.m}^{-3}$ et $\rho_{\text{silicate}} = 3\,000 \text{ kg.m}^{-3}$. Figure tirée de Charnoz et al. (2011).

Ce modèle est capable de reproduire la distribution de masse des lunes en fonction de la distance à Saturne observée dans le système actuellement, ceci pour les petites lunes internes (Janus, Épiméthée, Prométhé, Pandora et Atlas), mais aussi pour les satellites de moyennes tailles (Mimas, Encelade, Thetys, Dione et Rhéa), moyennant un fort coefficient de dissipation dans Saturne (ce qui a été confirmé par la suite par Lainey et al. (2012)).

Dans l'hypothèse où l'origine des anneaux de Saturne est due à la dislocation par effet de marées d'un corps pré-différencié dont la masse devrait être proche de celle de Titan lors de son approche de Saturne, ce modèle prédit que les parties silicatées des anneaux agrègent de la glace jusqu'à former des proto-lunes d'ores et déjà différenciées sans la nécessité du chauffage radiogénique du modèle classique. Ce nouveau mode de formation est extrêmement intéressant pour deux raisons principales. Premièrement, il explique pourquoi les anneaux de Saturne sont si pauvres en silicates (Cuzzi et al. (2010)). De plus il explique la grande variété de fraction massique de silicate observée dans les satellites de glace du Système (voir figure 1.21) et la distribution en masses croissantes des lunes du système de Saturne en fonction de la distance à Saturne.

Bien que de nombreuses questions surgissent pour comprendre dans le détail les implications de ce modèle, notamment l'origine d'un tel corps pré-différencié si jeune dans l'histoire du système solaire (voir discussion du chapitre 7), il est possible de tester une des prédictions de ce nouveau mécanisme. En effet, la création de lunes différenciées dès le début de leur histoire implique que ces corps aient des propriétés rhéologiques similaires puisque toutes leurs croûtes sont nécessairement constituées de glace d'eau. Par conséquent, l'étude des propriétés mécaniques des lunes de glace de ce système nous permet de donner une contrainte sur les modèles de formation du système dans son ensemble. Si un corps a des propriétés différentes de celles des autres lunes, alors le modèle de Charnoz ne l'explique pas au contraire du modèle classique.

Or, aux vues de l'activité géologique particulière d'Encelade et de sa viscosité supposée ([Passey \(1983\)](#)), si un corps est probablement différent des autres, ça doit être lui. C'est pour cette raison que nous l'étudierons avec attention.

1.4.1.3 Paradoxe de l'âge des anneaux

Le paradoxe de l'âge des anneaux est un problème récurrent mis en évidence par les sondes *Voyager*, résumé dans l'article [Charnoz et al. \(2009\)](#). La nécessité de connaître l'âge des anneaux est particulièrement importante pour contraindre les modèles de formation du système entier. En effet, le système d'anneaux de Saturne étant particulier dans notre système solaire (et dans les exo-systèmes jusqu'à présent), il est essentiel de préciser si cette structure est inhérente à la formation des planètes géantes et de trouver un mécanisme pour expliquer sa disparition pour Jupiter, Uranus et Neptune, ou bien si cette structure est propre à Saturne, et donc trouver un mécanisme de formation suffisamment rare pour qu'il n'ait eu lieu qu'une seule fois dans notre système solaire. Or, d'après [Goldreich and Tremaine \(1982\)](#), un anneau, confiné par des satellites ou non, s'étalerait jusqu'à disparaître en quelques centaines de millions d'années. Par conséquent, dans l'hypothèse où toutes les planètes géantes possédaient un système d'anneaux semblable à celui de Saturne dès leur formation, on comprend pourquoi on ne retrouve pas de tels systèmes autour de Jupiter, Uranus ou Neptune. Cependant, ce mécanisme affaiblit fortement l'hypothèse d'anneaux âgés autour de Saturne. Il faut faire appel à un mécanisme de recyclage ou de conservation de cet anneau extrêmement efficace pour lequel aucun scénario n'est satisfaisant à l'heure actuelle. D'autres indices sont en faveur de la théorie d'anneaux "jeunes". La pollution des anneaux par le flux météoritique diminue l'albédo de ces structures. Il a été montré que la pollution de la glace d'eau pure des anneaux par les contaminants carbonés météoritiques diminue l'albédo des anneaux aux valeurs actuelles en moins de 200 millions d'années ([Doyle et al. \(1989\)](#) , [Cuzzi \(1995\)](#)). De plus, les structures telles que les ondes de densité et les interactions avec les lunes situées dans les anneaux indiquent un âge proche de quelques millions d'années.

On tend donc vers une origine récente du système d'anneaux autour de Saturne. C'est là que le paradoxe apparaît. En effet, pour créer des anneaux récemment dans l'histoire du système solaire, le seul scénario envisagé actuellement est la destruction par effet de marée d'un objet massif, une comète par exemple, lors de son approche de Saturne. Or, il a été calculé, en étudiant les distributions de tailles de cratères sur les lunes de Saturne, qu'un tel événement dans le dernier milliard d'années est extrêmement improbable ([Lissauer et al. \(1988\)](#)). Cet événement a une probabilité de se produire bien plus forte au début du système solaire lors du LHB (Late Heavy Bombardment [Wetherill \(1975\)](#)), mais n'explique pas comment les anneaux ont survécu jusqu'à nos jours.

Cependant, ce paradoxe apparent repose sur des propriétés des anneaux mal contraintes. En particulier, la masse de l'anneau B est très mal connue et probablement sous-estimée du fait des trop fortes épaisseurs optiques de ce milieu qui empêchent de sonder les couches profondes de cet anneau ([Esposito et al. \(2008\)](#)). Ainsi, la masse totale de contaminant dans cet anneau est peut être sous estimée ce qui implique, pour un taux de bombardement micrométéoritique constant, un anneau plus vieux que ce que [Doyle et al. \(1989\)](#) et [Cuzzi \(1995\)](#) ont déterminé. Néanmoins, les masses des anneaux A et F étant relativement bien contraintes, cette hypothèse

implique que les différents anneaux n'ont pas été créés à la même époque.

Quoi qu'il en soit, la détermination de cette masse d'anneau est critique pour trancher entre les modèles de formation, de même que la structure et l'évolution des propriétés spectrales des anneaux en fonction de la distance à Saturne afin de mieux comprendre les processus d'évolution de ce système (Charnoz et al. (2009)). Pour le moment, les méthodes utilisées pour mesurer la masse des anneaux sont de deux sortes : (1) les interactions gravitationnelles avec les sondes renseignent sur la masse des anneaux (Pioneer11 Null et al. (1981)), (2) l'étude des ondes de densités et de leurs amortissements permet de remonter au coefficient d'extinction massique des anneaux, lié à l'épaisseur optique et à la densité surfacique massique. Ainsi, si la mesure de l'épaisseur optique est effectuée au même moment, ces structures donnent accès à leur densité surfacique. Or ces ondes sont très peu présentes dans l'anneau B ce qui rend difficile la mesure de sa masse par cette méthode.

1.4.2 Problématique générale

La sonde Cassini, en plus de la multitude d'instruments décrits dans la section 1.2.2, a comme atout principal la complémentarité des 4 instruments de télédétection : UVIS, ISS, VIMS et CIRS décrits dans la section 1.2.3. Les trois premiers instruments donnent accès directement (après étalonnage) au facteur de radiance I/F des zones observées, rapport des flux lumineux émergent et incident sur la surface. Par conséquent, quel que soit l'objet étudié, l'obtention d'une meilleure connaissance sur ses propriétés structurales, morphologiques ou compositionnelles passe nécessairement par la modélisation correcte de son facteur de radiance, seule information qui nous est accessible. La comparaison de la modélisation aux données photométriques donne le moyen d'accéder à ces propriétés.

Nous avons vu que pour mieux connaître le système de Saturne et son mode de formation, il est important de mieux contraindre la structure des anneaux (masse, densité, épaisseur, taille des particules, composition) et l'histoire de la formation des satellites. L'histoire de la formation des satellites est notamment accessible par l'étude comparative des propriétés rhéologiques de leur surface. Un des moyens de mesurer ces propriétés est l'étude des cratères d'impact qui sondent le sol et proche sous-sol de ces corps. C'est pour cette raison que nous avons choisi d'étudier deux objets du système de Saturne: les anneaux principaux (A, B, C) et le satellite de glace Encelade, particulier pour sa forte activité géologique actuelle. Jusqu'à ce jour, les estimations de masse des anneaux étaient faites en utilisant l'amortissement des sillages de satellites dans les anneaux, corrélé à la masse surfacique de ces derniers. Ainsi, l'estimation de la masse de l'anneau B, où ces structures sont très peu présentes, est difficile, ce qui rend nécessaire l'utilisation d'autres méthodes pour mesurer cette masse. De même, les paramètres rhéologiques d'Encelade n'ont jamais été mesurés à cause de la difficulté de mesurer la morphologie des cratères. C'est pourquoi la détermination des propriétés physiques de structure et de composition des anneaux d'une part ainsi que des propriétés mécaniques du sol d'Encelade sont les principaux objectifs de ce travail de thèse.

Or, dans les deux cas, la seule observable que nous ayons à notre disposition grâce à la sonde *Cassini* est la photométrie des surfaces, contrôlée par les échelles macroscopiques de ces structures (transmission de la lumière à travers les anneaux denses ou dilués, ombres dues aux cratères d'impact) sur lesquelles vient s'ajouter l'effet microscopique du régolithe qui recouvre ces corps. Par conséquent, la modélisation de la photométrie de ces corps doit, pour être réaliste,

intégrer toutes ces échelles. C'est la raison pour laquelle nos études d'Encelade et des anneaux emploient la même approche : l'utilisation de modèles photométriques multi-échelles.

Les questions auxquelles nous tenterons d'apporter une réponse tout au long de ce manuscrit sont les suivantes:

- Comment sonder la structure des anneaux à l'aide des données des imageurs de la sonde *Cassini* ?
- Comment varie la structure et la composition des anneaux en fonction de la distance à Saturne ?
- Quelles sont les propriétés rhéologiques d'Encelade ? Sont-elles communes aux autres lunes du système de Saturne ?
- Quel type de modèle général de formation des satellites est le plus à même de prédire les propriétés des lunes et du système d'anneaux de Saturne ?
- Quelle est la contribution relative des différentes échelles de tailles sur le comportement photométrique des corps observés ?

Je détaillerai dans la partie II la construction et le comportement des modèles photométriques multi-échelles utilisés dans le cadre de mon étude, puis je développerai dans les parties III et IV les résultats et l'exploitation que j'en fais respectivement pour Encelade puis pour les anneaux principaux de Saturne. Enfin, une conclusion générale sur l'apport couplé de ces deux études sera effectuée dans la partie V.

Désormais, considérant que mon travail de thèse est un partenariat constitué d'échanges avec mes directeurs de thèses, j'utiliserai de manière indifférenciée le terme *je* et *nous* pour parler des développements des modèles ou de l'approche effectuée durant ces trois années. Tous les graphiques et figures présentés dans ce manuscrit sont produits par mes soins, la source des figures extraites d'autres études et articles sera toujours indiquée dans le cas contraire.

Deuxième partie

Modélisation photométrique multi-échelles

L’objectif de cette partie est de dériver les équations permettant de reproduire le comportement de la lumière lorsqu’elle interagit avec un milieu quelconque. Durant cette thèse nous nous sommes intéressés en particulier à la prise en compte des différentes échelles spatiales d’interactions.

En effet, dans le cas d’Encelade et de la modélisation du comportement photométrique des cratères, on comprend bien que ce comportement est régi par les effets conjoints du matériel recouvrant le cratère (échelle microscopique) et de la géométrie locale due à la forme du cratère (échelle macroscopique). C’est pourquoi il est essentiel de modéliser correctement ces deux échelles, voir chapitres 2 et 5. L’idée est la même pour le cas des anneaux de Saturne. Le comportement photométrique des anneaux est contrôlé par le régolithe (échelle microscopique), intégré sur la surface d’une particule sphérique d’anneau (échelle mésoscopique, voir chapitre 3), mais aussi par la structure en couche des anneaux (échelle macroscopique), voir chapitre 4.

Cette partie fonde le socle théorique sur lequel je me suis basé afin d’inverser les observations de la sonde *Cassini* et ainsi remonter aux caractéristiques physiques d’Encelade d’une part et des anneaux de Saturne d’autre part. Les équations fondamentales de mon travail sont celles régissant la photométrie du régolithe 2.71, celles modélisant l’effet d’opposition 3.14 (voir chapitre 3), et celles couplant les effets du régolithe et des anneaux 4.1 ainsi que toutes les équations de calcul d’angles locaux sur la surface des cratères (équations 5.4, 5.5, 5.6 et 5.7) et l’équation fondamentale du facteur de luminance d’un cratère 5.3.

La lecture des chapitres 2 et 5 est nécessaire avant d’aborder la partie sur Encelade (partie III) mais peut être effectuée de manière indépendante aux chapitres 3 et 4. Ces derniers sont quant à eux nécessaires pour traiter la partie sur les anneaux de Saturne (partie IV). Néanmoins, la lecture du chapitre 2 me paraît essentielle pour les deux parties.

Le chapitre suivant décrit le modèle d’Hapke permettant de modéliser le comportement photométrique du régolithe qui recouvre aussi bien la surface d’Encelade que les particules des anneaux de Saturne.

Chapitre 2

Photométrie du régolithe: Modèle d'Hapke

Table des matières

2.1	Grains isolés	55
2.2	Terme de diffusion simple I_S	61
2.3	Diffusion multiple isotrope I_M	63
2.4	Fonction de phase d'un grain de régolithe	69
2.4.1	Sections efficaces d'interaction	69
2.4.2	Fonctions de phase associées	71
2.5	Effet de compaction du régolithe: Ombrage mutuel des grains de régolithe (SHOE)	74
2.6	Rétro-diffusion cohérente (CBOE)	81

2.1 Grains isolés

L'objectif de cette section est de mettre en équation le comportement photométrique d'une collection de grains de poussière nommée régolithe, que l'on retrouve sur les corps sans atmosphère du Système Solaire, l'exemple le plus connu de régolithe étant la poussière lunaire.

Je tiens à préciser que dans l'intégralité de mon étude, je ne me suis pas intéressé à la polarisation du rayonnement, les données *Cassini* ne donnant pas accès à cette information. Il est possible de généraliser les équations suivantes en adoptant un formalisme matriciel dont les différents éléments sont les paramètres de Stokes ([van de Hulst \(1957\)](#) chapitre 5).

Que ce soit pour l'étude des satellites de glaces ou des anneaux de Saturne, il est primordial de modéliser correctement la photométrie du régolithe. Pour ce faire, j'utilise le modèle d'Hapke. Par une série d'articles parus depuis 1981 jusqu'à 2012, Bruce Hapke a développé une formulation analytique semie-empirique basée sur la théorie du transfert de rayonnement afin d'analyser les observations de la surface de la Lune, puis des autres corps du Système Solaire. Au fil des ans il n'a eu de cesse de raffiner son modèle en prenant en compte différents effets comme la diffusion anisotrope, la diffusion multiple, l'effet d'opposition, la rugosité

macroscopique ou encore la porosité des poussières. Au delà de modèles simples tels que les modèles de Lambert ([Lambert \(1760\)](#)), de Lommel-Seeliger ([Lommel \(1889\)](#)) ou de Minnaert ([Minnaert \(1941\)](#)), il existe d'autres modèles photométriques tels que celui de Shkuratov ([Shkuratov et al. \(1999\)](#)), semi-empirique tout comme celui d'Hapke ou encore un modèle exact de résolution des équations de l'électromagnétisme comme celui de Mishchenko ([Mishchenko et al. \(1999\)](#), [Mishchenko and Liu \(2007\)](#)). Le choix du modèle d'Hapke repose sur deux arguments principaux:

- Le modèle d'Hapke modélise la totalité des effets photométriques qui ont lieu dans le régolithe, contrairement aux modèles simples tels que Lambert, Lommel-Seeliger ou Minnaert.
- Le modèle d'Hapke est purement analytique et "peu" paramétré au contraire de l'approche T-matrices de Mishchenko.

Il existe une certaine controverse sur le réalisme de ces deux modèles, chacun clamant que l'autre ne reproduit pas correctement le comportement observé (voir [Hapke et al. \(2009\)](#), [Hapke et al. \(2007\)](#), [Mishchenko et al. \(2009\)](#)). Néanmoins, l'aspect analytique du modèle d'Hapke d'une part et son habilité à reproduire les observations pour un milieu compact ([Hapke et al. \(2009\)](#)) me font préférer l'approche d'Hapke. Le modèle de Shkuratov possède les mêmes avantages que celui d'Hapke. L'article de [Poulet et al. \(2002\)](#) montre l'accord de ces deux modèles avec néanmoins une meilleure reproduction du comportement photométrique d'un mélange de grains pour celui de Shkuratov. Cependant, certains effets tels que l'ombrage mutuel des particules (voir section [2.5](#)) ou la diffusion multiple au sein du régolithe nécessitent, pour le modèle de Shkuratov, une approche numérique de tracé de rayons ([Shkuratov et al. \(2005\)](#)). Par conséquent, la nécessité d'un modèle complet et rapide lors de l'inversion des données Cassini ne permet pas de conserver ce modèle.

De plus, le modèle d'Hapke est souvent critiqué pour la difficulté de relier certains de ces paramètres, comme le terme de rugosité macroscopique, aux propriétés physiques du corps observé ([Mishchenko et al. \(2009\)](#)). Ainsi de nombreuses études cherchent à préciser cette relation ([Helfenstein and Shepard \(1999\)](#), [Shepard and Helfenstein \(2007\)](#)). N'utilisant que les termes les plus "physiques", il est pertinent de conserver le formalisme d'Hapke dans mon étude, tout en conservant à l'idée que de nombreuses approximations sont faites afin de trouver une expression analytique complète et simple de la photométrie des surfaces dans le cadre de ce modèle.

C'est d'ailleurs l'objectif de ce chapitre de synthèse bibliographique, comprendre le lien entre la théorie du transfert de rayonnement et le modèle d'Hapke, et rappeler les différentes approximations utilisées pour dériver les termes de son modèle.

Pour effectuer ces dérivations, je me suis principalement basé sur les ressources suivantes: [Hapke \(1981\)](#), [Hapke \(1984\)](#), [Hapke \(1986\)](#), [Hapke \(2002\)](#), [Hapke \(2012\)](#), [Chandrasekhar \(1960\)](#), [Ishimaru \(1978\)](#), [Bohren and Huffman \(1983\)](#).

La situation étudiée est illustrée par la figure [2.1](#):

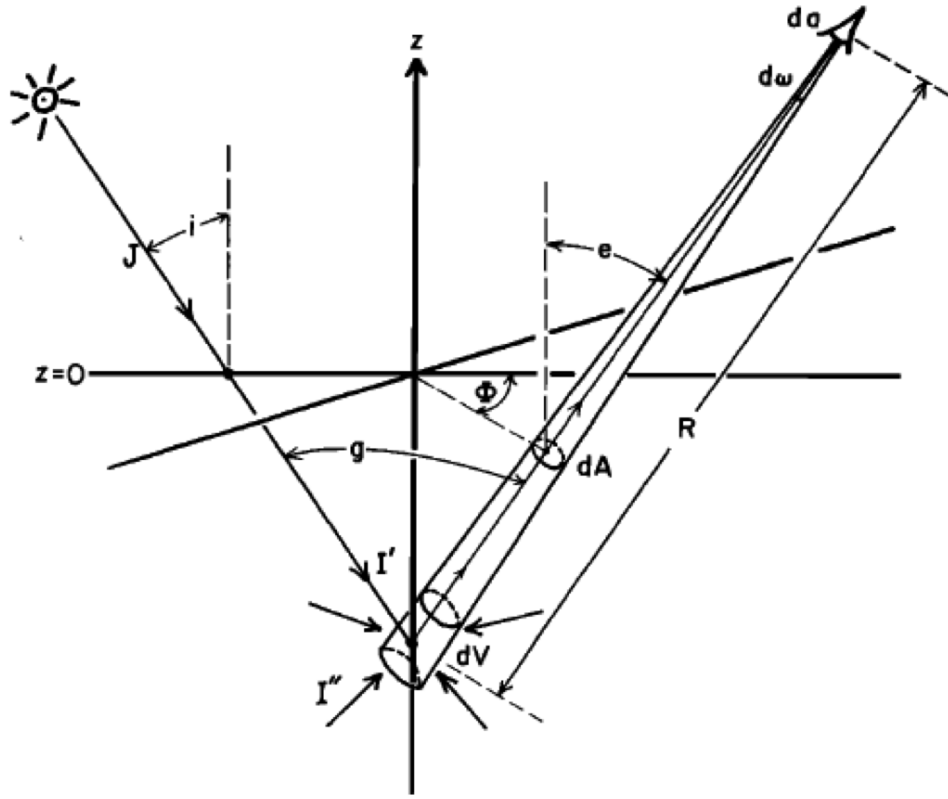


FIGURE 2.1 – Scène de calcul de photometrie, tirée de Hapke (1981).

Un faisceau de lumière collimaté illumine un volume dV de régolithe dont les grains sont grands devant la longueur d'onde du rayonnement. La direction du faisceau incident fait un angle $(\pi + i)$ dans le sens trigonométrique par rapport à la normale à la surface ($z = 0$ donne la position du sol) et a pour azimuth $A_z = 0$ (projection de la direction de la source lumineuse sur la surface qui définit l'axe x). L'angle ' i ' est appelé angle d'incidence et donne l'angle entre la direction de la source lumineuse (dans notre cas le Soleil) et la normale à la surface. De la même façon, on définit l'angle d'émergence ' e ' comme étant l'angle entre la direction de l'observateur Ω (la sonde *Cassini* dans notre cas) et la normale à la surface. La projection de Ω fait un angle A_z avec l'axe x ($\pi - \Phi$ sur le schéma). La direction de l'observateur et celle de la source lumineuse sont séparées par l'angle de phase noté α . Dans le cas où l'angle azimuthal A_z est égal à 180° , $\alpha = i + e$.

La source lumineuse est considérée à l'infini et le détecteur est situé à une distance R_0 de la surface et à une distance R du volume dV de régolithe. Le détecteur a une surface collectrice da et accepte la lumière comprise dans un cône d'angle solide $d\omega$.

Soit $I(r, \Omega)$ la luminance spectrale (en $\text{W.m}^{-2}.\text{sr}^{-1}.\lambda^{-1}$) définie comme étant l'énergie rayonnée en un point r du régolithe par unité de temps, par unité de longueur d'onde, à travers une unité d'aire perpendiculaire à la direction de propagation Ω , par unité d'angle solide. L'équation de transfert de rayonnement est l'équation intégral-différentielle régissant l'évolution de $I(r, \Omega)$ le long de la direction de propagation du rayonnement. Elle s'écrit de la façon suivante:

$$\frac{dI(r, \Omega)}{ds} = \underbrace{-EI(r, \Omega)}_{\substack{\text{Rayonnement absorbé ou} \\ \text{diffusé en dehors du cône} \\ \text{d'ouverture du détecteur} \\ \text{lors de la traversée de } dA}} + \underbrace{\int_{4\pi} I(r, \Omega') G(\Omega', \Omega) d\Omega'}_{\substack{\text{Rayonnement diffusé dans le} \\ \text{cône d'ouverture du détec-} \\ \text{teur}}} \quad (2.1)$$

avec ds la longueur du chemin parallèle à la direction de propagation Ω , faisant un angle 'e' avec l'axe z . E est le coefficient linéique d'extinction du milieu et sera décrit dans la section 2.4.1. $G(\Omega', \Omega)$ est le coefficient différentiel volumique de diffusion et représente la probabilité que le rayonnement incident selon la direction Ω' soit diffusé vers le détecteur c'est à dire selon la direction Ω .

Cette équation représente la conservation de l'énergie du rayonnement lors de sa propagation entre le régolithe et le détecteur. La variation de luminance spectrale dans une direction donnée dépend de la façon dont ce rayonnement est absorbé ou diffusé en dehors du cône d'ouverture du détecteur et de la façon dont il est diffusé dans le cône d'ouverture du détecteur. En pratique il est extrêmement compliqué de résoudre analytiquement cette équation car elle cache de nombreux termes qui vont dépendre des propriétés de diffusion et d'absorption des grains composant le milieu mais aussi de l'agencement spatial de ces grains, de leurs formes, de la proportion de mélange dans le cas d'un milieu mixte ou encore de la possibilité de diffusions multiples au sein de ce milieu.

Dans la suite de cette section, je décris les approximations sous-jacentes à la modélisation qu'a fait Bruce Hapke pour trouver une solution analytique à l'équation 2.1 et qui permet de décrire le comportement photométrique du régolithe.

Par définition,

$$G(\Omega', \Omega) = \frac{\sum_k \sigma_{g_k} Q_{s_k} p_k(\alpha)}{4\pi} \quad (2.2)$$

où l'indice 'k' fait référence aux différents types de grains présents. σ_{g_k} est la section efficace géométrique d'un grain de type 'k', Q_{s_k} est le coefficient de diffusion d'un grain de type 'k' et $p_k(\alpha)$ est la fonction de phase moyenne **d'un seul** type de grain 'k'. Dans notre cas, nous supposons que le régolithe n'est constitué que d'un seul type de grain. Ainsi l'équation 2.2 devient:

$$G(\Omega', \Omega) = \frac{\sigma_g Q_s p(\alpha)}{4\pi} = \frac{S p(\alpha)}{N 4\pi} = \frac{S P(\alpha)}{4\pi} \quad (2.3)$$

où l'on a introduit S , coefficient linéique de diffusion des grains de régolithe, décrits plus précisément dans la section 2.4.1. N est le nombre de grains par unité de volume. Le terme $P(\alpha)$ définit la fonction de phase moyenne d'un grain de régolithe.

Plusieurs expressions existent pour $P(\alpha)$. Elles seront décrites dans la section 2.4. Cette fonction permet de représenter le fait que le rayonnement incident a une probabilité fixée d'être diffusé par un grain dans une direction donnée. Cette fonction doit être normalisée de sorte que la probabilité de diffuser le rayonnement incident dans l'espace soit égale à 1 *i.e* :

$\frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} P(\alpha) d\Omega = 1$. Si toutes les directions sont équiprobables alors la fonction de phase est une constante et le grain diffusera le rayonnement incident de manière dite "isotrope".

Dans la suite de notre dérivation, l'objectif est de relier le flux incident à la surface du milieu observé au flux incident sur la surface du détecteur. Pour ce faire nous découpons le problème en deux. La première étape est de relier le flux incident sur un volume dV au sein du milieu observé composé de grains de régolithe, au flux reçu par le détecteur.

Si l'on reprend le schéma de la figure 2.1, l'élément de volume dV situé à une profondeur z de la surface, a pour expression: $dV = R^2 d\omega dR$ et contient $N dV$ grains en son sein. Cet élément de volume est illuminé par la faisceau incident qui a pénétré jusqu'à lui, de luminance spectrale notée $I'(z, \Omega')$ mais aussi par la lumière diffusée par d'autres éléments de volumes adjacents, de luminance spectrale notée $I''(z, \Omega')$. Ainsi, la luminance spectrale diffusée par cet élément de volume vers le détecteur dans un cône d'angle solide $d\omega'$, notée dI est définie par l'équation suivante:

$$dI = \int_{4\pi} [I'(z, \Omega') + I''(z, \Omega')] G(\Omega', \Omega) dV d\omega' d\Omega' \quad (2.4)$$

En injectant l'équation 2.3, et en définissant l'albédo de simple diffusion moyen d'un grain de régolithe $\tilde{\omega}_0 = \frac{S}{E}$, il vient:

$$dI = \int_{4\pi} [I'(z, \Omega') + I''(z, \Omega')] \frac{\tilde{\omega}_0 E P(\alpha)}{4\pi} dV d\omega' d\Omega' \quad (2.5)$$

or $dV = dA dR$, $d\omega' = \frac{da}{R^2}$ et $\tilde{\omega}_0$ est une constante propre au matériel composant le régolithe, donc:

$$dI = \frac{\tilde{\omega}_0}{4\pi} \left[\underbrace{\int_{4\pi} I'(z, \Omega') P(\alpha) d\Omega'}_{\text{Terme de diffusion simple}} + \underbrace{\int_{4\pi} I''(z, \Omega') P(\alpha) d\Omega'}_{\text{Terme de diffusion multiple}} \right] E \frac{da}{R^2} dA dR \quad (2.6)$$

Par définition $\frac{dA}{R^2} = d\omega$. En intégrant sur l'angle solide intercepté par le détecteur $\int d\omega$ et la surface de ce détecteur $\int da$, on obtient la luminance émise par l'élément de volume dV vers le détecteur (puissance reçue par mètre carrés de détecteur par angle solide du champ de vue du détecteur):

$$dI_{dV} = \frac{\tilde{\omega}_0}{4\pi} \int_R^{R+dR} \left[\int_{4\pi} I'(z, \Omega') P(\alpha) d\Omega' + \int_{4\pi} I''(z, \Omega') P(\alpha) d\Omega' \right] E dR \quad (2.7)$$

En réalité il ne faut pas oublier qu'entre cet élément de volume et le détecteur, le rayonnement doit traverser une couche de régolithe qui atténue ce rayonnement (diffusion + absorption) d'un facteur $\exp^{(-E(R-R_0))}$, avec R_0 la distance entre le détecteur et le sol selon la direction Ω . Il vient donc:

$$I_{dV} = \frac{\tilde{\omega}_0}{4\pi} \int_R^{R_0} \left[\int_{4\pi} I'(z, \Omega') P(\alpha) d\Omega' + \int_{4\pi} I''(z, \Omega') P(\alpha) d\Omega' \right] \exp^{(-E(R-R_0))} E dR \quad (2.8)$$

Afin de traduire cette équation dans le système de coordonnées choisi ($R \rightarrow z$), un simple calcul de trigonométrie montre que $\cos(e) = \mu = \frac{z_0 - z}{R - R_0}$. D'où:

$$R_0 \rightarrow z_0 = 0 \quad R \rightarrow z \quad \exp^{(-E(R-R_0))} \rightarrow \exp^{(E\frac{z}{\mu})} \quad \text{et} \quad dR = \frac{dz}{\mu} \quad (2.9)$$

L'équation 2.8 devient:

$$I_{dV} = \frac{\tilde{\omega}_0}{4\pi} \int_z^0 \left[\int_{4\pi} I'(z, \Omega') P(\alpha) d\Omega' + \int_{4\pi} I''(z, \Omega') P(\alpha) d\Omega' \right] \exp^{(E\frac{z}{\mu})} E \frac{dz}{\mu} \quad (2.10)$$

Cette équation pourrait laisser croire que le rayonnement est amplifié lors de son passage à travers les couches supérieures de régolithe. En fait, d'après les conventions utilisées jusqu'à maintenant, le demi-espace contenant le régolithe correspond aux z négatifs. Par conséquent l'exponentielle est inférieure à 1 et correspond bien à une atténuation.

Finalement, la luminance incidente totale I sur le détecteur n'est autre que la contribution de tous les éléments de volumes compris entre $z = -\infty$ et $z = 0$ vers la direction Ω . Ainsi:

$$I = \underbrace{\frac{\tilde{\omega}_0}{4\pi} \int_{-\infty}^0 \int_{4\pi} I'(z, \Omega') P(\alpha) d\Omega' \exp^{(E\frac{z}{\mu})} E \frac{dz}{\mu}}_{\substack{\text{Terme de diffusion simple} \\ I_S}} + \underbrace{\frac{\tilde{\omega}_0}{4\pi} \int_{-\infty}^0 \int_{4\pi} I''(z, \Omega') P(\alpha) d\Omega' \exp^{(E\frac{z}{\mu})} E \frac{dz}{\mu}}_{\substack{\text{Terme de diffusion multiple} \\ I_M}} \quad (2.11)$$

Cette équation permet de prédire la luminance incidente au niveau du détecteur (en $\text{W.m}^{-2}.\text{sr}^{-1}$) en fonction de la luminance reçue par les différentes couches de régolithe composant le milieu observé.

La deuxième étape de notre démarche est d'explicitier les relations entre la luminance reçue par ces différentes couches et la luminance incidente au niveau du sol. Le premier terme correspondant à la somme des diffusions simples du milieu notée I_S . Ce terme sera décrit dans la section suivante (2.2). Le second terme sera quant à lui défini dans la section 2.3.

Avant de passer aux sections suivantes, je tiens à préciser que la dérivation que nous venons d'effectuer n'est valable que dans le cas d'un milieu dispersé et homogène, on parle d'approximation de champ lointain. La prise en compte des effets de compactions et de porosité seront rajoutés à posteriori sous forme de termes supplémentaires dans les sections 2.5 et 2.6

2.2 Terme de diffusion simple I_S

L'objectif de cette section est de déterminer la relation entre la luminance incidente à la surface du milieu observé et la luminance reçue par le détecteur provenant de la même surface en ne tenant compte que de la contribution de diffusion simple. Pour ce faire, nous repartons de l'équation 2.11 en ne conservant que le terme de gauche c'est à dire le terme de diffusion simple.

$$I_S = \frac{\tilde{\omega}_0}{4\pi} \int_{-\infty}^0 \int_{4\pi} I'(z, \Omega') P(\alpha) d\Omega' \exp^{(E \frac{z}{\mu})} E \frac{dz}{\mu} \quad (2.12)$$

Il faut désormais trouver la relation entre I' et l'intensité incidente au niveau de la surface que l'on note J .

De même que pour le rayonnement émergent du volume dV vers le détecteur, le rayonnement incident à la surface $z = 0$ est atténué lors de son passage à travers les couches de régolithe jusqu'à une profondeur z . Par conséquent:

$$I'(z, \Omega') = J \exp^{(E \frac{z}{\mu_0})} \delta(i' = i) \delta(A'_z = A_z) \quad (2.13)$$

où J est l'intensité du rayonnement collimaté incident à la surface en W.m^{-2} tel que $J = \pi F$ avec F la luminance spectrale du rayonnement incident à la surface (en $\text{W.m}^{-2}.\text{sr}^{-1}$), et $\mu_0 = \cos(i)$ (voir figure 2.1). Ces deux fonctions de Dirac présentent dans l'équation 2.13 signifient que, dans le cas de la diffusion simple, on ne prend en compte que la contribution du rayonnement incident c'est à dire celui provenant de la direction Ω' . Ainsi, en injectant l'équation 2.13 dans l'équation 2.12:

$$I_S = \frac{\tilde{\omega}_0}{4\pi} \int_{-\infty}^0 \int_{4\pi} J \exp^{(E \frac{z}{\mu_0})} \delta(i' = i) \delta(A'_z = A_z) P(\alpha) d\Omega' \exp^{(E \frac{z}{\mu})} E \frac{dz}{\mu} \quad (2.14)$$

On voit directement que:

$$\int_{4\pi} J \exp^{(E \frac{z}{\mu_0})} \delta(i' = i) \delta(A'_z = A_z) d\Omega' = J \exp^{(E \frac{z}{\mu_0})} \quad (2.15)$$

En effet, seul la contribution de la direction du faisceau incident va avoir une contribution dans le cas de la diffusion simple (c'est l'intérêt d'avoir introduit les fonctions de Dirac).

Le coefficient d'extinction volumique E , la fonction de phase moyenne d'un grain de régolithe $P(\alpha)$ et l'intensité lumineuse incidente à la surface du régolithe sont indépendants de la profondeur à laquelle le régolithe se situe, par conséquent, l'équation 2.14 devient:

$$I_S = J \frac{\tilde{\omega}_0}{4\pi} \frac{E P(\alpha)}{\mu} \int_{-\infty}^0 \exp^{(E z \left(\frac{1}{\mu_0} + \frac{1}{\mu} \right))} dz \quad (2.16)$$

Finalement:

$$I_S = J \frac{\tilde{\omega}_0}{4\pi} \frac{\mu_0}{\mu_0 + \mu} P(\alpha) \quad (2.17)$$

Nous voyons, grâce à l'équation 2.17 que la contribution de la diffusion simple est directement proportionnelle au coefficient de diffusion volumique et inversement proportionnel au

coefficient d'extinction volumique (ce rapport est inclus dans l'albédo de simple diffusion $\tilde{\omega}_0$). Cela semble cohérent, puisque plus le milieu a une forte absorption, moins la lumière diffusée sera importante pour une même intensité incidente à la surface du régolithe.

Nous voyons également que le comportement photométrique collectif du milieu est directement proportionnel à la fonction de phase moyenne et à l'albédo de simple diffusion moyen des grains de régolithe. On pourrait s'attendre à une relation plus complexe mais cela vient seulement du fait que pour l'instant seul la diffusion simple a été pris en compte.

Ainsi, en étudiant la réflexion de la lumière du Soleil sur la surface des corps observés on peut directement remonter aux propriétés du régolithe donc aux propriétés microscopiques du milieu recouvrant ces surfaces. En effet, la fonction de phase et l'albédo simple diffusion du régolithe sont liés à la composition chimique des grains par le biais de leurs indices de réfraction mais aussi liés à la taille et la température de ces grains. Il faut tout de même rester prudent quand aux interprétations physiques que l'on serait tenté de faire à l'aide de ce modèle. Les hypothèses que l'on a fait tout au long de la dérivation de ces équations ne permettent que de donner une interprétation sur les caractéristiques moyennes des grains. De plus ce formalisme n'est valable que pour des longueurs d'ondes proches ou inférieures de la taille des grains de régolithe (rayons X, proche UV, visible par exemple), les termes de diffractions de l'onde incidente n'étant pas pris en compte. Le cas des mélanges de grains dont les fonctions de phases sont différentes est aussi problématique dans le cadre de ce formalisme, puisque l'hypothèse d'une seule fonction de phase moyenne pour les grains a été faite. Il sera donc important de conserver ces remarques en tête lors des discussions dans les sections III et IV.

Finalement, dans le cas où les grains de régolithe diffusent la lumière de manière isotrope ($P(\alpha) = 1$), on retrouve la loi dite de *Lommel-Seeliger*, longtemps utilisée pour décrire le comportement photométrique de la Lune pour des angles de phases supérieurs à quelques degrés.

2.3 Diffusion multiple isotrope I_M

Intéressons nous maintenant au terme I_M de l'équation 2.11, qui modélise la diffusion multiple du rayonnement au sein du régolithe. L'idée est la même que dans la section 2.2, c'est à dire d'explicitier le lien entre la luminance spectrale diffusée par le volume infinitésimal dV vers le détecteur provenant des régions autour de ce volume et l'intensité lumineuse incidente à la surface du régolithe ($z = 0$) notée comme précédemment J . Par la suite, nous ferons l'hypothèse que la diffusion multiple est isotrope, c'est à dire que $P(\alpha) = 1$. La figure 2.2 montre la différence entre cette approximation, nommée IMSA (pour Isotropic Multiple Scattering Approximation), une modélisation tirée du Hapke (2002) prenant en compte l'anisotropie de diffusion et le calcul exact de la diffusion multiple anisotrope. On voit que les différences sont maximales lorsque l'angle d'incidence est égal à l'angle d'émergence, néanmoins elles n'excèdent jamais 20%. Même si cette approximation n'est pas négligeable, nous montrerons par la suite qu'à faible angle de phase, ce n'est pas la diffusion multiple qui domine aux vues des données dont nous disposons. Par conséquent nous effectuerons cette approximation durant toute la suite de nos études.

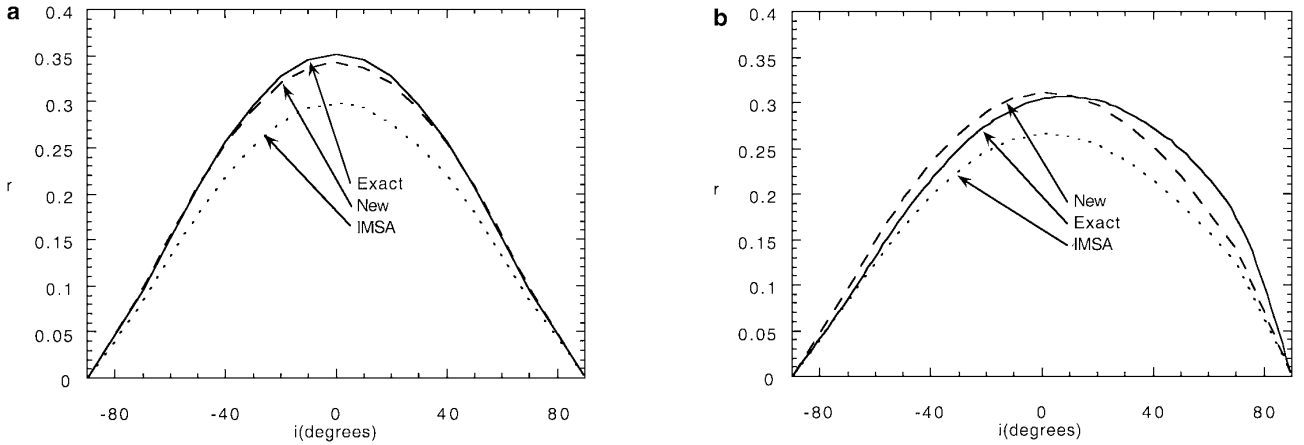


FIGURE 2.2 – Comparaison des réflectances prédites par le modèles IMSA (Isotropic Multiple Scattering Approximation), le modèle non-isotrope de diffusions multiples et du calcul exact pour une fonction de phase de type Henyey-Greenstein à un seul lobe avec un paramètre d'asymétrie $g = 0.6$ et un albédo de diffusion simple égal à 1.00. La figure a) correspond à un angle d'émergence de 0° , la figure b) correspond à un angle d'émergence de 60° . Figure issue de Hapke (2002).

Reprenons le terme de diffusion multiple de l'équation 2.11:

$$I_M = \frac{\tilde{\omega}_0}{4\pi} \int_{-\infty}^0 \int_{4\pi} I''(z, \Omega') P(\alpha) d\Omega' \exp\left(E \frac{z}{\mu}\right) E \frac{dz}{\mu} \quad (2.18)$$

Là encore nous allons tacher de relier $I''(z, \Omega')$ avec J . L'exercice est plus difficile cette fois car la diffusion multiple au sein de dV va dépendre de la diffusion simple à l'intérieur de dV mais aussi de la diffusion multiple des autres parties du régolithe vers le volume dV . Il faut donc réutiliser l'équation fondamentale du transfert de rayonnement 2.1. De manière générale, la luminance spectrale dans la direction de propagation du rayonnement Ω est solution de l'équation:

$$\frac{dI''(z, \Omega)}{ds} = -EI''(z, \Omega) + \int_{4\pi} [I'(z, \Omega') + I''(z, \Omega')] G(\Omega', \Omega) d\Omega' \quad (2.19)$$

La diffusion étant supposée isotrope, $P(\alpha) = 1 \Leftrightarrow \frac{4\pi G(\Omega', \Omega)}{S} = 1$ soit $G(\Omega', \Omega) = \frac{S}{4\pi}$ avec S correspondant toujours au coefficient linéique de diffusion. Ainsi:

$$\frac{dI''(z, \Omega)}{ds} = -EI''(z, \Omega) + \frac{S}{4\pi} \int_{4\pi} [I'(z, \Omega') + I''(z, \Omega')] d\Omega' \quad (2.20)$$

En divisant les deux membres de l'équations par le coefficient volumique d'extinction E , il vient:

$$\frac{1}{E} \frac{dI''(z, \Omega)}{ds} = -I''(z, \Omega) + \frac{\tilde{\omega}_0}{4\pi} \int_{4\pi} [I'(z, \Omega') + I''(z, \Omega')] d\Omega' \quad (2.21)$$

De même que dans la section 2.2, on transforme cette équation de manière à travailler sur la coordonnée z plutôt que s (distance sur la direction de propagation du rayonnement). On réutilise l'équation $dz = ds\mu$. De plus on introduit l'épaisseur optique τ définie comme étant l'intégrale du coefficient d'extinction volumique E sur l'épaisseur dz de régolithe, $\tau = \int_0^z E dz$ (voir equation 3.4 de la section 3.2.1 pour plus de détails), d'où $d\tau = E dz$ soit $E ds = \frac{d\tau}{\mu}$. Ainsi, l'équation précédente devient:

$$\mu \frac{dI''(\tau, \Omega)}{d\tau} = -I''(\tau, \Omega) + \frac{\tilde{\omega}_0}{4\pi} \int_{4\pi} [I'(\tau, \Omega') + I''(\tau, \Omega')] d\Omega' \quad (2.22)$$

Du fait de l'isotropisme de la fonction de phase, nous allons séparer les contributions du rayonnement qui se dirige dans la direction de l'hémisphère sud (donc vers le régolithe du demi-espace situé plus en profondeur que l'élément dV) de celui qui se dirige vers l'hémisphère nord (donc vers le régolithe du demi-espace situé au-dessus de l'élément dV). Ces deux directions seront dénotées par les lettres N (pour Nord) et S (pour Sud). Les équations suivantes sont applicables, aux signes près, pour les deux hémisphères, par conséquent je n'ajouterai que l'indice N pour le moment.

$$\frac{d}{d\tau} \int_{\Omega_N} \mu I''(\tau, \Omega) d\Omega = - \int_{\Omega_N} I''(\tau, \Omega) d\Omega + \frac{\tilde{\omega}_0}{4\pi} \int_{\Omega_N} \int_{4\pi} I'(\tau, \Omega') d\Omega' d\Omega + \frac{\tilde{\omega}_0}{4\pi} \int_{\Omega_N} \int_{4\pi} I''(\tau, \Omega') d\Omega' d\Omega \quad (2.23)$$

Par définition, $\int_{\Omega_N} I''(\tau, \Omega) d\Omega = 2\pi \langle I''(\tau, \Omega)_N \rangle = F_N$ où $\langle I''(\tau, \Omega)_N \rangle$ est la valeur moyenne de $I''(\tau, \Omega)$ sur tout l'hémisphère.

De la même manière, dans le troisième terme du membre de droite de l'équation 2.23, on peut remarquer que $\int_{\Omega_N} I''(\tau, \Omega) d\Omega$ n'est autre que la moyenne de $I''(\tau, \Omega)$ sur tous l'espace cette fois, c'est à dire la somme de la moyenne des deux hémisphères: F_N et F_S .

De plus, $\int_{\Omega_N} \mu I''(\tau, \Omega) d\Omega = \frac{1}{2} F_N$.¹

Enfin, on reconnaît (voir équation 2.15) dans le deuxième terme du membre de droite de l'équation précédente que $\int_{4\pi} I'(\tau, \Omega') d\Omega' = J \exp^{(E \frac{\tau}{\mu_0})} = J \exp^{(\frac{\tau}{\mu_0})}$. C'est la contribution de la diffusion simple qui va être diffusée une nouvelle fois dans le cône de l'observateur.

Par conséquent:

$$\frac{1}{2} \frac{dF_N}{d\tau} = -F_N + \frac{\tilde{\omega}_0}{4\pi} \int_{\Omega_N} J \exp^{(\frac{\tau}{\mu_0})} d\Omega + \frac{\tilde{\omega}_0}{4\pi} \int_{\Omega_N} [F_N + F_S] d\Omega \quad (2.24)$$

1. L'origine de cette égalité n'est pas présente dans les articles d'Hapke.

F_N , F_S et $J \exp(\frac{\tau}{\mu_0})$ étant indépendant de la direction suivie dans le cas de diffusion multiple isotrope, nous pouvons les sortir de leurs intégrales respectives qui vont toutes les deux être égales à 2π (demi-espace). Une démonstration similaire peut être faite pour l'hémisphère sud du milieu. On se retrouve finalement avec ce système de deux équations:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \frac{dF_N}{d\tau} &= -F_N + \frac{\tilde{\omega}_0}{2} J \exp(\frac{\tau}{\mu_0}) + \frac{\tilde{\omega}_0}{2} [F_N + F_S] \\ -\frac{1}{2} \frac{dF_S}{d\tau} &= -F_S + \frac{\tilde{\omega}_0}{2} J \exp(\frac{\tau}{\mu_0}) + \frac{\tilde{\omega}_0}{2} [F_N + F_S] \end{aligned} \quad (2.25)$$

Pour résoudre ce système, on applique les conditions aux limites suivantes:

-Les contributions des couches infiniment profondes sont nulles $\Leftrightarrow F_S(-\infty) = 0$ et $F_N(-\infty) = 0$.

-Les contributions, dans la directions sud, de la couche $z = 0$ est nulle puisqu'il n'y a par définition plus de diffuseur au niveau du sol $\Leftrightarrow F_S(0) = 0$.

On obtient comme solutions:

$$\begin{aligned} F_N &= J \left\{ \frac{A}{1-\gamma^2} (1-\gamma)^2 \exp(2\gamma\tau) - \left[1 + \frac{A}{1-\gamma^2} \left(1 + \gamma^2 - \frac{1}{\mu_0} \right) \right] \exp(\frac{\tau}{\mu_0}) \right\} \\ F_S &= JA \left(\exp(2\gamma\tau) - \exp(\frac{\tau}{\mu}) \right) \end{aligned} \quad (2.26)$$

où $\gamma = \sqrt{(1 - \tilde{\omega}_0)}$ et $A = (1 - \gamma^2)^{\frac{\frac{1}{\mu_0} + 2}{\mu_0 - 2 - 4\gamma^2}}$.

Étant donné que par construction $\int_{4\pi} I''(z, \Omega') P(\alpha) d\Omega' = F_N + F_S$, l'équation 2.18 devient:

$$I_M = \frac{\tilde{\omega}_0}{4\pi} \int_{-\infty}^0 [F_N(\tau) + F_S(\tau)] \exp(\frac{\tau}{\mu}) \frac{d\tau}{\mu} \quad (2.27)$$

La résolution de cette équation complexe est donnée dans le Chandrasekhar (1960) et aboutit finalement à:

$$I_M = J \frac{\tilde{\omega}_0}{4\pi} \frac{\mu_0}{\mu + \mu_0} M(\mu, \mu_0) \quad (2.28)$$

avec

$$M(\mu, \mu_0) = H(\mu_0) \times H(\mu) - 1 \quad (2.29)$$

Où $H(x)$ est la fonction de Chandrasekhar (voir Chandrasekhar (1960)) définie comme étant solution de l'équation:

$$H(x) = 1 + \frac{\tilde{\omega}_0}{2} x H(x) \int_0^1 \frac{H(x')}{x + x'} dx' \quad (2.30)$$

L'approximation analytique la plus exacte est donnée par Hapke (2002) (voir figure 2.3

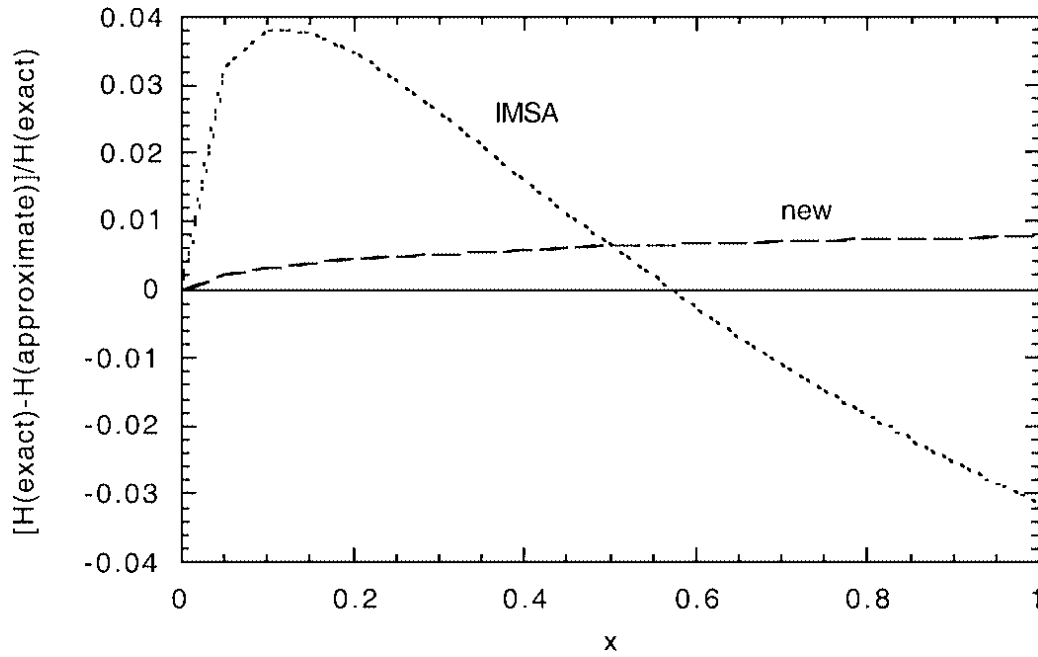


FIGURE 2.3 – Écart relatif des approximations de la fonction $H(x)$ de Chandrasekhar par rapport à l'évaluation exacte de $H(x)$ en fonction du paramètre x . La courbe en pointillés larges correspond à la formule 2.31. Celle en pointillés rapprochés correspond à l'approximation du Hapke (1981). Figure tirée du Hapke (2002).

pour l'écart aux solutions exactes):

$$H(x) \approx [1 - \tilde{\omega}_0 x (r_0 + \frac{1 - 2r_0 x}{2} \ln \frac{1+x}{x})]^{-1} \quad (2.31)$$

où le facteur d'albédo γ et la reflectance diffuse r_0 sont définis par:

$$r_0 = \frac{1 - \gamma}{1 + \gamma} \quad \gamma = \sqrt{1 - \tilde{\omega}_0} \quad (2.32)$$

Le terme $M(\mu, \mu_0)$ n'a pas de dépendance explicite avec l'angle de phase α . Pourtant, les figures 2.4 et 2.5 montrent l'importance de la diffusion multiple par rapport au terme de diffusion simple en fonction de l'angle de phase. La figure 2.4 montre bien que pour des albédos faibles (i.e: $\tilde{\omega}_0 < 0.5$), la contribution du terme de diffusion multiple est inférieure à 50%. Je montre ici l'influence de cet effet pour un angle d'incidence de 1° car c'est pour des petits angles d'incidence qu'il est maximal. Il est important de noter que pour des albédos proches de 1, la diffusion multiple est largement dominante, comptant pour six fois le terme de diffusion simple. On comprend pourquoi il sera essentiel dans mon travail sur Encelade d'inclure l'effet de diffusion multiple ($\omega_0 = 0.998$ Verbiscer and Veverka (1994)).

La figure 2.5 montre que le terme de diffusion multiple n'est sensible qu'aux valeurs des angles d'émergence et d'incidence et non à l'angle de phase. Cela signifie par exemple, que pour le cas des anneaux de Saturne, où l'angle d'incidence est compris entre 67° et 90° , l'effet de diffusion multiple sera prédominant pour des angles d'émergences proches de zéro ce qui correspond à des angles de phases compris entre 67° et 90° . En ce qui concerne notre étude des anneaux de Saturne, nous verrons dans la partie IV que nous ne nous ne sommes jamais dans

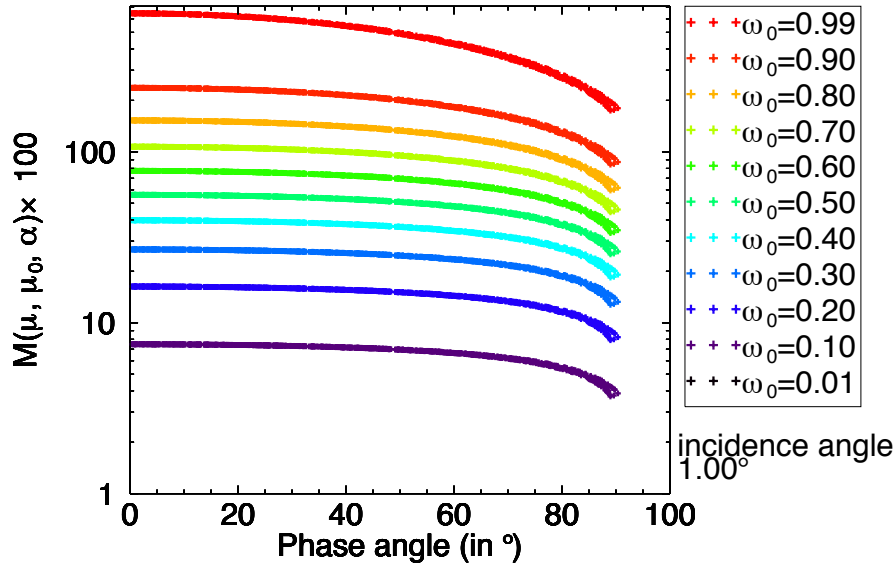


FIGURE 2.4 – Influence de la diffusion multiple isotrope par rapport au terme de diffusion simple isotrope (en %) en fonction de l'angle de phase α pour des albédos compris entre 0 et 1 (code couleur) . L'angle d'incidence est de 1° dans cet exemple. L'azimut est laissé libre entre 0 et 360°

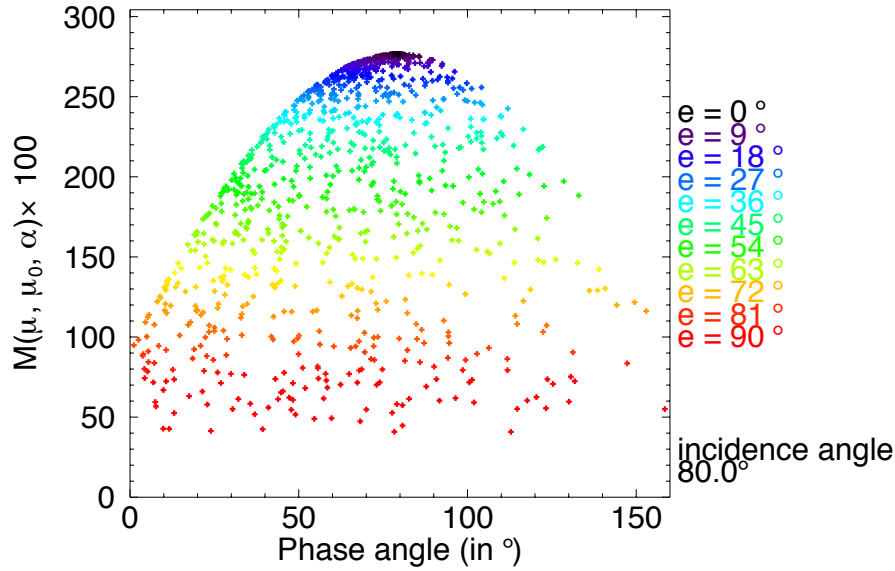


FIGURE 2.5 – Influence de la diffusion multiple isotrope par rapport au terme de diffusion simple isotrope (en %) en fonction de l'angle de phase α pour différents angles d'émergence. Dans ce cas, l'albédo est de 0.999 et l'angle d'incidence est de 80.0° . L'azimut est laissé libre entre 0 et 360° ce qui explique la dispersion en émergence pour les points de même angles de phase.

la configuration où $\alpha > 40^\circ$. Le terme de diffusion multiple dans ce cas n'est pas prédominant de qui justifie l'utilisation de l'approximation IMSA dans ce cas. Pour le cas d'Encelade, la prise en compte de la diffusion multiple est primordiale et l'utilisation de IMSA peut être plus discutable, néanmoins, les contraintes numériques ne nous permettent pas pour l'instant de faire un calcul exact. Nous rediscuterons ce point dans la partie III.

Finalement en sommant les contributions des termes de diffusion simple et multiple il vient:

$$I = J \frac{\tilde{\omega}_0}{4\pi} \frac{\mu_0}{\mu_0 + \mu} [P(\alpha) + M(\mu, \mu_0)] \quad (2.33)$$

Ainsi, la facteur de luminance, c'est à dire le rapport entre la luminance spectrale reçue par le détecteur (I) et la luminance spectrale incidente sur la surface du corps observé recouvert de régolithe (F) a pour expression:

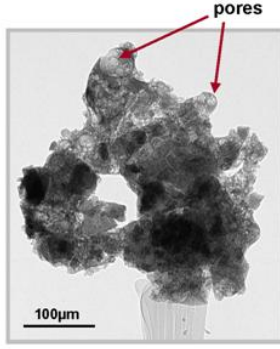
$$\frac{I}{F}(\mu, \mu_0, \alpha) = \frac{\tilde{\omega}_0}{4} \frac{\mu_0}{\mu_0 + \mu} [P(\alpha) + M(\mu, \mu_0)] \quad (2.34)$$

où l'on a utilisé le fait que l'intensité lumineuse incidente $J = \pi F$.

L'équation 2.34 montre que la fonction de phase moyenne des grains de régolithe impacte fortement sur le flux incident à la surface du détecteur. Le choix de cette fonction $P(\alpha)$ se pose. Nous allons décrire dans la section suivante quelques fonctions de phases utilisées dans la littérature en fonction des échelles et de la structure du matériau observé.

2.4 Fonction de phase d'un grain de régolithe

Dans cette section, il n'est évidemment pas question de faire une description exhaustive de toutes les fonctions de phases existantes pour représenter le comportement diffusif d'un grain de régolithe. Je me concentrerai sur les fonctions couramment utilisées pour l'étude des surfaces avec pour soucis de montrer les différents "régimes" physiques correspondant à ces fonctions.



La fonction de phase $P(\alpha)$ donne la probabilité de diffusion d'un photon incident en fonction de l'angle de phase (angle entre la direction incidente et la direction émergente). Elle dépend donc de l'efficacité qu'à la particule éclairée de diffuser le photon incident, mais aussi de l'angle entre les deux directions d'incidence et d'émergence. Ainsi, il est nécessaire d'évaluer cette efficacité de diffusion en fonction du milieu éclairé (sous-section 2.4.1), puis de décrire le comportement angulaire de cette diffusion (sous-section 2.4.2). Pour toute cette étude je me place dans le cas d'une diffusion du rayonnement incident monochromatique par une sphère parfaite, décrit par la théorie de Mie.

FIGURE 2.6 – Cette image est tirée de l'article [Kiely and Kiely \(2010\)](#).

2.4.1 Sections efficaces d'interaction

Soit J la puissance totale incidente sur la particule sphérique. Trois phénomènes vont potentiellement se produire:

- La puissance incidente n'est pas affectée par la particule.
- La puissance incidente est affectée par la particule. Deux possibilités:
 - Elle peut être absorbée.
 - Elle peut être diffusée.

Ainsi on peut définir trois sections efficaces d'interactions (en m^2) entre le rayonnement et la particule:

$$\sigma_E = \frac{P_E}{J} \quad \sigma_A = \frac{P_A}{J} \quad \sigma_S = \frac{P_S}{J} \quad (2.35)$$

où P_A est la puissance absorbée par la particule, P_S la puissance diffusée par la particule (S pour scattering en anglais) et P_E la puissance totale affectée par la particule qui par définition est égale à $P_A + P_S$. On parle aussi de puissance d'extinction pour P_E puisque cette puissance est perdue pour le rayonnement incident.

En pratique il est plus commode d'utiliser les efficacités d'extinction, d'absorption et de diffusion (sans dimension) définies de sorte que les sections efficaces soient normalisées par rapport à la section efficace géométrique de la particule σ_g déjà introduite dans la section 2.1 équation 2.2 et qui dans le cas d'une particule sphérique de rayon a est égale à πa^2 . Ainsi :

$$Q_E = \frac{\sigma_E}{\sigma_g} \quad Q_A = \frac{\sigma_A}{\sigma_g} \quad Q_S = \frac{\sigma_S}{\sigma_g} \quad (2.36)$$

On reconnaît Q_S l'efficacité de diffusion, déjà utilisée dans la section 2.1. Ces efficacités sont reliées aux coefficients linéiques d'extinction, d'absorption et de diffusion E , S et A (en m^{-1}) par les formules suivantes:

$$E = N \times \sigma_g \times Q_E \quad A = N \times \sigma_g \times Q_A \quad S = N \times \sigma_g \times Q_S \quad (2.37)$$

avec N le nombre de grains. m^{-3} déjà introduit dans la section 2.1. On retrouve bien que l'albédo de simple diffusion $\tilde{\omega}_0$ quantifie le fait que la particule absorbe plus ou moins le rayonnement incident et est définie par:

$$\tilde{\omega}_0 = \frac{S}{E} = \frac{Q_S}{Q_E} = \frac{\sigma_S}{\sigma_E} = \frac{\sigma_S}{\sigma_S + \sigma_A} \quad (2.38)$$

Si le grain n'absorbe pas la radiation incidente alors $\sigma_A = 0$ et $\tilde{\omega}_0 = 1$. Si le grain absorbe tous le rayonnement incident alors $\sigma_S = 0$ et $\tilde{\omega}_0 = 0$.

Les sections efficaces σ peuvent être calculées rigoureusement grâce à théorie de l'électromagnétisme avec pour seule paramétrisation l'indice de réfraction complexe du matériau composant la sphère, que je note n_{opt} et le rapport entre la circonférence de la particule et la longueur d'onde du rayonnement $X = \frac{2\pi a}{\lambda} = \frac{\pi D}{\lambda}$ que l'on appelle le paramètre de taille.

La figure 2.7 montre l'évolution de l'efficacité d'extinction d'une particule sphérique (définie par l'équation A.1a donnée en annexe) en fonction du paramètre de taille X pour différents matériaux absorbants ou non-absorbants (la partie imaginaire de l'indice de réfraction du matériau est nulle pour une particule non-absorbante).

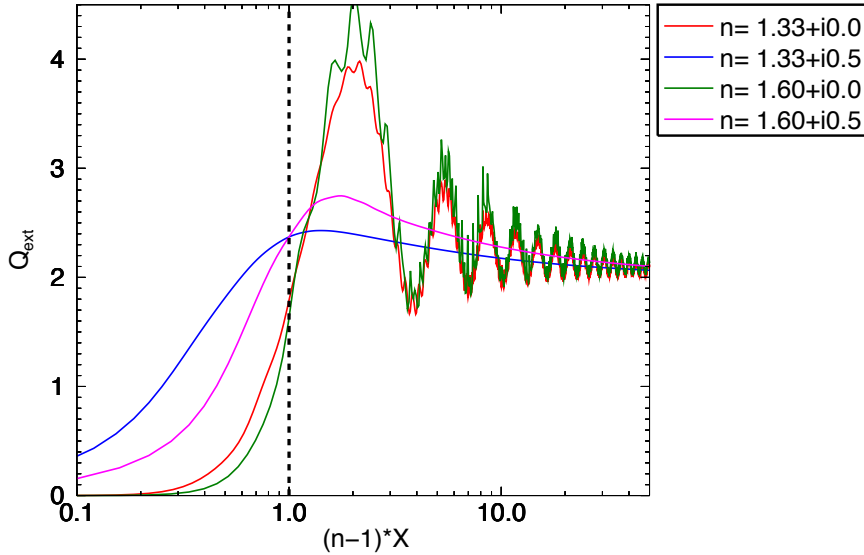


FIGURE 2.7 – Efficacité d'extinction en fonction du paramètre de taille X pour différents matériaux d'indices de réfractions complexes. La ligne en pointillés noire, indique le passage du régime Rayleigh à celui de Mie.

On voit deux comportements bien distincts sur la figure 2.7. Le premier comportement est visible pour des paramètres de taille de particule inférieurs à 1 (la particule est petite devant la longueur d'onde). Dans cette région, l'efficacité d'extinction augmente fortement avec la taille de la particule, suivant une progression inversement proportionnelle à λ^4 . C'est la région de validité de la diffusion Rayleigh.

Pour des valeurs de paramètres de taille supérieures à 1, c'est à dire des particules grandes devant la longueur d'onde, on voit que l'efficacité d'extinction oscille en fonction du paramètre de taille et tend vers 2 lorsque ce dernier tend vers l'infini. On se trouve dans la région dite "géométrique". Dans notre cas, nous n'utiliserons que des données dont la longueur d'onde est comprise entre $0.5\mu m$ et $5\mu m$ pour des grains de régolithe mesurant *a priori* quelques centaines de micromètres (Jaumann et al. (2008), Poulet et al. (2003), Hedman et al. (2013)), soit un paramètre de taille compris entre 60 et 600. Par conséquent nous effectuerons l'hypothèse que l'efficacité d'extinction du régolithe dans notre étude sera constant et vaudra 2. Cette valeur signifie qu'une particule très grande devant la longueur d'onde va affecter le rayonnement incident sur une surface deux fois plus grande que sa surface géométrique. Cet effet est connu sous le nom de paradoxe de l'extinction (voir van de Hulst (1957) p30).

Dans le cas où une particule n'est plus isolée comme c'est le cas dans toute la théorie de Hapke, le lobe de diffraction n'est plus visible, on se trouve en champ proche ce qui réduit l'efficacité d'extinction à 1. Nous prendrons donc pour valeur d'efficacité d'extinction $Q_E = 1$ dans toute la suite de notre étude.

2.4.2 Fonctions de phase associées

L'efficacité d'extinction est la somme de l'efficacité de diffusion et de l'efficacité d'absorption. Néanmoins, pour connaître la direction privilégiée de diffusion du rayonnement après interaction avec le milieu, il est important de connaître la distribution angulaire de probabilité de diffusion. Dans le cadre de la théorie de Mie, l'indicatrice de diffusion $P(\alpha)$ a pour expression:

$$P(\alpha) = \frac{\lambda^2}{8\pi^2\sigma_S} \times (|S_1(\alpha)|^2 + |S_2(\alpha)|^2) \quad (2.39)$$

où σ_S est la section efficace de diffusion présentée dans la sous-section 2.4.1 et $S_1(\alpha)$, $S_2(\alpha)$ dont définis dans l'annexe A.

La figure 2.8 montre l'amplitude de l'indicatrice de diffusion en fonction de l'angle de diffusion pour des paramètres de tailles respectivement très inférieurs et très supérieurs à 1. On distingue qu'à mesure que le paramètre de taille augmente, l'indicatrice de diffusion devient de plus en plus rétro-diffusante (le maximum d'amplitude de la probabilité de diffusion augmente autour de l'angle de diffusion égal zéro).

Le cas où $X=0.03$ sur la figure 2.8 correspond au diagramme polaire de l'indicatrice de diffusion suivant le régime de Rayleigh. Cette fonction de phase est bien représentée par la fonction d'équation:

$$P_{reg}(\alpha) = \frac{3}{4}(1 + \cos^2 \alpha) \quad (2.40)$$

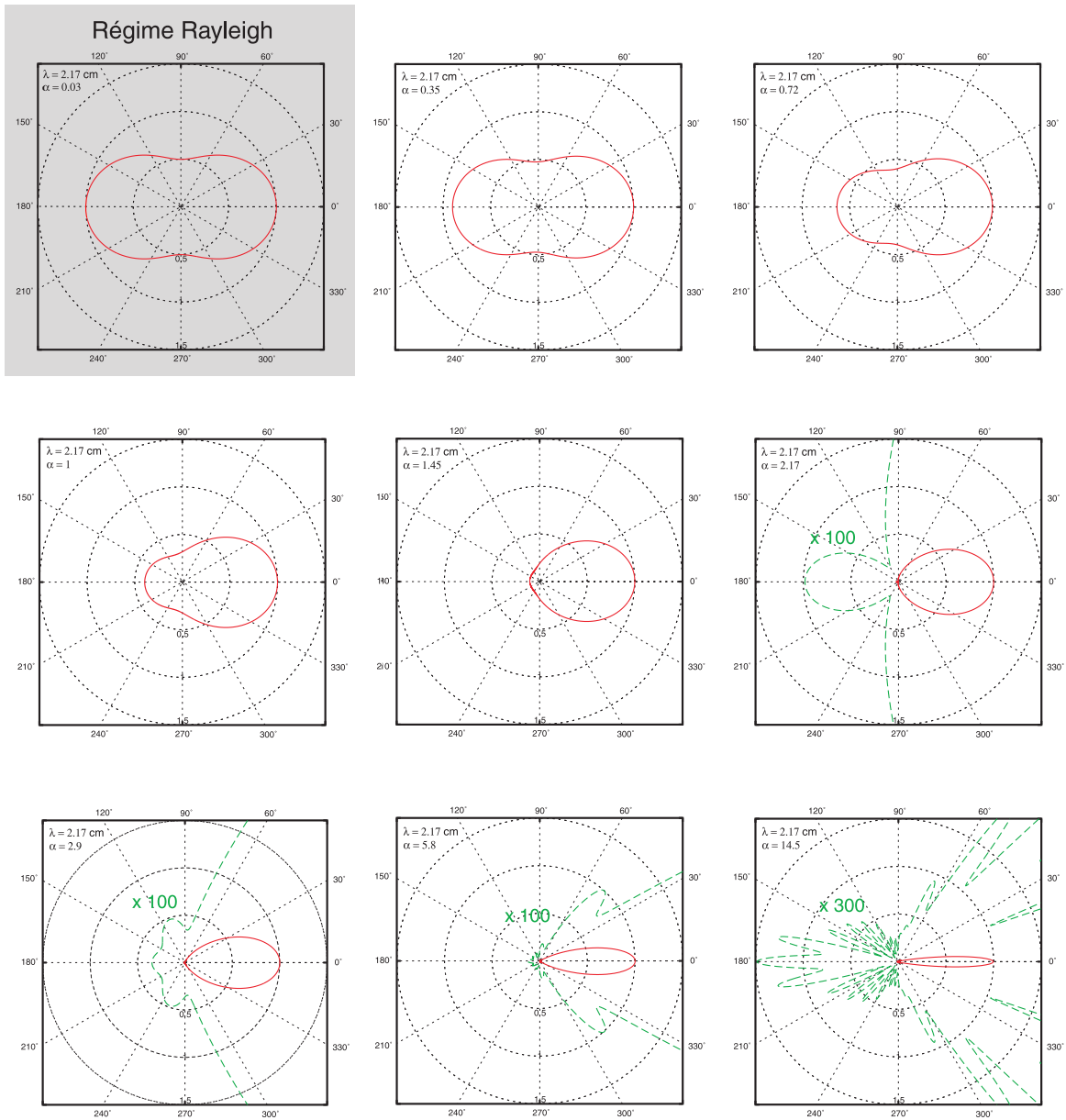


FIGURE 2.8 – Diagramme polaire de l'indicatrice de diffusion calculée à partir de la théorie de Mie. Pour chacune des vignettes, la longueur d'onde est fixée à $2.47\mu\text{m}$. Le paramètre de taille varie entre 0.03 et 14.5. Figure tirée de la thèse de Sébastien Rodriguez.

On considère la diffusion Rayleigh comme quasi-isotrope, l'indicatrice de diffusion étant presque parfaitement sphérique. Le cas isotrope est donné par la fonction de phase $P_{reg}(\alpha) = 1$. On parle de diffuseur Lambertien dans ce cas.

Enfin, une des fonctions de phases reproduisant l'aspect asymétrique de la diffusion de Mie dans le cas où le paramètre de taille est très grand devant un, et couramment utilisée pour l'étude des surface planétaire est la fonction d'Henye-Greenstein à un lobe (voir [Henyey and](#)

Greenstein (1941)), dont la fonction de phase est définie par l'équation 2.41 :

$$P_{reg}(\alpha) = \frac{1 - g^2}{(1 + g^2 + 2g \times \cos(\alpha))^{\frac{3}{2}}} \quad (2.41)$$

Avec

$$g = \int_{4\pi} P_{reg}(\alpha) \cos(\alpha) d\omega = \langle \cos \alpha \rangle \quad (2.42)$$

où g est l'angle de diffusion moyen de cette particule aussi appelé paramètre d'asymétrie de diffusion.

Pour des valeurs de g négatives, la diffusion est préférentiellement vers l'arrière (-1.0 correspond à une rétro-diffusion totale), et est préférentiellement vers l'avant pour des valeurs de g positives (1.0 à une diffusion totalement vers l'avant). Le cas où $g = 0$ correspond à une diffusion isotrope c'est à dire sans direction privilégiée. C'est la fonction de phase d'Henyey-Greenstein que nous utiliserons pour modéliser la fonction de phase moyenne des grains de régolithe.

Dans tous ces cas, je rappelle que ces fonctions doivent être normalisées (voir section 2.1) afin que la probabilité que le rayonnement incident soit diffusé dans tout l'espace soit de 1.

2.5 Effet de compaction du régolithe: Ombrage mutuel des grains de régolithe (SHOE)

Lors des sections précédentes, les grains étaient considérés distants les uns des autres. Cette hypothèse ne semble pas valable pour le cas du régolithe qui par définition est un agrégat continu de grain individuels et ne constitue donc pas un milieu dilué. Néanmoins les formules donnant les termes de diffusion simple et multiple établie dans le cadre d'hypothèse de champ lointain (2.17 et 2.28) reproduisent correctement le comportement photométrique des corps du système solaire pour des angles de phases supérieurs à quelques degrés. C'est à faible angle de phase, typiquement pour des valeurs inférieures à 10° que ce modèle semble inapproprié. A partir de cette constatation Bruce Hapke aborda donc la prise en compte de l'effet de compaction du régolithe en modulant les termes I_S et I_M par une nouvelle fonction. Repartons de l'équation 2.16 pour le terme de diffusion simple:

$$I_S = J \frac{\tilde{\omega}_0}{4\pi} \frac{EP(\alpha)}{\mu} \int_{-\infty}^0 \exp^{(Ez \left(\frac{1}{\mu_0} + \frac{1}{\mu} \right))} dz \quad (2.43)$$

En introduisant la définition de l'épaisseur optique τ nous pouvons réécrire cette équation:

$$I_S = J \frac{\tilde{\omega}_0}{4\pi} \frac{P(\alpha)}{\mu} \int_0^{+\infty} \exp\left(-\frac{\tau}{\mu_0}\right) \times \exp\left(-\frac{\tau}{\mu}\right) d\tau \quad (2.44)$$

Nous verrons dans la section 3.2.1 que le terme $\exp\left(-\frac{\tau}{\mu_0}\right)$ n'est autre que la probabilité que le rayonnement incident n'interagisse pas avec les grains du milieu ($\tau = 0$ la probabilité vaut 1, $\tau \rightarrow +\infty$ la probabilité tend vers 0). On note $T_i = \exp\left(-\frac{\tau}{\mu_0}\right)$ et $T_e = \exp\left(-\frac{\tau}{\mu}\right)$ la probabilité que le rayonnement incident atteigne le volume de régolithe dV et que le rayonnement émergent du volume de régolithe dV atteigne le détecteur. Ainsi l'équation 2.44 s'écrit:

$$I_S = J \frac{\tilde{\omega}_0}{4\pi} \frac{P(\alpha)}{\mu} \int_0^{+\infty} T_i(\tau, \mu_0) T_e(\tau, \mu) d\tau \quad (2.45)$$

Lorsque les directions d'incidence Ω' et d'émergence Ω sont "suffisamment" éloignées i.e $\alpha > \alpha_{min}$ qui dépend des propriétés du milieu observé (compaction, taille des particules), ces probabilités sont indépendantes. Ce n'est plus le cas lorsque l'on s'approche de l'opposition, c'est à dire lorsque les directions sont de plus en plus proches ($\alpha \rightarrow 0$). La figure 2.9 illustre cette situation.

On voit que lorsque l'angle de phase α tend vers 0 les deux cylindres de rayon a (rayon moyen des grains de régolithe) vont avoir en commun un covolume de plus en plus important. Ce covolume noté U_C auquel appartient la coupe $ACBP$ est compté deux fois lorsqu'on utilise le formalisme où T_i et T_e sont indépendants. Par conséquent l'expression exacte de T_i et T_e devient:

$$T_i T_e = \exp\left(-\frac{\tau}{\mu_0} - \frac{\tau}{\mu} + \tau'_C\right) \quad (2.46)$$

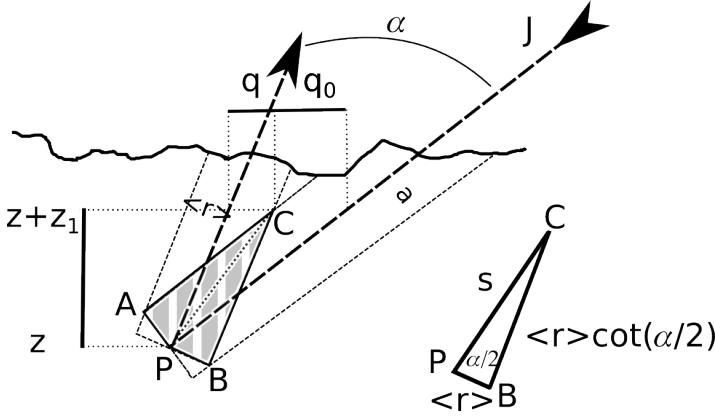


FIGURE 2.9 – Illustration de l'effet d'opposition. Le triangle en bas à droite du schéma est un agrandissement du triangle CBP. Figure inspirée du [Hapke \(1986\)](#) et reproduite par mes soins. Le covolume U_C est indiquée par la zone hachurée.

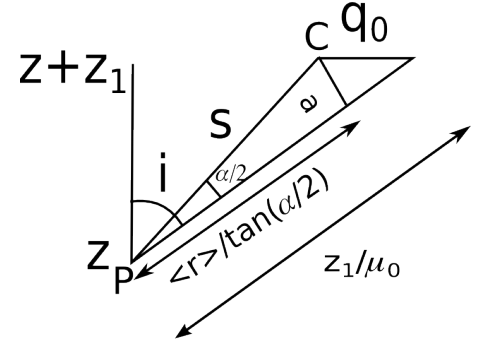


FIGURE 2.10 – Zoom pour le calcul de q_0 .

où τ'_C n'est autre que l'intégrale de la distribution de densité de grains de régolithe en fonction de la profondeur, notée $n_e(z)$, sur le covolume U_C .

$$\tau'_C = \int_0^{U_C} n_e(z) dU_A \quad (2.47)$$

Dans notre cas, nous considérons que le régolithe est caractérisé par une densité constante dans tout le demi-espace du régolithe, d'où $n_e(z) = N$ pour $z < 0$. Il reste à déterminer l'expression analytique du covolume U_C en fonction de l'angle de phase. La première étape est de déterminer les bornes minimale et maximale de hauteur du covolume. La borne minimale est par définition la coordonnée z du volume dV du régolithe. Pour la borne maximale, notée $z + z_1$ à laquelle les deux cylindres d'incidence et d'émergence ne se recouvrent plus, un calcul géométrique est nécessaire.

Soit q_0 et q (voir figure 2.9) les distances entre le point C et les rayons incident et émergent respectivement dans le plan de diffusion, le théorème de Pythagore donne:

$$q^2 = \left(\frac{z_1}{\mu} - \frac{a}{\tan(\frac{\alpha}{2})} \right)^2 + a^2 \quad (2.48a)$$

$$q_0^2 = \left(\frac{z_1}{\mu_0} - \frac{a}{\tan(\frac{\alpha}{2})} \right)^2 + a^2 \quad (2.48b)$$

$$(q + q_0)^2 = z_1^2 (\tan^2(i) + \tan^2(e) - 2 \tan(i) \tan(e) \cos(A_z)) \quad (2.48c)$$

$$\cos(\alpha) = \cos(i) \cos(e) + \sin(i) \sin(e) \cos(A_z) \quad (2.48d)$$

Lorsque $\alpha \rightarrow 0$ alors $\tan(\frac{\alpha}{2}) \rightarrow 0$ ce qui permet de négliger le terme de droite dans l'équation 2.48a et l'équation 2.48b. Ainsi:

$$q_0 \approx \frac{z_1}{\mu_0} - \frac{a}{\tan(\frac{\alpha}{2})} \quad (2.49a)$$

$$q \approx \frac{z_1}{\mu} - \frac{a}{\tan(\frac{\alpha}{2})} \quad (2.49b)$$

et si α est proche de 0 ($\mu \approx \mu_0$), $q - q_0$ est proche de 0

$$q - q_0 \approx \frac{z_1}{\mu_0} + \frac{z_1}{\mu} - 2 \frac{a}{\tan(\frac{\alpha}{2})} \approx 0 \quad (2.49c)$$

Ainsi on obtient pour z_1 , borne maximale en z du covolume U_C :

$$z_1 \approx 2 \frac{\mu \mu_0}{\mu + \mu_0} \times \frac{a}{\tan(\frac{\alpha}{2})} \quad (2.49d)$$

Dans la direction perpendiculaire au plan de diffusion (plan représenté par la figure 2.9) l'épaisseur du recouvrement des deux cylindre est supposée constante entre z et $z + z_1$ et noté b . Par conséquent, le covolume U_C va avoir pour expression:

$$U_C = b \times ACBP = b \times PB \times BC = b \times \frac{a^2}{\tan(\frac{\alpha}{2})} \quad (2.50)$$

et le covolume compris entre z' et $z + z_1$ noté $U_A(z')$ (utile pour l'intégration de N sur le covolume U_C) a pour expression:

$$U_A(z') = U_C [1 - \frac{z' - z}{z_1}]^2 \quad (2.51a)$$

On obtient bien:

$$U_A(z) = U_C [1 - \frac{z - z}{z_1}]^2 = U_C \quad (2.51b) \quad U_A(z + z_1) = U_C [1 - \frac{z + z_1 - z}{z_1}]^2 = 0 \quad (2.51c)$$

soit:

$$dU_A(z') = -2U_C [1 - \frac{z' - z}{z_1}] \frac{dz'}{z_1} = -2 \frac{U_C}{z_1} [1 - \frac{z' - z}{z_1}] dz' \quad (2.52)$$

Ce volume infinitésimal ne peut pas être négatif, le signe $-$ provient seulement du fait que $z < 0$ donc la dérivée $-z$ vaut $-dz$ avec $dz < 0$. Or, dz étant une longueur infinitésimal elle ne peut être négative. Afin d'éviter les problèmes d'interprétation, on enlève le signe $-$.

En injectant les équations 2.49d, 2.50 et 2.52 dans l'équation 2.47, il vient:

$$\tau'_C = \int_z^{z+z_1} N \times 2 \frac{b \times \frac{a^2}{\tan(\frac{\alpha}{2})}}{2 \frac{\mu \mu_0}{\mu + \mu_0} \times \frac{a}{\tan(\frac{\alpha}{2})}} [1 - \frac{z' - z}{z_1}] dz' \quad (2.53a)$$

$$\tau'_C = \int_z^{z+z_1} N b a \times \frac{\mu + \mu_0}{\mu \mu_0} [1 - \frac{z' - z}{z_1}] dz' \quad (2.53b)$$

N , b et a étant constants, l'intégration donne:

$$\tau'_C = Nba \frac{\mu + \mu_0}{\mu \mu_0} \frac{z_1}{2} = \frac{Nba^2}{\tan(\frac{\alpha}{2})} \quad (2.54)$$

Si l'on reprend l'équation 2.46 ($T_i T_e = \exp(-\frac{\tau}{\mu_0} - \frac{\tau}{\mu} + \tau'_C)$), on voit bien que τ'_C va artificiellement augmenter la probabilité que le rayonnement n'interagisse pas avec le régolithe, ce qui est bien le but recherché. On voit aussi que lorsque $\alpha \rightarrow 0$, $z_1 \rightarrow +\infty$ et $\tau'_C \rightarrow +\infty$. Lors de l'opposition, τ'_C est égal au plus à τ/μ c'est à dire que la probabilité de ne pas interagir avec le régolithe après diffusion est de 1. Si le rayonnement est arrivé jusqu'à z alors il en ressortira sans être atténué. Cela nous donne un moyen d'évaluer analytiquement l'épaisseur du covolume b :

À l'opposition: $z_1 \rightarrow 0$ et $\mu = \mu_0$ d'où:

$$\tau'_C = \int_z^{+\infty} Nba \frac{\mu + \mu_0}{\mu \mu_0} dz' = \int_z^{+\infty} Nba \frac{2}{\mu} dz' \quad (2.55)$$

et par définition de τ :

$$\frac{\tau}{\mu} = \frac{1}{\mu} \int_z^{+\infty} N\pi a^2 dz' \quad (2.56)$$

Ainsi:

$$\int_z^{+\infty} Nba \frac{2}{\mu} dz' = \frac{1}{\mu} \int_z^{+\infty} N\pi a^2 dz' \Leftrightarrow b = \pi \frac{a}{2} \quad (2.57)$$

On remarque que pour le cas d'un régolithe dont tous les grains ont la même taille (rayon a)

$$\tau'_C = \frac{3}{8} \times \frac{N \times V_{grain}}{\tan(\frac{\alpha}{2})} = \frac{3}{8} \times \frac{D_{reg}}{\tan(\frac{\alpha}{2})} \quad (2.58)$$

avec $V_{grain} = \frac{4}{3}\pi a^3$ le volume d'un grain de régolithe et où D_{reg} est la densité du régolithe, c'est à dire la fraction volumique occupée par le régolithe dans un m^3 de sol. Ainsi, à l'opposition, les caractéristiques structurales du régolithe vont avoir un effet collectif sur le comportement photométrique du régolithe. On retrouve bien le fait que dans le cas d'une densité nulle, ce qui correspond à des grains de régolithe isolés, $\tau_C \rightarrow 0$ et l'on retrouve le formalisme développé dans la section 2.2.

Pour des raisons pratiques et afin de conserver un formalisme identique tout au long de ce manuscrit, il est plus commode de prendre en compte le facteur géométrique dans τ'_C . On introduit $\tau_C = \tau'_C \times \left(\frac{\mu \mu_0}{\mu + \mu_0}\right)$. Ainsi, l'équation 2.45 devient:

$$I_S = J \frac{\tilde{\omega}_0}{4\pi} \frac{P(\alpha)}{\mu} \int_0^{+\infty} \exp^{-(\tau - \tau_C) \times \frac{\mu + \mu_0}{\mu \mu_0}} d\tau \quad (2.59)$$

Il se trouve que lorsque $\tau \rightarrow +\infty$ cette intégrale peut être approchée par la fonction:

$$B_{SHOE}(\alpha) = \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{h_s}\right) \times \tan(\frac{\alpha}{2})} \quad (2.60)$$

avec

$$h_s = E\langle a \rangle \ln \frac{1}{(1 - D_{reg})} / 2D_{reg} \quad (2.61)$$

La largeur à mi-hauteur de cette fonction est environ égale à $2 \times h_s$ (en radian).

Dans le cas où les grains de régolithe sont sphériques, de rayon ' a ' (pas de distribution de taille des grains), grands devant la longueur d'onde, compactés, nous pouvons transformer certaines des expressions des sections précédentes:

$$Q_S = \tilde{\omega}_0 \text{ et } Q_E = 1 \text{ ou de manière équivalente } E = N\sigma_g \times Q_E = N\pi a^2.$$

De plus par définition du facteur de remplissage du milieu, $N = \frac{D_{reg}}{V_{reg}} = \frac{D_{reg}}{\frac{4}{3}\pi a^3}$, par conséquent:

$$h_s = Ea \ln \frac{1}{(1 - D_{reg})} / 2D_{reg} = N\sigma_g a \ln \frac{1}{(1 - D_{reg})} / 2D_{reg} \quad (2.62)$$

soit

$$h_s = \frac{D_{reg}}{\frac{4}{3}\pi a^3} \pi a^3 \ln \frac{1}{(1 - D_{reg})} / 2D_{reg} \quad (2.63)$$

d'où

$$h_s = \frac{3}{8} \ln \frac{1}{(1 - D_{reg})} \quad (2.64)$$

Ainsi on voit que plus le régolithe est dense plus la largeur à mi-hauteur de l'effet d'opposition est important. Ces calculs ont été fait en supposant une distribution de densité de grains suivant une loi tangente hyperbolique. Il est à noter que lors de la dérivation de nos équations, nous avons fait l'hypothèse de taille de grain unique pour l'ensemble du régolithe observé. [Hapke \(1986\)](#) donne l'équation qui permet, pour modéliser l'effet d'opposition d'ombrage mutuel des grains, de d'introduire une distribution de taille de grains. L'équation 2.64 devient:

$$h_s = \frac{3}{8} \ln \frac{1}{1 - D} \times Y(n(r)) \quad (2.65)$$

où la fonction Y va dépendre de la distribution de taille de grains $n(r)$.

Le tableau 2.1 donne les valeurs de cette fonction $Y(n(r))$ pour une distribution de densité de grains suivant une loi en tangente hyperbolique, en fonction de différentes distributions de taille de grains $n(r)$:

La encore, la largeur du pic d'opposition augmente avec la densité du régolithe. Néanmoins, la largeur du pic augmente considérablement lorsque la densité dépasse ≈ 0.8 . Pour une distribution de densité de grains constante en fonction de la profondeur, la largeur à mi-hauteur maximale est environ de 50° . Lorsqu'on utilise une distribution de densité de grains suivant une loi tangente hyperbolique en fonction de la profondeur, une largeur à mi-hauteur du pic d'opposition est atteinte pour $D \approx 0.76$ et tend ensuite vers 180° rapidement.

Ceci implique que pour un régolithe très dense le pic d'opposition du régolithe ne va pas être visible. La fonction $B_{SHOE}(\alpha)$ va augmenter le flux général et ne pourra donc pas être distingué de la fonction de phase d'un grain de régolithe $P(\alpha)$. La largeur du pic va aussi

Distribution n(r)	Expression Analytique de Y	Valeur de Y pour un rapport de taille de 1000
$K\delta(r - \langle r \rangle)$	1	1
$Kr \exp \frac{-r}{\langle r \rangle}$	$\sqrt{\frac{3}{8}}$	0.612
$Kr^{-\beta}\beta$		
$\beta = 0$	$\frac{4}{3\sqrt{3}}$	0.770
1	$\frac{3}{\sqrt{8 \ln \frac{r_g}{r_p}}}$	0.404
2	$\frac{2}{\sqrt{\frac{r_g}{r_p}}}$	0.0632
3	$\sqrt{2} \times \left[\ln \frac{r_g}{r_p} \right]^{\frac{3}{2}} \times \frac{r_g}{r_p}$	0.0257
4	$\frac{\sqrt{2}}{\ln \frac{r_g}{r_p}}$	0.251
5	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	0.707

TABLE 2.1 – Tableau récapitulatif des valeurs de la fonction Y en fonction de différentes distributions de taille de grains. [Hapke \(1984\)](#)

dépendre de la distribution de taille de grains du régolithe. Le tableau 2.1 montre que le facteur Y peut atteindre des valeurs aussi basses que 0.02 rendant le pic d'opposition bien plus étroit que ce que nous pouvons prédire à partir de la formule 2.61.

Par conséquent il sera important de garder en tête le fait que nous surestimons peut être la largeur du pic d'opposition dû à l'ombrage mutuel des grains de régolithe lorsque nous faisons l'hypothèse d'une distribution de densité des grains constant en fonction de la profondeur et une distribution de taille de grains unique.

Enfin, nous avons implicitement fait l'hypothèse jusqu'à présent que les grains de régolithe sont des diffuseurs ponctuels. Ce n'est évidemment pas le cas, les grains de régolithe ont une taille finie. L'hypothèse ponctuelle est vérifiée si les rayons incident et émergent sont issus d'une réflexion à la surface de la particule. Si le rayon incident a pénétré dans le grain et que le rayon émergent est issu d'une réflexion ou réfraction dans le grain, il va sortir de la particule à un endroit potentiellement éloigné du rayon incident. Cela réduit considérablement le covolume U_C , réduisant ainsi l'amplitude du pic d'opposition. Afin de prendre cet effet en compte, Hapke (1984) a rajouté un terme empirique B_{0SHOE} réduisant l'amplitude du pic d'opposition ($0 < B_{0SHOE} < 1$). Ainsi l'équation finale de l'effet d'opposition dans le régolithe devient:

$$B_{SHOE}(\alpha) = 1 + \frac{B_{0SHOE}}{1 + (\frac{1}{h_s}) \times \tan(\frac{\alpha}{2})} \quad (2.66)$$

En ce qui concerne la prise en compte de l'effet d'opposition pour le terme de diffusion multiple I_M , la dérivation exacte des équations n'est pas nécessaire. En effet, du fait des diffusions multiples, les directions Ω et Ω' ne seront plus corrélées, la diffusion multiple étant par essence aléatoire. Par conséquent, le covolume U_C est extrêmement petit, ce qui rend le terme d'ombrage mutuel des grains pour la diffusion multiple négligeable ($< 0.1\%$ de l'intensité totale observée, voir Esposito (1979)).

Nous venons de rappeler la dérivation effectuée pour retrouver le terme d'ombrage mutuel d'un milieu granulaire du modèle de Hapke (1984). Nous avons fait l'hypothèse d'un milieu compact, d'épaisseur optique infinie, composé de grains grands devant la longueur du rayonnement incident, monotaille et de densité de distribution en profondeur suivant une loi en tangente hyperbolique. Ces équations seront réutilisées pour modéliser le comportement photométrique du régolithe recouvrant la surface d'Encelade ainsi que les particules des anneaux de Saturne (chapitres 5 et 4).

Néanmoins, le régolithe, comme les particules composant les anneaux de Saturne, sont tous deux des milieux granulaires. Par conséquent les particules d'anneaux exhibent le même phénomène d'ombrage mutuel des particules d'anneau. L'épaisseur des anneaux de Saturne étant finie, la dérivation que nous avons effectué dans cette section pour évaluer l'intégrale de l'équation 2.59 ne pourra plus être utilisée comme telle et nécessite une dérivation plus sophistiquée (voir chapitre 3.1).

2.6 Rétro-diffusion cohérente (CBOE)

Le mécanisme de rétro-diffusion cohérente a été proposé initialement par [Watson \(1969\)](#). L'idée est qu'une onde électromagnétique pénétrant dans le régolithe va être partiellement diffusée vers l'observateur mais aussi diffusée vers un autre grain de régolithe. À faible angle de phase, après k diffusions les différentes ondes réfléchies vont pouvoir interférer de manière constructive eux provoquant une augmentation de la brillance et contribuant ainsi à l'effet d'opposition. Je ne détaillerais pas la dérivation de l'équation modélisant cet effet d'interférences constructives. Néanmoins, on peut intuitivement le fait que la largeur du pic va dépendre de la différence de marche entre les différents grains du régolithe et aussi de la longueur d'onde du rayonnement incident. C'est effectivement ce qui est modélisé dans le terme h_c de l'équation:

$$B_{CBOE}(\alpha) = 1 + B_{0CBOE} \times \frac{1 + \frac{1 - \exp\left(-\left(\frac{1}{h_c}\right) \tan(\alpha/2)\right)}{\left(\frac{1}{h_c}\right) \tan(\alpha/2)}}{2[1 + \left(\frac{1}{h_c}\right) \tan(\alpha/2)]^2} \quad (2.67)$$

Et $h_c = \frac{\lambda}{4\pi\Lambda_{milieu}}$.

λ est la longueur d'onde du rayonnement, et Λ_{milieu} est le libre parcours moyen d'un photon dans le milieu. Il est définie comme étant la distance que parcourt un photon avant que sa direction soit changée d'un angle important (arbitrairement choisi supérieur à 1°). Son expression est la suivante:

$$\Lambda_{milieu} = [N\sigma_g Q_s (1 - \langle \cos\theta \rangle)]^{-1} \quad (2.68)$$

N est le nombre de grains de régolithe par m^{-3} , σ_g est la section efficace géométrique moyenne des grains de régolithe, Q_s est l'efficacité de diffusion moyenne des grains de régolithe et $\langle \cos\theta \rangle$ est le cosinus moyen de l'angle de diffusion.

De la même manière que dans la section 2.5, l'hypothèse de grains de régolithe sphériques, de rayon ' a ' (pas de distribution de taille des grains), grands devant la longueur d'onde, compactés, permet de transformer cette expression:

D'après l'équation 2.42, $\langle \cos\theta \rangle = g$. Comme $Q_s = \tilde{\omega}_0$, l'équation 2.68 devient:

$$\Lambda_{milieu} = [N\sigma_g Q_s (1 - \langle \cos\theta \rangle)]^{-1} = \left[\frac{D_{reg}}{4\pi a^3} \pi a^2 \tilde{\omega}_0 (1 - g)\right]^{-1} \quad (2.69)$$

soit

$$\Lambda_{milieu} = \left[\frac{3D_{reg}}{4a} \tilde{\omega}_0 (1 - g)\right]^{-1} \quad (2.70)$$

Par conséquent nous voyons qu'il est directement possible de s'affranchir du paramètre morphologique h_c par des paramètres physiques caractéristiques du régolithe que sont, le rayon

moyen du régolithe a et le facteur de remplissage du milieu D_{reg} .

De la même manière que pour l'ombrage mutuel des grains du régolithe (voir section 2.5), le terme B_{0CBOE} est une modulation de l'amplitude du pic d'opposition ($0 < B_{0CBOE} < 1$). Il permet de prendre en compte le fait que, dans le cas d'un mélange, composé majoritairement de grains de faible albédo et d'une minorité de grains de fort albédo, un photon est diffusé de nombreuses fois avant d'atteindre un grain de fort albédo et donc avant de contribuer aux interférences constructives. Cela réduit l'intensité du pic d'opposition et doit être pris en compte. Dans le cas où l'on étudie un régolithe composé d'un seul type de grains ayant un fort albédo, conserver B_{0CBOE} paraît par conséquent peu pertinent.

Néanmoins, lorsque l'on parle d'interférences, il est important de prendre en compte l'aspect polarisé du rayonnement. Nous ne nous sommes pas intéressés à cet aspect dans notre étude du modèle d'Hapke jusqu'à présent. Pourtant, la polarisation joue un rôle important dans le cas du CBOE. En effet, la polarisation d'un photon diffusé de multiples fois va être aléatoire par rapport à la polarisation du rayonnement incident. Ainsi, après de multiples diffusions, les photons diffusés ne pourront plus interférer ensemble même si la différence de marche est un multiple de la longueur d'onde. Ce phénomène va réduire l'amplitude du CBOE et sera pris en compte de manière *ad-hoc* dans B_{0CBOE} , d'où la conservation de ce terme même pour le cas d'un régolithe constitué d'un seul type de grain de fort albédo.

De part la nature même de la rétro-diffusion cohérente, on pourrait penser que ce terme ne va moduler que le terme de diffusion multiple I_M . Il n'en est rien, il va aussi moduler le terme de diffusion simple I_S . En effet, durant toute les dérivations des sections précédentes, le terme 'diffusion' signifiait interaction avec un grain de régolithe. Lorsque l'on parle de rétro-diffusion cohérente, nous parlons de diffusion à partir du moment où la direction de propagation du rayonnement est changée. Ainsi, des réflexions multiples au sein du même grain de régolithe va aussi pouvoir contribuer à l'augmentation de brillance à faible angle de phase.

Résumé:

Finalement, en couplant les équations 2.41, 2.66, 2.67, 2.29, on obtient l'équation fondamentale du modèle de Hapke dans le cas d'un régolithe composé d'un seul type de grains, sphériques, de rayon moyen ' a ', de fonction de phase moyenne $P(\alpha)$, dont les dimensions des grains sont grandes devant la longueur d'onde du rayonnement incident. Ce régolithe doit être compacte, d'épaisseur infinie avec une distribution de densité en fonction de la profondeur suivant une loi en tangente hyperbolique:

$$\boxed{\frac{I}{F}(\mu, \mu_0, \alpha) = \frac{\bar{\omega}_0}{4} \times \frac{\mu_0}{\mu + \mu_0} \times [B_{SHOE}(\alpha) \times P_{reg}(\alpha) + M(\mu, \mu_0, \alpha)] \times B_{CBOE}(\alpha)} \quad (2.71)$$

De nombreuses approximations ont été faites afin de dériver ces termes, la principale étant de considérer que le régolithe n'est composé que d'un seul type de grains. Si l'on veut être plus

rigoureux, l'introduction d'un mélange de grains peut être faite en reprenant directement les équations et en calculant la fonction de phase moyenne du régolithe selon la formule 2.3 et calculer toutes les efficacités d'extinction, de diffusion et d'absorption du mélange. Il faudrait aussi prendre en compte l'aspect polarisé du rayonnement, notamment pour la modélisation du CBOE. On voit rapidement que cette méthode augmente énormément le nombre de paramètres libres du modèle, ce qui rend son utilisation problématique lorsque l'on veut inverser des observations. De même, nous avons fait l'hypothèse que le régolithe est homogène. Il est probable que des agrégats de grains existent au sein du milieu observé ou encore que les grains de régolithe ne soient pas sphériques. L'effet de ces structures et de la forme des grains sur la photométrie de ces milieux a été étudié notamment par [Bohren and Huffman \(1983\)](#) mais la prise en compte de ces effets, dont l'effet sur la photométrie macroscopique de ces milieux reste incertain, nécessite aussi l'ajout d'un nombre important de nouveaux paramètres. Par conséquent nous nous contenterons de la formule 2.71 tout au long de notre étude sans oublier les approximations effectuées, en particulier lorsque nous tacherons d'interpréter les paramètres physiques du régolithe recouvrant les particules d'anneaux de Saturne retrouvés avec ce modèle. Ce modèle ne décrit pas l'intégralité des processus physiques ou de l'ensemble des échelles du milieu mais prend en compte les principaux effets intervenant dans le régolithe en vue d'une inversion de données réelles. Il est ainsi nécessaire de limiter le nombre de paramètres du modèle afin de pouvoir le contraindre avec des données intrinsèquement imparfaites.

Les paramètres du modèles sont:

Paramètres	ω_0	g	B_{0SHOE}	a_{reg}	B_{0CBOE}	D_{reg}
Nom	Albédo de simple diffusion	Paramètre d'asymétrie de diffusion	Amplitude du SHOE	Rayon moyen des grains de régolithe	Amplitude du CBOE	Densité du régolithe
Effet modélisé	Rapport entre la diffusion et l'extinction d'un grain de régolithe	Asymétrie de diffusion	Amplitude de l'effet d'ombrage mutuel des grains	/	Amplitude de la rétrodiffusion cohérente	/

TABLE 2.2 – Tableau récapitulatif des paramètres de notre modèle du comportement photométrique du régolithe.

La taille moyenne du régolithe et la densité du régolithe (a_{reg} et D_{reg}) étant des paramètres physiques du régolithe on ne s'attend pas à une variation de ces paramètres avec la longueur d'onde d'observation. En revanche, l'albédo simple diffusion, caractérisant le rapport entre la diffusion et l'extinction (absorption + diffusion) des grains varie avec la longueur d'onde d'observation en fonction de sa composition ou dans une moindre mesure de la température des grains. De même, d'après les discussions des sections 2.5 et 2.6, on s'attend à une variation des amplitudes de ces effets (B_{0SHOE} et B_{0CBOE}) avec la longueur d'onde. Enfin, l'effet de la longueur d'onde sur le paramètre d'asymétrie de diffusion n'est pas clair, ce paramètre ne dépendant que de l'efficacité de diffusion du grains.

Le comportement photométrique globale du régolithe varie donc avec la longueur d'onde ce qui en fait un diagnostic de la présence de régolithe à la surface des corps observés.

Chapitre 3

Ombrage mutuel des particules de l'anneau: R-SHOE

Table des matières

3.1	Modélisation du R-SHOE : Ring-Shadow Hiding Opposition Effect	86
3.1.1	Épaisseur optique τ	86
3.1.2	Modèle d'Hapke (Hapke (1984))	89
3.1.3	Modèle de Kawata-Irvine	89
3.1.4	Modèle de Lumme-Bowell	91
3.2	Comparaison des modèles	93
3.2.1	Modèle classique multi-couches, cas limite sans R-SHOE	93
3.2.2	Comparaison Morphologique	94
3.2.2.1	Dégénérescence entre H et R	94
3.2.2.2	Comparaison des modèles de R-SHOE	95
3.2.3	Évolution morphologique du R-SHOE en fonction des paramètres d'anneaux	98
3.2.4	Effet de la géométrie	100

Comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent (section 2.5), la brusque augmentation du facteur de radiance à faible angle de phase a pour nom l'effet d'opposition. Une des contributions possibles à l'effet d'opposition est l'ombrage mutuel des particules composant le milieu (SHOE). C'est un effet collectif qui dépend de la structure du milieu observé. En particulier le coefficient linéique d'extinction et la densité du milieu changent la forme et l'amplitude du pic d'opposition.

Les anneaux de Saturne et le régolithe sont tous deux des milieux granulaires. Par conséquent, le formalisme développé dans le chapitre précédent est applicable aussi à l'échelle des anneaux, à la différence que dans ce cas précis, l'épaisseur finie des anneaux ne permet plus de conserver l'hypothèse de milieu semi-infini. Dans ce chapitre, je fais la synthèse bibliographique des modélisations de l'effet d'opposition dans le cas de milieux granulaires d'épaisseur finie.

Ne pas modéliser l'effet d'opposition ne semble pas problématique si l'on n'observe pas les anneaux de Saturne à faible angle de phase. Bien que pour des observations depuis la

Terre l'angle de phase n'est jamais supérieur à 23° , ce qui nécessite la modélisation de l'effet d'opposition, la diversité des géométries accessibles par l'intermédiaire des observations de la sonde *Cassini* permet dans certains cas de s'en affranchir. Le principal intérêt d'envoyer une sonde autour de Saturne est justement de pouvoir observer les anneaux sous d'autres géométries d'observations.

Lors du chapitre précédent nous avons considéré la photométrie d'une surface composée de grains de régolithe. Désormais, nous nous intéressons à la photométrie d'anneaux composés de particules. J'utiliserai exclusivement les termes 'grains' pour les constituants du régolithe et 'particules' pour les constituants de l'anneau.

3.1 Modélisation du R-SHOE : Ring-Shadow Hiding Opposition Effect

L'idée que les particules des anneaux masquent leurs ombres respectives et ainsi contribuent à l'augmentation brusque du facteur de radiance à faible angle de phase a été proposée pour la première fois par [Seeliger \(1887\)](#) comme mécanisme pour expliquer l'effet d'opposition qu'il observait dans les anneaux de Saturne. Plusieurs auteurs ont repris cette idée et développé des formalismes modélisant cet effet. Le raisonnement est le même que celui développé en section 2.5, appliqué à la modélisation des anneaux. Il s'agit d'évaluer les probabilités d'interactions du rayonnement avec les particules d'un anneau d'épaisseur finie lorsque celui ci pénètre puis ressort de l'anneau. C'est l'approche géométrique utilisée qui diffère principalement d'un modèle à l'autre. Néanmoins, il est possible d'utiliser un formalisme commun à tous ces modèles en introduisant le concept d'épaisseur optique "correctrice" τ_C dans le formalisme déjà vu dans le chapitre 2.

Avant de détailler les différents modèles, revenons sur la notion d'épaisseur optique. En effet, sans une bonne compréhension de l'origine et la définition de ce terme, il est difficile de bien comprendre la modélisation du SHOE dans le cas d'une épaisseur optique finie.

3.1.1 Épaisseur optique τ

Lorsqu'on regarde un anneau en transmission, les particules qui le constituent occultent le rayonnement lumineux. La faculté qu'a un anneau d'intercepter le rayonnement incident est caractérisée par l'épaisseur optique τ , que nous définissons ici plus en détail.

Considérons la situation décrite dans la figure 3.1.

Soit dl la longueur infinitésimale du cylindre de section $d\Sigma$ rempli de n particules de rayon a , de section efficace d'extinction σ_E (qui dans le cas de particules grandes devant la longueur d'onde est égale à la section efficace géométrique $\sigma_g = \pi a^2$ - voir chapitre section 2.4). On définit $N = n/dV$ le nombre de particules par mètre cube dans le cylindre de volume $dV = d\Sigma dl$.

Soit $I(l)$ l'intensité lumineuse du rayonnement à la position l traversant la surface $d\Sigma$ pendant dt et $I(l + dl)$ l'intensité lumineuse du rayonnement à la position $l + dl$ traversant la surface $d\Sigma$ pendant dt . La variation d'intensité lumineuse entre l et $l + dl$ est égale, par définition, à $I(l + dl) - I(l) = dI(l)$, mais aussi à l'intensité lumineuse absorbée par les particules sur la

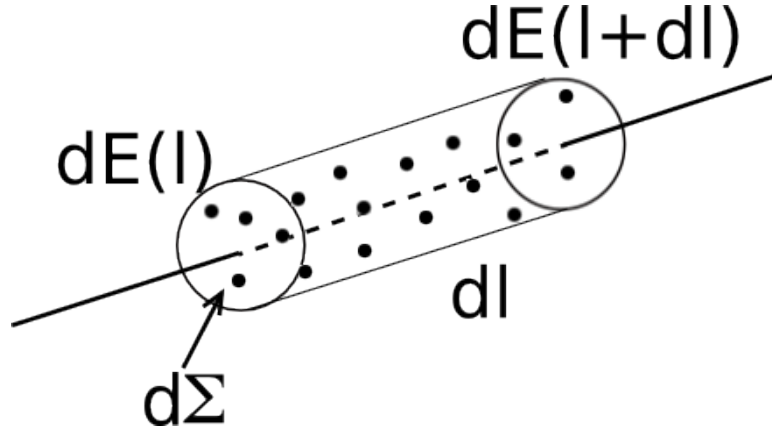


FIGURE 3.1 – Description de la scène pour le calcul de l'épaisseur optique τ . Les points noirs représentent des particules sphériques de rayon a .

longueur dl . Définissons la fraction d'intensité lumineuse absorbée f_I égale au rapport entre la surface projetée cumulée des particules $dS = N\sigma_g dV$ et la surface du cylindre $d\Sigma$. Ainsi :

$$dI(l) = -f_I I(l) = -\frac{dS}{d\Sigma} I(l) = -\frac{N\sigma_g dV}{d\Sigma} I(l) = -N\sigma_g dl I(l) \quad (3.1)$$

Le signe $-$ signifie que l'énergie est perdue par le rayonnement incident. On introduit E , le coefficient d'absorption linéique du milieu (en m^{-1})

$$\frac{dI(l)}{I(l)} = -\sigma_g N dl = -E dl \quad (3.2)$$

En intégrant les 2 membres de l'équation on trouve :

$$I(l) = I_0 \exp^{-\tau(l)} \quad (3.3)$$

avec

$$\tau(l) = \int_0^l E dl \quad (3.4)$$

et I_0 l'intensité lumineuse du rayonnement incident.

On retrouve la loi de Beer-Lambert. Ainsi, lorsqu'on compare l'intensité lumineuse provenant d'une étoile I_0 à l'intensité lumineuse reçue par la sonde I lors d'une occultation par les anneaux par exemple, le rapport des deux nous permet de remonter directement à l'épaisseur optique τ . C'est de cette manière qu'est mesurée l'épaisseur optique des différentes sous-structures des anneaux de Saturne (voir Thèse [Baillie \(2011\)](#)).

Dans le cas où le milieu observé est un anneau homogène d'épaisseur H , constitué de particules de même rayon R , dont la densité est égale à $D_{anneaux}$ (% d'unité de volume d'anneau rempli par les particules de l'anneau), on trouve pour τ :

$$\tau = \int_0^H E dl \quad (3.5a)$$

Sachant que $E = N\sigma_g = N\pi R^2$ et $N = \frac{D_{anneaux}}{V_{particules}} = \frac{D_{anneaux}}{\frac{4}{3}\pi R^3}$

$$\tau = \frac{D_{anneaux}}{\frac{4}{3}\pi R^3} \times \pi R^2 \times H \quad (3.5b)$$

$$\boxed{\tau = \frac{3}{4} D_{anneaux} \frac{H}{R}} \quad (3.5c)$$

Cette équation montre que la connaissance seule de l'épaisseur optique ne permet pas de déterminer de façon unique les paramètres structuraux de l'anneau (Densité de l'anneau D , épaisseur H et taille moyenne des particules de l'anneau R). C'est en utilisant les propriétés de l'effet d'opposition, qu'il sera possible de lever la dégénérescence sur la structure fine de l'anneau, objectif principal de cette thèse.

Dans la suite je vais détailler les trois modèles permettant de modéliser l'effet d'opposition en lien avec la structure de l'anneau. La scène observée est paramétrée par les angles présentés par la figure 3.2.

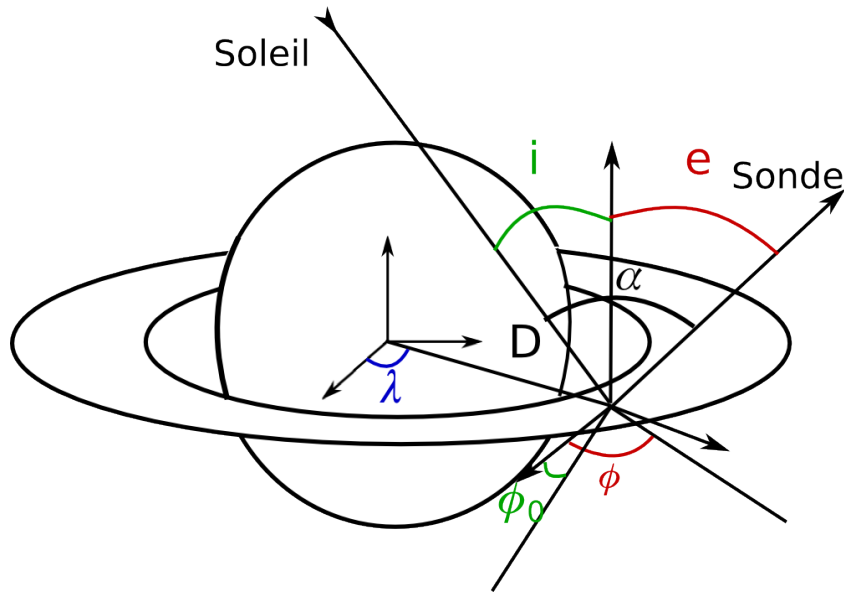


FIGURE 3.2 – Schéma de la scène d'observation des anneaux. L'angle λ correspond à la longitude de la zone des anneaux observée dans le référentiel Saturno-centrique, il en est de même pour la distance D entre le centre de Saturne et la zone d'anneaux observée. Les angles i , e et α correspondent aux angles d'incidence, d'émergence et de phase déjà rencontrés dans le chapitre 2, dans le référentiel particulo-centrique (lié à la zone d'anneau observée). Les angles ϕ et ϕ_0 correspondent respectivement à la longitude de la sonde et à la longitude solaire dans le référentiel particulo-centrique. Ces angles sont issus des projections des directions d'incidence et d'émergence du rayonnement sur le plan des anneaux. L'angle azimutal est défini comme $A_z = \phi - \phi_0$.

3.1.2 Modèle d'Hapke ([Hapke \(1984\)](#))

La description de l'ombrage mutuel des particules de l'anneau est la même que pour celui des grains de régolithe vu dans la section 2.5. La seule différence est que l'épaisseur optique ne tend pas vers l'infini mais vers des valeurs fixes. Ainsi,

$$R - SHOE = \int_0^{\tau_{anneau}} \exp^{-(\tau - \tau_{CH}) \times \frac{\mu + \mu_0}{\mu \mu_0}} \frac{d\tau}{\mu} \quad (3.6)$$

avec

$$\tau_{CH} = \frac{\mu \mu_0}{\mu + \mu_0} \times \frac{3}{8} \frac{D_{anneaux}}{\tan(\frac{\alpha}{2})} \quad (3.7)$$

Ainsi, non seulement la densité de l'anneau influe sur la morphologie de l'effet d'opposition, comme c'est le cas pour le cas d'une surface de satellite recouverte de régolithe, mais aussi l'épaisseur de l'anneau et la taille des particules de l'anneau par le biais de τ si l'on reprend la définition de ce dernier terme ($\tau = \int_0^H Edl$). On voit doré et déjà que, la modélisation de l'effet d'opposition à l'échelle de l'anneau lève la dégénérescence sur les différents termes de la structure des anneaux.

Il faut néanmoins retenir que dans le cadre du modèle d'Hapke, les hypothèses faites lors de la dérivation des équations modélisant l'effet de SHOE ont été conservées :

- Les particules d'anneaux sont toutes sphériques, de même rayon que le rayon moyen R. Nous n'incluons pas de distribution de tailles de particules.
- Distribution verticale homogène des particules de l'anneau.
- Les anneaux sont constitués de particules grandes devant la longueur d'onde du rayonnement incident (paramètre de taille $\gg 10$).
- Les particules sont suffisamment proches les unes des autres de sorte que la section efficace d'extinction soit égale à la section efficace géométrique d'une particule d'anneau.
- Les particules d'anneaux sont composées du même matériau.

Bien que ces hypothèses ne soient pas totalement réalistes dans le cas des anneaux de Saturne, notamment l'hypothèse de particules monotailles et distribution verticale homogène des particules d'anneau (voir [Salo and Karjalainen \(2003\)](#)), il faut voir la taille moyenne des particules d'anneau et l'épaisseur des anneaux comme étant des paramètres effectifs représentatifs du comportement photométrique des anneaux. Nous garderons cette idée en tête lors de la discussion de nos résultats dans le chapitre 9.

3.1.3 Modèle de Kawata-Irvine

Le modèle de [Kawata and Irvine \(1974\)](#), initialement développé par [Irvine \(1966\)](#), est le plus proche de la modélisation initiale de [Seeliger \(1887\)](#) dit "modèle cylindre-cylindre" d'après l'hypothèse faite sur la forme des ombres des particules (figure 3.3). D'autres auteurs tels que [Bobrov \(1970\)](#) ou [Franklin and Cook \(1965\)](#) ont développé des modèles plus sophistiqués afin de prendre en compte la taille finie de la source du rayonnement ou d'expliquer le comportement spectral de l'effet d'opposition (modèle "cylindre-cône" et "cône-cône" respectivement). Nous

reviendrons sur la problématique de l'extension finie du Soleil dans le chapitre 8.

Dans le cadre de notre étude, nous nous limiterons à l'utilisation du modèle plus simple de Kawata-Irvine. Néanmoins, d'après la construction même de notre modèle photométrique d'anneau (voir chapitre 4), l'extension de notre étude à ces modèles plus complexes est aisée et fait partie des perspectives d'après thèse.

La modélisation "cylindre-cylindre" utilisée par Kawata and Irvine (1974) est illustrée dans la figure 3.3. Les rayonnements incident et émergent se propagent respectivement selon les directions Ω_0 et Ω . La source et l'observateur sont considérés à l'infini donc ponctuels, c'est pourquoi l'ombre projetée des particules d'anneaux forment des cylindres de rayon R .

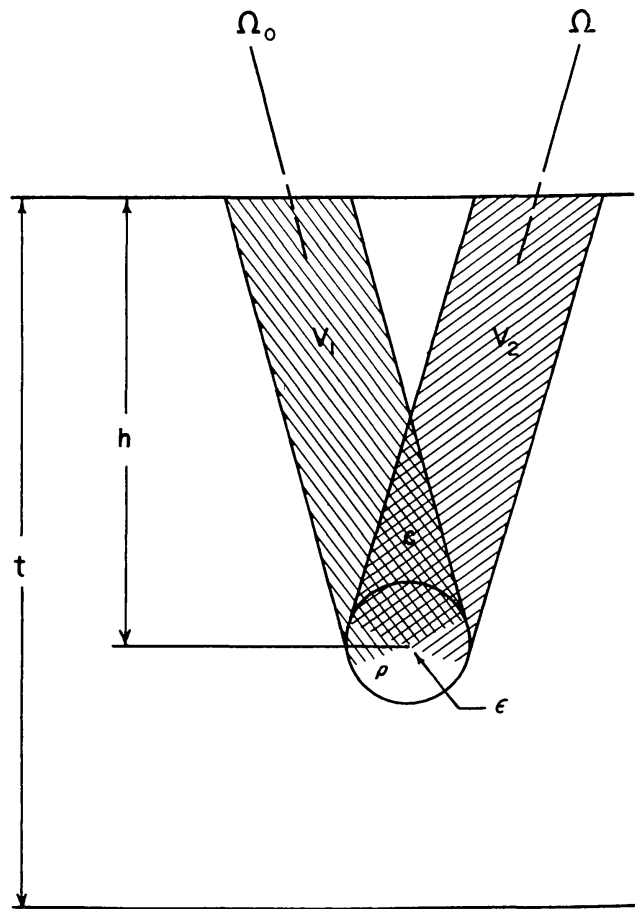


FIGURE 3.3 – Illustration de l'effet d'opposition pour la modélisation de Kawata and Irvine (1974).

L'anneau est caractérisé par son épaisseur optique τ et sa densité $D_{anneaux}$. Dans le cadre de ce modèle, l'expression de l'effet d'opposition est (Irvine (1966)) :

$$R - SHOE = \int_0^{\tau_0} \exp^{-(\tau - \tau_{CI}) \times \frac{\mu + \mu_0}{\mu \mu_0}} \frac{d\tau}{\mu} \quad (3.8)$$

avec

$$\tau_{CKI} = \frac{\mu\mu_0}{\mu + \mu_0} \times NC(\tau_0, D_{anneaux}, \mu, \mu_0, \alpha) \quad (3.9)$$

où $C(\tau_0, D_{anneaux}, \mu, \mu_0, \alpha)$ est le covolume décrit sur la figure 3.3 de sorte que :

$$NC(\tau_0, D_{anneaux}, \mu, \mu_0, \alpha) = \begin{cases} \nu_1 & \tau - \tau_0 \geq Z, \alpha \neq 0 \\ \nu_1 - \Sigma & \tau - \tau_0 \leq Z, \alpha \neq 0 \\ (\tau - \tau_0)/\mu_0 & \alpha = 0 \end{cases}$$

avec

$$\nu_1 = \frac{(1 + \cos(\alpha))D_{anneaux}}{\pi \sin(\alpha)} \quad (3.10a)$$

$$\Sigma = \frac{3(\mu + \mu_0)^2 D_{anneaux}}{4\pi \sin(\alpha) \mu \mu_0 \cos(\nu)} \left[\cos(\psi) - \frac{\cos^3(\psi)}{3} - (\pi/2 - \psi) \sin(\psi) \right] \quad (3.10b)$$

$$Z = \frac{3}{4} \frac{\mu + \mu_0}{\sin(\alpha) \cos(\nu)} \quad (3.10c)$$

$$\cos(\alpha) = \mu\mu_0 + \sin(i) \sin(e) \cos(\phi - \phi_0) \quad (3.10d)$$

$$\sin(\psi) = \frac{4(\tau' - \tau) \sin(\alpha) \cos(\nu)}{3(\mu + \mu_0) D_{anneaux}} \quad (3.10e)$$

$$\tan(\nu) = \frac{\sin(e) \sin(\delta) \sin(\alpha)}{\mu + \mu_0} \quad (3.10f)$$

$$\cos(\delta) = \frac{\mu_0 - \mu \cos(\alpha)}{\sin(e) \sin(\alpha)} \quad (3.10g)$$

Bien que ce formalisme soit plus complexe que celui d'Hapke (1984), on remarque que τ_{CKI} reste directement proportionnel à $D_{anneaux}$ (tout comme τ_{CH}). La véritable différence entre ces deux modèles est la mise en équation du problème de calcul de covolume et ainsi le formalisme résultant.

3.1.4 Modèle de Lumme-Bowell

Le modèle de Lumme-Bowell (Lumme and Bowell (1981)) a été développé afin de reproduire le comportement photométrique des surfaces de satellites et des échantillons de laboratoires. C'est un modèle alternatif au modèle de Hapke, qui prend en compte la diffusion simple et la diffusion multiple au sein d'un milieu composé de particules de formes et de tailles quelconques réparties de manière aléatoire sur une épaisseur fixée. Il modélise aussi l'effet d'opposition mais sans inclure la contribution de la rétro-diffusion cohérente (CBOE). Dans le

cadre de ce modèle, seul l'ombrage mutuel des particules du milieu (SHOE) contribue à l'effet d'opposition.

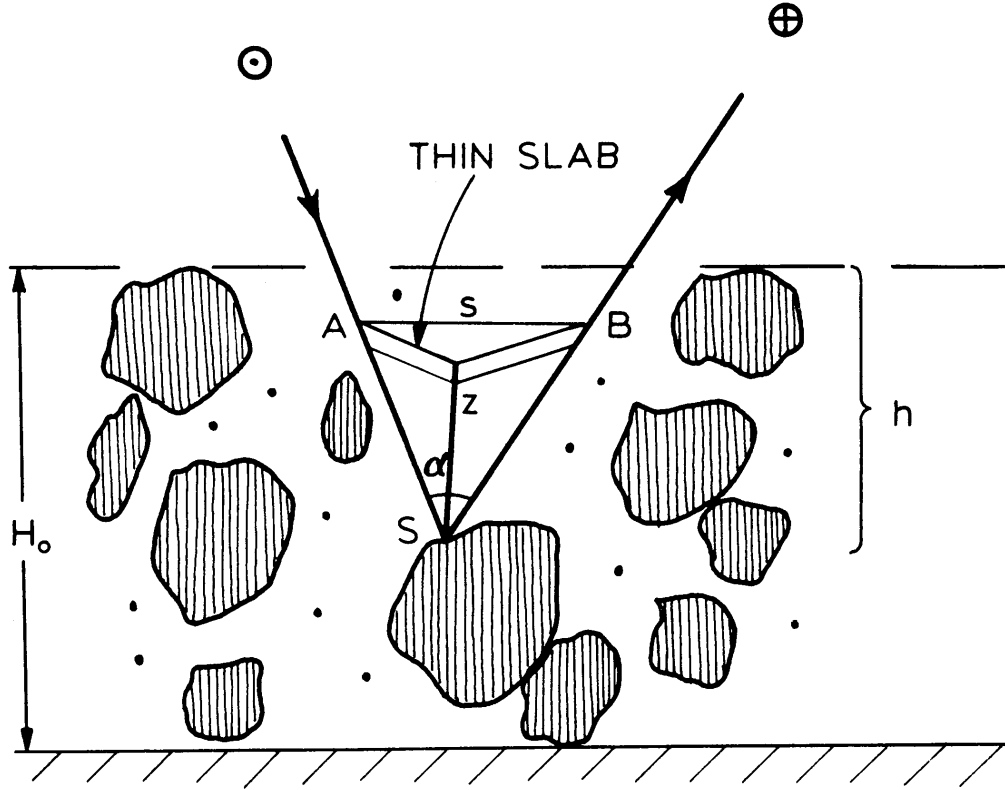


FIGURE 3.4 – Illustration de l'effet d'opposition pour la modélisation de Lumme and Bowell (1981).

L'idée sous-jacente à la modélisation de Lumme-Bowell est la même que pour celle d'Hapke : l'évaluation des probabilités d'interceptions du rayonnement incident et du rayonnement émergent par le milieu.

L'expression de l'ombrage mutuel des particules pour un anneau d'épaisseur H_0 est donnée par :

$$R - SHOE = \frac{\mu_0}{\mu} \int_0^{H_0} \omega_1(h, \mu, \mu_0, \alpha) \omega_2(h, \mu_0) dh \quad (3.11)$$

avec ω_1 la probabilité que le rayonnement incident pénètre à une profondeur h dans le milieu et ressorte à la surface sans être intercepté par une particule, et $\omega_2 dh$ la probabilité que le rayonnement incident soit diffusé entre h et $h + dh$. (voir figure 3.4)

Ces deux probabilités ont pour expressions :

$$\omega_2(h, \mu_0) dh = \frac{d\tau}{\mu_0} \quad (3.12)$$

et

$$\omega_1(\tau, \mu, \mu_0, \alpha) = \exp \left[- \left(\frac{1}{\mu} + \frac{1}{\mu_0} \right) \left(\tau - \frac{1}{2b\xi} (1 - \exp^{- (b\xi\tau)}) \right) \right] \quad (3.13)$$

soit, en simplifiant l'expression

$$R - SHOE = \int_0^{\tau_0} \exp^{-(\tau - \tau_{CLB}) \times \frac{\mu + \mu_0}{\mu\mu_0}} \frac{d\tau}{\mu} \quad (3.14a)$$

avec, dans le cas où l'on ne considère que des particules non-diffractantes (grandes devant la longueur d'onde) :

$$\tau_{CLB} = \frac{1}{2b\xi} (1 - \exp^{- (b\xi\tau)}) \quad (3.14b)$$

$$\text{où } \xi = \frac{\sqrt{\mu_0^2 + \mu^2 - 2\mu_0\mu \cos(\alpha)}}{\mu\mu_0} \text{ (}^1\text{) et } b = \frac{l}{\lambda_0 f_S}$$

avec l la séparation moyenne entre les particules, f_S la fraction de surface occupée par les particules et λ_0 la distance moyenne entre un point placé aléatoirement à l'intérieur de la section efficace de la particule et la périphérie de cette section efficace.

Dans le cas où toutes les particules sont des sphères de rayon a , alors, $\lambda_0 = 1.125a$, $f_S = \frac{\pi a^2}{l^2}$ et $D_{anneaux} = \frac{4}{3} \frac{\pi a^3}{l^3}$ d'où :

$$b = 1.19 / D_{anneaux} \quad (3.15)$$

De la même façon que τ_{CKI} et τ_{CH} , τ_{CLB} est directement proportionnel à $D_{anneaux}$. Plus l'anneau est dense, plus on se rapproche d'une surface solide. Plus l'anneau est dilué, plus on se rapproche d'un comportement photométrique où l'effet d'opposition est inexistant.

3.2 Comparaison des modèles

3.2.1 Modèle classique multi-couches, cas limite sans R-SHOE

Jusqu'à maintenant, la faible résolution angulaire des instruments n'a pas permis de mesurer directement l'épaisseur des anneaux de Saturne. Seules des bornes maximales, notamment données par les observations de la sonde *Voyager* laissaient entendre que les anneaux n'étaient pas plus épais que quelques centaines de mètres (Lane et al. (1982)). Avant la sonde *Cassini*, aux vues des épaisseurs optiques normales mesurées depuis la Terre ou grâce à *Voyager* ($\lesssim 2$, Esposito et al. (1983a)), leurs densités étaient souvent considérées comme relativement faible ($D \ll 0.1$). Par conséquent, l'approximation $D_{anneaux} \rightarrow 0$ étaient couramment faite. Ainsi, dans ce contexte, quelque soit le modèle utilisé : $\tau_C \rightarrow 0$, ce qui a permis de négliger l'effet d'opposition dû à l'ombrage mutuel des particules d'anneaux. L'effet d'opposition visible sur les anneaux de Saturne a été attribué aux effets d'oppositions présents sur le régolithe recouvrant les particules d'anneaux.

1. ξ est la variable de passage entre s et z dans le schéma 3.4. Son expression se retrouve en appliquant le théorème d'Al-Kashi dans le triangle ABS .

Ainsi, la partie de l'équation 2.59 modélisant la photométrie de l'anneau devient :

$$R - CLASSIC = \int_0^\tau \exp^{-(\tau) \times \frac{\mu + \mu_0}{\mu \mu_0}} \frac{d\tau}{\mu} \quad (3.16a)$$

où τ est l'épaisseur optique normale du milieu.

Il vient :

$$R - CLASSIC = \frac{\mu_0}{\mu + \mu_0} \left(1 - \exp^{-\tau \times \frac{\mu + \mu_0}{\mu \mu_0}} \right) \quad (3.16b)$$

C'est l'expression du modèle classique multi-couches.

On reconnaît bien que dans le cas où l'épaisseur optique est finie, le terme en exponentielle n'est pas nul, et une partie du rayonnement va être transmise à travers les anneaux et donc perdue en réflexion ce qui va réduire la contribution de l'anneau au facteur de radiance globale. En fait dans le cas où l'on néglige l'ombrage mutuel des particules d'anneaux, on pondère juste l'épaisseur optique normale par μ et μ_0 afin de considérer le trajet effectif du rayonnement à l'entrée et à la sortie de l'anneau.

Dans ce cas, si $\tau \rightarrow 0$ alors $R - CLASSIC \rightarrow 0$, i.e. : si le milieu observé est infiniment dilué alors il n'y a pas de diffusion du rayonnement incident. À l'inverse, si le milieu est infiniment dense, $\tau \rightarrow \infty$ et $R - CLASSIC \rightarrow \frac{\mu_0}{\mu + \mu_0}$, on retrouve la contribution de Lommel-Seeliger pour une surface de satellite.

Ainsi on comprend que pour qu'il n'y ait pas d'effet d'opposition dû à l'ombrage mutuel des particules, il faut que les particules constituant le milieu soient très isolées les unes des autres ($D \rightarrow 0$) mais sur une épaisseur suffisamment importante pour que l'épaisseur optique normale soit importante ($\tau_0 \rightarrow \infty$). En pratique, dans le cas des anneaux de Saturne, nous ne nous trouvons pas dans ces conditions; ce qui nécessite la modélisation de l'effet d'opposition dû à l'anneau et donc l'utilisation des modèles présentés dans la section 3.1.

3.2.2 Comparaison Morphologique

3.2.2.1 Dégénérescence entre H et R

Le premier résultat issu des modèles décrits précédemment est de constater qu'il existe une dégénérescence entre l'épaisseur de l'anneau et le rayon moyen des particules constituant l'anneau. La figure 3.5 illustre ce fait. La définition du coefficient d'extinction linéique E (voir sous-section 3.1.1) impose cette dégénérescence. Ainsi, malgré la modélisation de l'ombrage mutuel des particules d'anneau (R-SHOE) et de la levée de dégénérescence entre D et H/R, les effets des trois paramètres de la structure de l'anneau ne sont pas totalement discernables lors de l'étude de l'effet d'opposition.

Par conséquent, nous parlerons désormais de manière indifférenciée de l'épaisseur des anneaux (normalisée au rayon moyen des particules) ou du rapport épaisseur de l'anneau sur

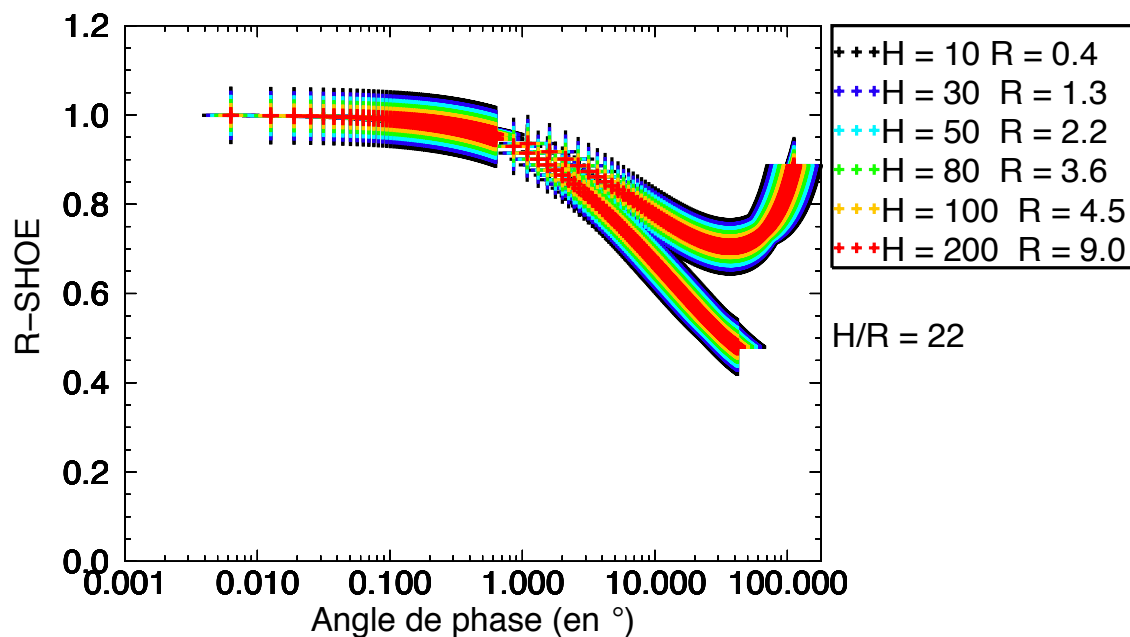


FIGURE 3.5 – Illustration de la dégénérescence intrinsèque à l'effet d'opposition entre l'épaisseur de l'anneau H et le rayon moyen des particules d'anneau R calculé avec le modèle de Lumme–Bowell (section 3.1.4). τ a été fixé à 5 et $D_{anneaux}$ à 0.3. Chaque taille et couleur de points correspond à un couple de valeurs H et R dont le rapport est constant.

rayon moyen des particules de l'anneau H/R .

3.2.2.2 Comparaison des modèles de R-SHOE

Bien que la formulation de τ_C pour chaque modèle soit très différente, la figure 3.6 montre que leurs comportements sont très proches. Sur cette figure, les trois modèles décrits précédemment sont tracés en fonction de l'angle de phase pour des épaisseurs optiques normales allant de 0.03 à 2.5 ainsi que leurs écarts-relatifs (figure de droite). Pour faire varier l'épaisseur optique normale on fixe la densité des anneaux et on change l'épaisseur.

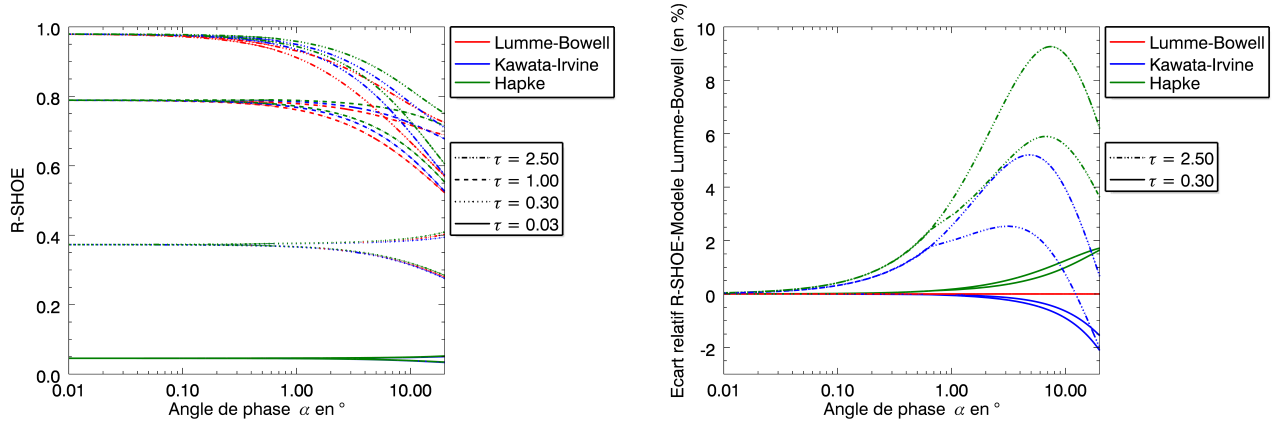


FIGURE 3.6 – Comparaison des modèles de R-SHOE pour différentes épaisseurs optiques à $D_{anneaux}$ fixée à 0.3. L'angle d'incidence et la longitude solaire ont été fixés à 50° et 40° respectivement. La variation d'angle de phase correspond à une variation d'angle d'émergence et de longitude observateur. La figure de droite montre l'écart relatif entre le modèle de Lumme-Bowell (en rouge) et les modèles de Kawata-Irvine et d'Hapke (respectivement en bleu et en vert) pour les épaisseurs optiques minimale et maximale.

Ces courbes montrent toutes le même comportement. Plus l'épaisseur optique augmente, plus l'amplitude des courbes à faible angle de phase augmente, tendant vers 1 lorsque l'épaisseur optique τ est très supérieure à 1 c'est à dire que l'anneau diffuse de plus en plus de flux à mesure que l'angle de phase diminue jusqu'à reproduire le même comportement photométrique qu'une surface solide. À faible τ , les courbes sont plates, indiquant qu'il n'existe pas d'effet d'opposition dans ce cas et que l'anneau transmet la majorité du rayonnement incident (ce qui va réduire le facteur de radiance de l'anneau). Les courbes de phase se divisent en deux branches pour des angles de phases supérieurs à 1° . Cet écartement a une origine purement géométrique, la branche supérieure marquant l'approche de l'opposition où l'angle d'émergence est supérieur à l'angle d'incidence, et la branche inférieure marquant l'approche de l'opposition où l'angle d'émergence est inférieur à l'angle d'incidence. Ce comportement est déjà observé pour le modèle sans R-SHOE mais dans le cas de la prise en compte du R-SHOE l'écart entre les branches est modifié par la forme et l'amplitude du pic d'opposition.

L'écart entre les modèles est lui aussi de plus en plus visible à mesure que l'épaisseur optique augmente. Pour des angles de phase inférieurs à 1° , les modèles ne diffèrent pas de plus de 2% et, de manière générale, les différences n'excèdent pas 10% sur toute la gamme d'angle de phase avec un pic autour de 10° . Ce pic est principalement dû à la forme des courbes dont le gradient est maximal autour de 10° ce qui augmente dans notre exemple particulier les différences entre les modèles.

Du fait de la similarité des modèles d'effet d'opposition, nous avons décidé de n'utiliser que celui de Lumme-Bowell dans la suite de notre étude. Il s'agit du modèle au formalisme le plus simple (dans le cas de particules sphériques monotailles), garantissant la rapidité de calcul, nécessaire pour notre étude.

Dans la sous-section précédente, les équations montrent qu'à faible épaisseur optique le

modèle de R-SHOE tend vers le modèle classique d'anneau. C'est cette limite qui est visible sur la figure 3.7.

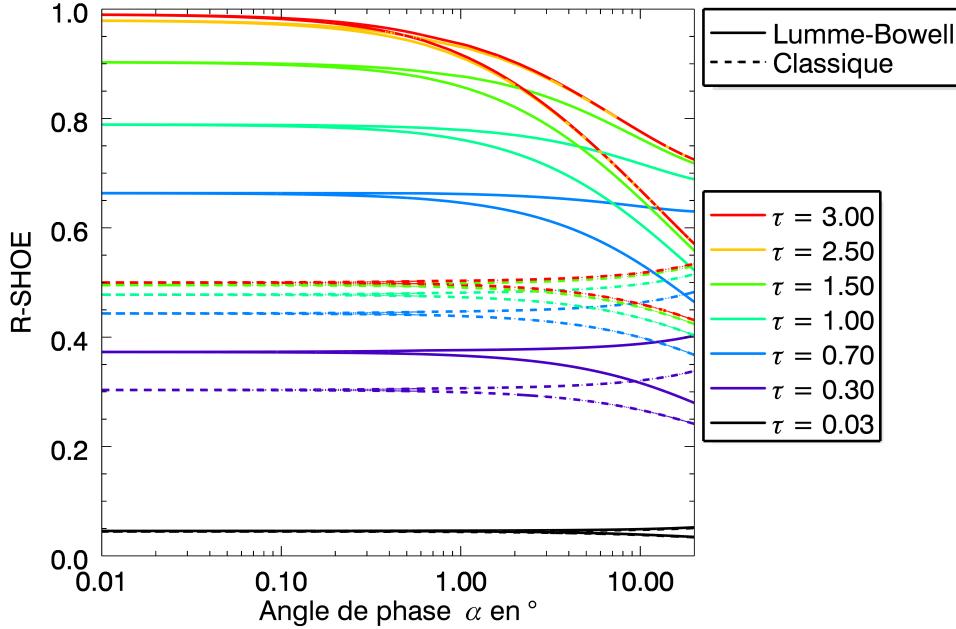


FIGURE 3.7 – Comparaison du modèle de Lumme-Bowell et du modèle classique pour différentes épaisseurs optiques. La densité de l'anneau est fixée à 0.3, le rapport H/R varie pour changer l'épaisseur optique de l'anneau. Les conditions géométriques de la figure 3.6 ont été conservées.

Le modèle classique n'exhibe pas d'effet d'opposition. Par conséquent, le facteur de radiance de l'anneau modélisé reste constant lorsque l'angle de phase diminue. Lorsque $\tau \rightarrow \infty$ le terme en exponentielle tend vers 0 et, à l'opposition ($\mu = \mu_0$) le modèle classique tend vers 0.5, tout comme la loi de Lommel-Seeliger. On retrouve bien le comportement d'une surface semi-infinie sans effet d'opposition.

Il est intéressant de noter que l'effet d'opposition apparaît dès que l'épaisseur optique est supérieure à 0.3. L'amplitude de cet effet est d'autant plus importante que l'épaisseur optique augmente, jusqu'à tendre vers 1 pour des épaisseurs optiques $\gg 1$. Dans ce cas l'effet d'opposition double la valeur du facteur de radiance du modèle classique, ce qu'on retrouve bien dans la formulation de l'effet d'opposition pour des surfaces semi-infinies (chapitre 2 section 2.5). La modélisation rigoureuse de l'effet d'opposition permet d'explorer toute la gamme d'épaisseur optique entre 0 et $+\infty$.

Enfin, lorsque l'angle de phase augmente, le modèle classique et les modèles d'ombrage mutuel tendent à se rejoindre, car les probabilités que le rayonnement entre et sorte des anneaux deviennent décorréées. Plus le milieu est optiquement épais, plus cette corrélation est visible à angles de phases élevés.

3.2.3 Évolution morphologique du R-SHOE en fonction des paramètres d'anneaux

L'objectif de cette section est d'évaluer l'effet des paramètres structuraux de l'anneau (D , H/R) sur la largeur du pic d'opposition dû à l'ombrage mutuel des particules. Les courbes d'effets d'oppositions présentées dans la section 3.2.2 montrent qu'elles tendent toutes vers le modèle classique pour un angle de phase dépendant de ces caractéristiques structurales de l'anneau. Nous définissons une observable qui est la largeur à mi-hauteur de l'effet d'opposition, évaluée comme étant l'angle pour lequel le R-SHOE est égal à la moitié de l'amplitude maximale du R-SHOE, en prenant pour niveau zéro l'amplitude maximale du modèle classique.

À l'ordre zéro, il est possible de construire un modèle simple d'effet d'ombrage mutuel. Pour qu'une particule puisse réfléchir le rayonnement incident il faut que ce rayonnement incident n'ait pas rencontré de particules sur la direction de propagation puis que le rayonnement émergent ne rencontre pas d'autre particules avant de ressortir de l'anneau. Ainsi, il faut que les trajets du rayonnement lors de l'entrée et de la sortie du milieu soient tous les deux compris dans un cylindre dont la base est la section efficace géométrique de la particule et dont la hauteur est la longueur verticale maximale sans particule, L_{max} . L'angle maximal α_{max} entre les deux directions est donc fonction du rayon de la particule et de L_{max} tel que :

$$\alpha_{max} = \arctan\left(\frac{R}{L_{max}}\right) \text{ (voir figure 3.8).}$$

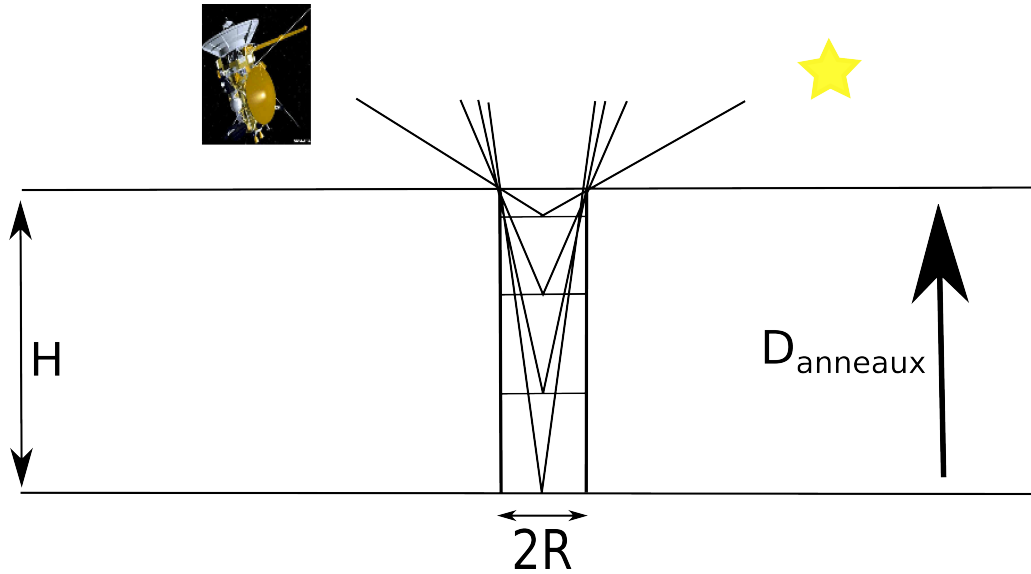


FIGURE 3.8 – Schéma de l'évolution de l'angle de corrélation entre les directions d'entrée et de sortie du rayonnement pour H/R fixé et $D_{anneaux}$ qui varie.

Deux situations extrêmes peuvent alors être rencontrées :

- Soit le milieu est suffisamment dilué pour que le L_{max} soit égal à l'épaisseur de l'anneau

$$H \text{ d'où } \alpha_{max} \propto \arctan\left(\frac{H}{R}\right)^{-1}.$$

- Soit le milieu est suffisamment dense pour qu'un rayon incident ne puisse pas ressortir de l'anneau une fois dépassée une certaine profondeur. Dans ce cas, L_{max} est limité par la densité du milieu indépendamment de l'épaisseur de l'anneau, de sorte que L_{max} soit la distance verticale maximale sans particule. On évalue cette distance comme l'inverse de la surface d'interaction totale de toutes les particules contenues dans un m^3 , soit

$$L_{max} = \frac{1}{N\sigma_g} = \frac{\frac{4}{3}\pi R^3}{D_{anneaux}\pi R^2} = \frac{4R}{3D_{anneaux}}, \text{ d'où } \alpha_{max} \propto \arctan\left(\frac{3}{4}D_{anneaux}\right).$$

Ces deux régimes sont illustrés respectivement sur les figures 3.9 et 3.10.

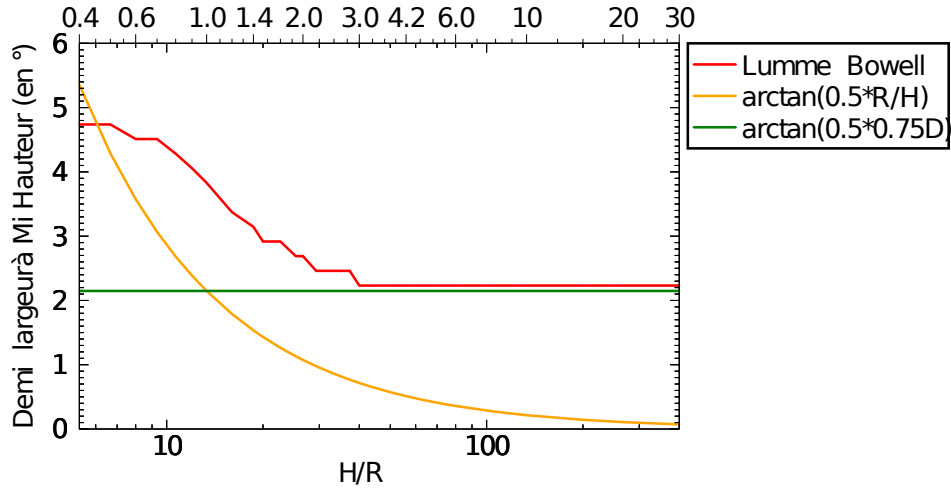


FIGURE 3.9 – Évolution de la largeur à mi-hauteur de l'effet d'opposition pour le modèle de Lumme-Bowell en fonction du rapport H/R . Les conditions géométriques de la figure 3.6 ont été conservées. $D_{anneaux}$ a été fixée à 0.1. L'épaisseur optique varie entre 0.4 et 30.

La figure 3.9 montre l'évolution de la largeur à mi-hauteur de l'effet d'opposition en fonction du rapport H/R pour une densité d'anneau égale à 0.1. Les épaisseurs optiques associées sont comprises entre 0.4 et 30. Ainsi, on observe bien que pour un faible rapport H/R (jusqu'à ≈ 15 soit $\tau \approx 1$) la largeur à mi-hauteur de l'effet d'opposition diminue lorsque H/R augmente puis sature au niveau fixé par $D_{anneaux}$ comme attendu.

La figure 3.10 montre l'évolution de la largeur à mi-hauteur de l'effet d'opposition en fonction de $D_{anneaux}$ pour H/R fixé à 100. Plus $D_{anneaux}$ augmente (donc l'épaisseur optique), plus la largeur à mi-hauteur de l'effet d'opposition augmente (L_{max} diminue). À l'inverse, pour des densités faibles, la largeur à mi-hauteur tend vers la limite fixée par l'épaisseur de l'anneau.

J'ai montré que pour des anneaux, dont l'épaisseur optique est élevée, typiquement supérieure à 1, l'effet d'opposition dû à l'anneau ne sera contrôlé que par la densité de l'anneau et non son épaisseur. À l'inverse pour de faibles épaisseurs optiques, c'est l'épaisseur de l'anneau qui déterminera la morphologie du pic d'opposition. Cette information est précieuse pour la stratégie d'inversion que nous mettrons en place pour l'étude des anneaux de Saturne (voir 4.2.3 chapitre 4).

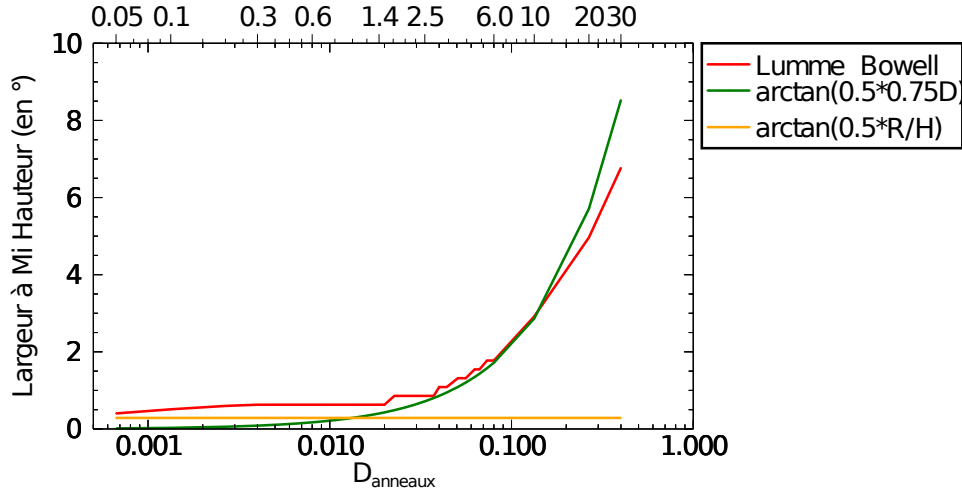


FIGURE 3.10 – Évolution de la largeur à mi-hauteur de l'effet d'opposition pour le modèle de Lumme-Bowell en fonction de la densité de l'anneau $D_{anneaux}$. Les conditions géométriques de la figure 3.6 ont été conservées.

3.2.4 Effet de la géométrie

De par l'origine purement géométrique de l'ombrage mutuel des particules d'anneaux, il est pertinent d'étudier l'effet de la géométrie d'observation et d'illumination de l'anneau sur la morphologie et l'amplitude du pic d'opposition R-SHOE. L'équation 3.14b est en effet fonction du paramètre ξ , dépendant exclusivement de la géométrie de la scène à travers les angles μ , μ_0 , ϕ , ϕ_0 (l'angle de phase dépend de ϕ , ϕ_0), voir figure 3.2.

La figure 3.11 illustre l'évolution du R-SHOE en fonction de l'angle de phase et de l'angle d'incidence. L'effet de i sur la largeur à mi-hauteur du pic d'opposition est très important, alors qu'il est plus négligeable sur son amplitude à $\alpha = 0^\circ$. L'inclinaison de Saturne (et donc des anneaux) par rapport au plan de l'écliptique impose $i \in [63^\circ; 90^\circ]$, il est intéressant de remarquer que les différences d'amplitudes pour des angles de phases supérieurs à 2° entre le R-SHOE pour $i = 60^\circ$ et celui pour $i = 80^\circ$ sont d'environ 30% rendant l'effet de la géométrie bien supérieur à l'effet de choix de modèle (discussion de la section 3.2.2). L'influence de la longitude solaire ϕ_0 est bien plus faible comme le montre la figure 3.12. La formulation même de ξ et de α en fonction de μ , μ_0 , ϕ , et ϕ_0 laissait présager de la prédominance de μ , μ_0 sur l'effet d'opposition.

L'effet de la géométrie sur l'ombrage mutuel des particules sera donc bel et bien visible dans les observations.

Tous les comportements du R-SHOE décrits dans ce chapitre vont être modulés par la présence de régolithe sur les particules d'anneaux. C'est l'effet conjoint des multiples échelles présentes dans les anneaux qui va prescrire la stratégie d'inversion nécessaire pour notre étude. Le chapitre suivant s'intéresse au comportement du modèle complet incluant l'effet du régolithe et des anneaux et explore la sensibilité de ce modèle aux différentes échelles qu'il contient.

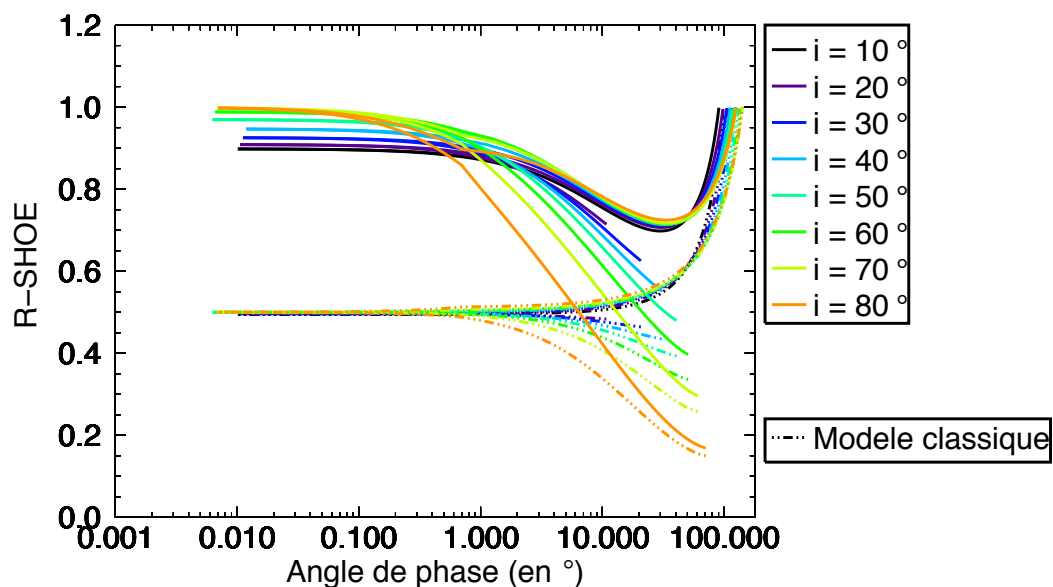


FIGURE 3.11 – Évolution du R-SHOE (modèle Lumme-Bowell) pour $D_{anneaux} = 0.3$ et $H/R = 10$ (soit $\tau = 2.24$) en fonction de l'angle de phase pour différents angles d'incidence. La longitude solaire est fixée à 20° , la longitude de la sonde et l'angle d'émergence varient afin d'échantillonner l'angle de phase.

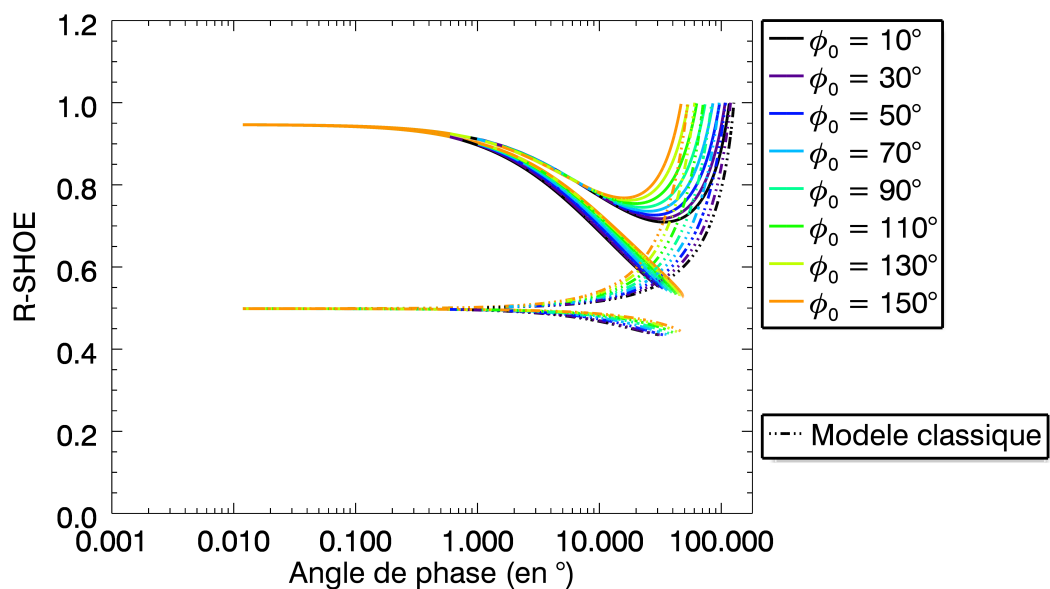


FIGURE 3.12 – Évolution du R-SHOE (modèle Lumme-Bowell) pour $D_{anneaux} = 0.3$ et $H/R = 10$ (soit $\tau = 2.24$) en fonction de l'angle de phase pour différentes longitudes solaires. L'angle d'incidence est fixé à 70° , la longitude de la sonde et l'angle d'émergence varient afin d'échantillonner l'angle de phase.

Chapitre 4

Modèle multi-échelles d'anneaux

Table des matières

4.1	Intégration du régolithe sur une particule d'anneau: Fonction de phase intégrale $\phi_{particule}$	104
4.1.1	Particule d'anneau recouverte de régolithe	104
4.1.2	Normalisation de la fonction de phase	106
4.1.3	Conséquences de la prise en compte de l'intégration du régolithe sur une particule d'anneau	107
4.2	Description du modèle général multi-échelles	109
4.2.1	Calcul de corrélation pour les paramètres du modèle	109
4.2.2	Impact de la géométrie	112
4.2.3	Stratégie d'inversion	114

Dans les deux chapitres précédents nous avons dérivé les équations donnant le comportement photométrique d'une surface plane observée et illuminée respectivement selon les angles e et i , recouverte de régolithe (chapitre 2), et la modélisation nécessaire de l'effet d'opposition pour un anneau constitué de particules, d'épaisseur finie et de densité non nulle (chapitre 3). Dans ce chapitre, nous assemblons ces différentes échelles pour modéliser le comportement photométrique total d'un anneau. Comme rappelé dans l'introduction de la partie II, trois échelles contrôlent la photométrie des anneaux:

- Échelle microscopique: **Le régolithe** recouvre les particules d'anneaux (chapitre 2)
- Échelle mésoscopique: **Les particules d'anneaux** sont sphériques et recouvertes de régolithe. Il faut donc inclure les effets d'ombres sur les particules et la contribution du régolithe intégrée sur toute la particule (les angles locaux sur les particules vont être différents des angles globaux d'éclairement et d'observations) (chapitre 4 section 4.1).
- Échelle macroscopique: Les particules d'anneaux forment un **anneau d'épaisseur finie et de densité non-nulle** induisant un effet d'opposition macroscopique R-SHOE dont l'amplitude et la morphologie dépendent de la structure macroscopique de l'anneau (chapitre 3).

Ainsi, le calcul du facteur de radiance d'un anneau à toutes ces échelles d'interactions avec le rayonnement suit l'équation suivante (Lumme and Bowell (1981)):

$$\frac{I_0(\mu, \mu_0, \alpha)}{F} = \underbrace{A_{particule}}_{\substack{\text{Albédo géométrique} \\ \text{d'une particule} \\ \text{d'anneau recouverte de} \\ \text{régolithe}}} \times \underbrace{\phi_{particule}(\mu, \mu_0, \alpha)}_{\substack{\text{Fonction de phase} \\ \text{intégrale de la} \\ \text{particule d'anneau} \\ \text{recouverte de régolithe}}} \times \underbrace{R - SHOE(\tau, \mu, \mu_0, \alpha)}_{\substack{\text{Ombrage mutuel des} \\ \text{particules d'anneau}}} \quad (4.1)$$

Le terme $R - SHOE$ est donné par l'équation 3.14 du chapitre 3, où nous avons choisi d'utiliser le modèle de Lumme-Bowell.

L'albédo géométrique $A_{particule}$ aussi appelé albédo physique est défini comme le ratio de la radiance intégrée sur la particule à angle de phase nul par la radiance intégrée de la même particule recouverte de régolithe au comportement Lambertien.

La fonction de phase intégrale de la particule d'anneau $\phi_{particule}$ (à ne pas confondre avec l'intégrale de phase voir Hapke (1981)) donne le comportement angulaire de diffusion d'une particule d'anneau recouverte de régolithe. Elle est normalisée de sorte qu'elle soit égale à 1 à angle de phase nulle.

Ces deux termes modélisent l'aspect mésoscopique du modèle d'anneau et sont détaillés dans les sections suivantes.

4.1 Intégration du régolithe sur une particule d'anneau: Fonction de phase intégrale $\phi_{particule}$

4.1.1 Particule d'anneau recouverte de régolithe

Il nous faut maintenant dériver la radiance diffusée par une particule d'anneau elle même recouverte de régolithe (voir figure 4.1). Pour ce faire, nous utilisons le formalisme développé par Hapke (Hapke (2012)). L'idée est de découper la particule sphérique en une multitude de facettes planes (voir figure 4.2) sur laquelle nous appliquons localement la formule dérivant le comportement photométrique du régolithe 2.71 donnant $\frac{I}{F_{facette}}$. Ainsi le facteur de radiance d'une particule d'anneau est donnée par l'équation suivante:

$$\frac{I}{F_{particule}}(\mu, \mu_0, \alpha) = C_{Norm} \times \int_{\Lambda=-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}-\alpha} \int_{L=-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{I}{F_{facette}}(\mu', \mu'_0, \alpha') \mu' dA \quad (4.2)$$

Avec μ', μ'_0, α' les angles locaux sur chaque facette de la particule d'anneau et dA l'élément de surface correspondant à la facette dont le centre a pour coordonnée Λ et L , respectivement l'ascension droite et la déclinaison sur la particule d'anneau. α est l'angle de phase dans le référentiel particulo-centrique. Les bornes des deux intégrales correspondent à la surface visible et illuminée de la particule d'anneau.

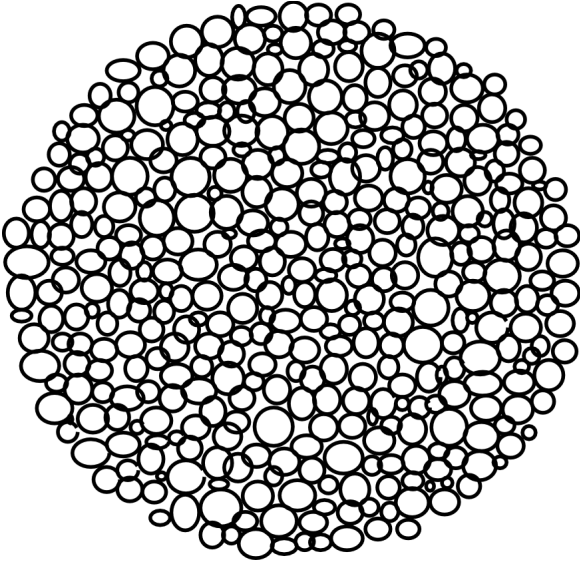


FIGURE 4.1 – Particule d’anneau recouvert de régolithe

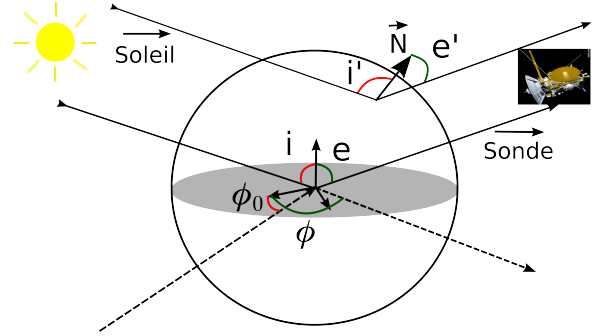


FIGURE 4.2 – Schéma d’une particule d’anneau

Sur une particule sphérique de rayon unité, paramétrée par Λ et L , l’élément de surface se calcule selon la formule suivante:

$$dA = \cos(L) dL d\Lambda \quad (4.3)$$

De même, pour calculer les angles locaux μ' , μ'_0 et α' il faut revenir aux définitions des angles d’émergence et d’incidence. Dans le référentiel particulo-centrique:

$$\mu' = \cos(e') = \frac{\vec{Sonde} \cdot \vec{N}(\Lambda, L)}{\|\vec{Sonde}\| \times \|\vec{N}(\Lambda, L)\|} \quad (4.4a)$$

$$\mu'_0 = \cos(i') = \frac{\vec{Soleil} \cdot \vec{N}(\Lambda, L)}{\|\vec{Soleil}\| \times \|\vec{N}(\Lambda, L)\|} \quad (4.4b)$$

Avec \vec{Soleil} et \vec{Sonde} les vecteurs normés portés respectivement par les directions Soleil-Centre de la particule et Centre de la particule-Sonde. $\vec{N}(\Lambda, L)$ est le vecteur normal à la facette (Λ, L) dont les composantes sont:

$$\begin{pmatrix} N_x = \cos(L) \cos(\Lambda) \\ N_y = \cos(L) \sin(\Lambda) \\ N_z = \sin(L) \end{pmatrix}$$

Et

$$\alpha' = \frac{\vec{Sonde} \cdot \vec{Soleil}}{\|\vec{Sonde}\| \times \|\vec{Soleil}\|} \quad (4.4c)$$

Dans l'hypothèse où les particules d'anneau sont très petites devant les distances de la sonde et du Soleil, l'angle de phase local pourra être considéré comme constant sur la surface de la particule et $\alpha'(\Lambda, L) = \alpha_{particule}$ (différence de 10^{-3} degrés pour un rapport de 6.10^4 entre la taille de la particule d'anneau et la distance à la sonde; les différences sont $< 10^{-1}$ pour un rapport distance/taille égal à 1000).

4.1.2 Normalisation de la fonction de phase

D'après Lumme and Howell (1981), la fonction de phase intégrale $\phi_{particule}$, est définie selon la formule suivante:

$$\phi_{particule}(\mu, \mu_0, \alpha) = \frac{\frac{I}{F_{particule}}(\mu, \mu_0, \alpha)}{\frac{I}{F_{particule}}(\mu, \mu, 0)} \quad (4.5)$$

où les numérateurs et dénominateurs sont donnés par l'équation 4.2 évaluée respectivement en μ, μ_0, α et en $\mu, \mu, 0$ c'est à dire à l'opposition.

Il existe trois conséquences immédiates à cette formalisation:

- (1) Le calcul de la constante de normalisation de l'équation 4.2 n'est pas nécessaire puisqu'elle va se simplifier lors du calcul de ce rapport.
- (2) La fonction de phase intégrale ne peut dépasser l'unité. Par conséquent, les différents termes photométriques du régolithe ne vont jouer que sur la forme de l'intégrale de phase et non sur son amplitude maximale.
- (3) Enfin, cette fonction est indépendante de l'albédo simple diffusion moyen $\tilde{\omega}_0$ dans le cas où il n'y a pas de diffusion multiple et de rétro-diffusion cohérente (CBOE).

Afin d'étudier le rôle des différents termes du régolithe sur la fonction de phase intégrale, j'ai construit une routine calculant explicitement la fonction de phase intégrale en fonction de la photométrie choisie pour chaque facette (possibilité d'allumer ou d'éteindre les différents termes de la formule 2.71), grâce aux équation de la section 4.1.1. Nécessitant une intégration numérique et une grande quantité de calculs, cette fonction va être utilisée pour l'étude générale de mon modèle photométrique (voir section 4.2) afin de quantifier et d'appréhender l'impact de ces différents termes de la photométrie du régolithe sur le modèle complet de l'anneau. Cependant, afin de réduire les temps de calculs, notamment lors des inversions du modèle, qui utilise tous les termes de l'équation 2.71), une formule purement analytique lui sera préférée (Hapke (2012)):

$$\begin{aligned} \phi_{particule}(\mu, \mu_0, \alpha) = & \frac{r_0}{2A_{particule}} \left\{ \left[\frac{(1+\gamma)^2}{4} \{B_{SHOE} P_{reg} - 1\} + (1 - r_0) \right] \right. \\ & \times \left[1 - \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) \ln\left(\cot\left(\frac{\alpha}{4}\right)\right) \right] \\ & \left. + \frac{4}{3} r_0 \frac{\sin(\alpha) + (\pi - \alpha) \cos(\alpha)}{\pi} \right\} B_{CBOE}(\alpha) \end{aligned} \quad (4.6)$$

où γ et r_0 sont définis par les équations 2.32, et $A_{particule}$ est définie par l'équation suivante:

$$A_{particule} = \left\{ \frac{\tilde{\omega}_0}{8} [P_{reg}(0)(1 + B_{0_{SHOE}}) - 1] + (0.49r_0 + 0.19r_0^2) \right\} (1 + B_{0_{CBOE}}) \quad (4.7)$$

où P_{reg} , B_{SHOE} , B_{CBOE} sont les fonctions d'Hapke définies dans le chapitre 2. Dans cette équation, les fonctions $H(\mu)$ et $H(\mu_0)$ sont approximées à leurs développements d'ordre 2 en r_0 .

Pour un jeu de paramètres de régolithe choisi de manière aléatoire, la figure 4.3 montre que l'approche numérique et analytique dans le cas où tous les termes de la photométrie du régolithe sont conservés, sont totalement équivalentes (moins de $10^{-4}\%$ d'écart). Le temps de calcul par la méthode numérique est proche de la seconde, à comparer aux quelques millisecondes nécessaires au calcul de la formule analytique, justifiant son utilisation lors des ajustements.

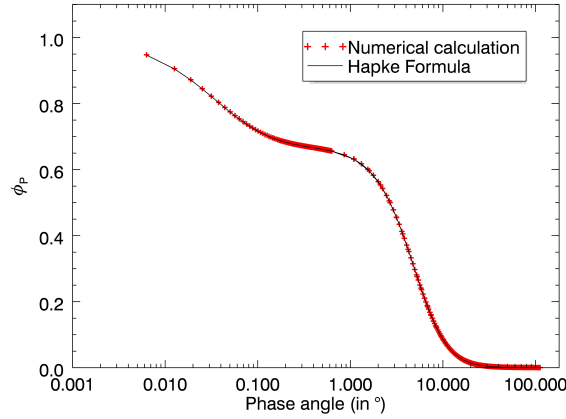


FIGURE 4.3 – Calcul de la fonction de phase intégrale par la méthode d'intégration numérique comparé à la formule analytique de Hapke (2012).

L'effet d'intégration de la photométrie du régolithe sur une particule d'anneau est étudié dans la section suivante, en utilisant le calcul numérique des fonctions de phase intégrales.

4.1.3 Conséquences de la prise en compte de l'intégration du régolithe sur une particule d'anneau

Les figures 4.4, 4.5, 4.6 et 4.7 illustrent l'effet d'intégrer le comportement photométrique du régolithe sur les particules d'anneau sur le comportement photométrique général de l'anneau. Pour tracer les deux premières figures et étudier l'effet du CBOE seul, le SHOE du régolithe est mis à zéro tandis que les termes autres que le CBOE régolithe sont fixés à des valeurs arbitraires (ω_0 , g , a_{reg} pour le régolithe, D_{anneau} et H/R pour l'anneau). Enfin, le facteur de remplissage du régolithe D_{reg} varie entre 0 et 1 afin de faire varier la largeur à mi-hauteur du CBOE (équation 2.70). Pour la figure 4.4 on utilise la formule 4.1 (intégration du régolithe sur une particule d'anneau) tandis qu'on utilise la formule 4.8 pour tracer la figure 4.5 (régolithe disposé sur une surface plane).

$$\frac{I_0(\mu, \mu_0, \alpha)}{F} = \frac{\omega_0}{4} \times [B_{SHOE}(\alpha) \times P_{reg}(\alpha) + M(\mu, \mu_0, \alpha)] \times B_{CBOE}(\alpha) \times R - SHOE(\tau, \mu, \mu_0, \alpha) \quad (4.8)$$

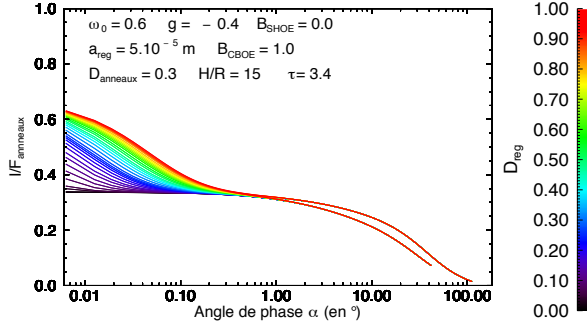


FIGURE 4.4 – Modèle d’anneau Lumme-Bowell + CBOE régolithe avec intégration du régolithe sur une particule d’anneau.

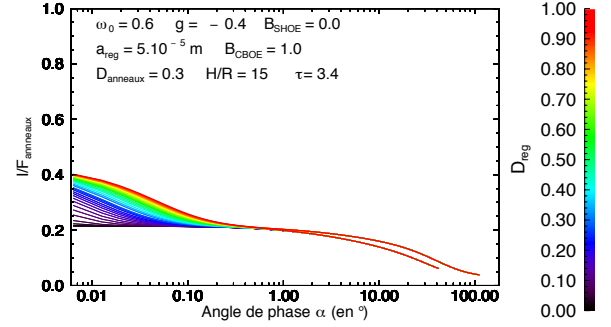


FIGURE 4.5 – Modèle d’anneau Lumme-Bowell + CBOE régolithe sans intégration du régolithe sur une particule d’anneau.

Bien que la largeur à mi-hauteur du CBOE soit bien plus faible qu’un degré sur les deux figures, la prise en compte de l’échelle mésoscopique ajoute du flux sur toute la gamme d’angle de phase inférieur à $\approx 40^\circ$ et diminue le facteur de radiance au delà. Cet effet est dû à la normalisation de la fonction de phase intégrale d’une particule d’anneau à 1. Cela change la forme de la fonction sur toute la gamme d’angle de phase. Ainsi, on constate que proche de l’opposition, le facteur de radiance est augmenté d’environ 70% et que le pic d’opposition dû au CBOE est plus étroit (quelques centièmes de degrés). Pour expliquer cet étrécissement, on ne peut faire appel à une variation d’angle de phase local puisque nous avons fait l’hypothèse que cet angle est le même sur toute la particule. C’est en fait l’impact de la proportion d’ombre (effet jour-nuit sur la particule) que l’on observe.

En effet, pour une même densité de régolithe, du fait de la sphéricité de la particule d’anneau, dès que l’angle de phase global s’écarte de l’opposition une partie de la particule observée est dans l’ombre, ce qui réduit son facteur de radiance global. Ainsi, la largeur et l’amplitude du pic d’opposition croissent toujours de manière monotone avec la densité du régolithe, tout en étant modulées par la part d’ombre qui augmente rapidement avec α .

Que l’on intègre le régolithe sur la particule ou non, la densité du régolithe change significativement la forme et l’amplitude de la courbe pour des valeurs comprises entre 0 et 0.15, comme l’indique l’échelle de couleur. Au delà, les différences entre les courbes s’amenuisent.

Les figures 4.6 et 4.7 montrent la même étude de l’impact de l’intégration du régolithe sur une particule d’anneau pour le SHOE du régolithe. Cette fois le CBOE est mis à zéro, le SHOE est calculé à partir des valeurs de densité du régolithe.

Bien que les physiques du CBOE et du SHOE soient différentes, les figures 4.6 et 4.7 montrent le même comportement du SHOE régolithe vis à vis de la densité du régolithe lorsqu’on l’intègre sur la particule d’anneau. La encore, c’est l’effet jour-nuit qui en est responsable.

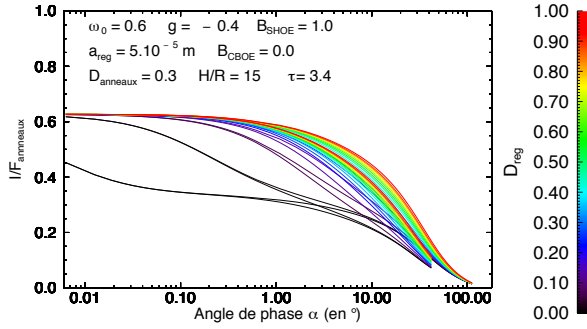


FIGURE 4.6 – Modèle d’anneau Lumme-Bowell + SHOE régolithe avec intégration du régolithe sur une particule d’anneau.

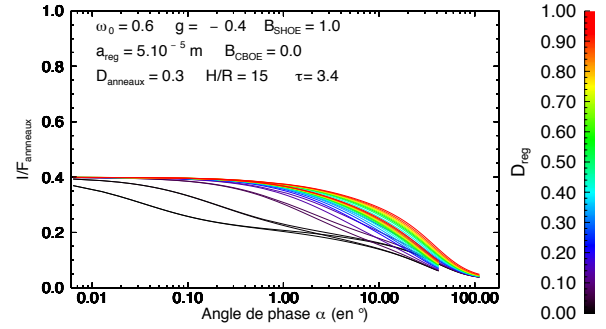


FIGURE 4.7 – Modèle d’anneau Lumme-Bowell + SHOE régolithe sans intégration du régolithe sur une particule d’anneau.

Néanmoins, la largeur à mi-hauteur du pic du SHOE est bien plus grande que celle du CBOE, allant jusqu’à $\approx 15 - 20^\circ$ dans le cas d’un régolithe très dense ce qui permet *a priori* de distinguer les contributions de ces deux effets (quelques centièmes de degrés pour le CBOE).

4.2 Description du modèle général multi-échelles

Désormais, l’équation 4.1 permet de prédire le comportement photométrique des anneaux grâce au modèle d’anneau prenant en compte les trois échelles caractéristiques de la structure des anneaux. Ce modèle est paramétré par 8 paramètres: $D_{anneaux}$, H/R , ω_0 , g , B_{SHOE} , B_{CBOE} , $a_{regolithe}$ et $D_{regolithe}$.

Avec un si grand nombre de paramètres, il est difficile d’appréhender la prédominance de ces différents termes sur le comportement du modèle complet. De façon à contraindre les domaines angulaires de prédominance de chacun de ces paramètres, j’ai tracé le facteur de corrélation entre le facteur de radiance et la valeur d’un paramètre en fonction de l’angle de phase.

4.2.1 Calcul de corrélation pour les paramètres du modèle

La figure 4.8 montre les corrélations entre le facteur de radiance et les paramètres du modèle multi-échelles décrit par l’équation 4.1 en fonction de l’angle de phase pour 4 épaisseurs optiques d’anneau différentes. Pour ce faire, pour chaque épaisseur optique, 1000 calculs de courbes de phases correspondants à 1000 jeux de paramètres aléatoirement choisis par tirage Monte-Carlo ont été effectués. Les géométries utilisées comme entrées pour ces calculs sont celles représentatives des géométries d’observations et d’illuminations des données de la sonde Cassini (voir chapitre 8). Pour chaque valeur d’angle de phase, on calcule le coefficient de corrélation linéaire de Pearson entre la valeur du facteur de radiance à cet angle de phase et la valeur d’un des paramètres du modèle. Ce coefficient de corrélation de Pearson est calculé en faisant le rapport entre la covariance de I/F et du paramètre, par l’écart-type de ces deux

variables:

$$\chi_{Pearson} = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \langle x \rangle) \cdot (y_i - \langle y \rangle)}{\sqrt{(\sum_{i=1}^N (x_i - \langle x \rangle)^2) \cdot (\sum_{i=1}^N (y_i - \langle y \rangle)^2)}} \quad (4.9)$$

Si le coefficient de corrélation est nul alors le paramètre n'a aucune influence sur la valeur du facteur de radiance. À l'inverse, plus le coefficient de corrélation tend vers 1 (ou -1) plus la corrélation (ou l'anti-corrélation) est forte. Le signe indique si, à une augmentation de la valeur du paramètre, correspond une augmentation de la valeur du facteur de radiance (+) ou une diminution (-).

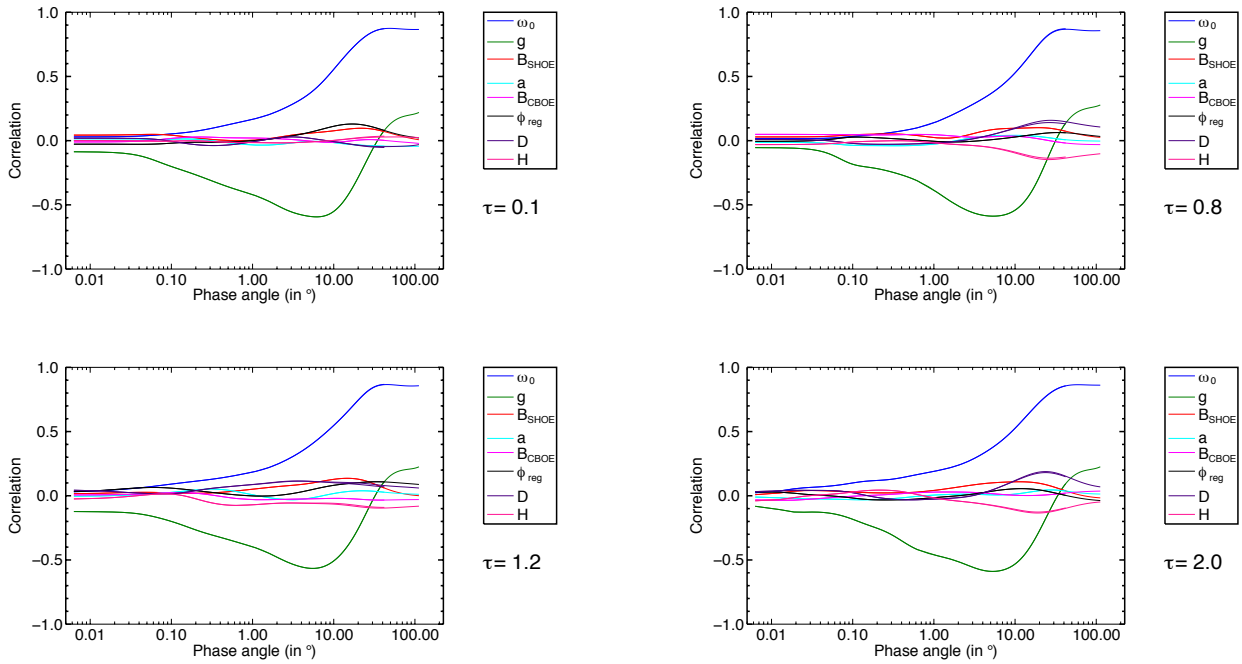


FIGURE 4.8 – Facteur de corrélation entre le facteur de radiance I/F et les paramètres du modèle multi-échelles pour des épaisseurs optiques allant de 0.1 à 2.0.

Il ressort de ces figures que les deux paramètres prédominants dans l'évolution du facteur de radiance de l'anneau sont l'albédo de simple diffusion et la paramètre d'asymétrie de diffusion du régolithe avec néanmoins une importance croissante des paramètres macroscopiques de l'anneau (D et H/R) en particulier lorsque l'épaisseur optique est importante. Ces deux paramètres de l'échelle microscopique contrôlent la photométrie de l'anneau pour toute la gamme d'angle de phase allant de 10^{-3} à 180° . Néanmoins, à faible angle de phase donc proche de l'opposition ($\alpha < 0.1^\circ$), aucun paramètre ne semble réellement prédominant. En dehors de ω_0 et g , les autres paramètres modélisant justement l'effet d'opposition, il n'est pas étonnant de voir que tous contribuent à la forme et l'amplitude de l'effet.

Afin de mieux déterminer l'effet des différents paramètres, j'ai fixé ω_0 et g à des valeurs quelconques, et recalculé les coefficients de corrélations entre le facteur de radiance et les valeurs des autres paramètres. Le résultat est indiqué sur la figure 4.9.

Sur ces graphes, pour chaque paramètre, deux courbes sont tracées, en traits pleins et

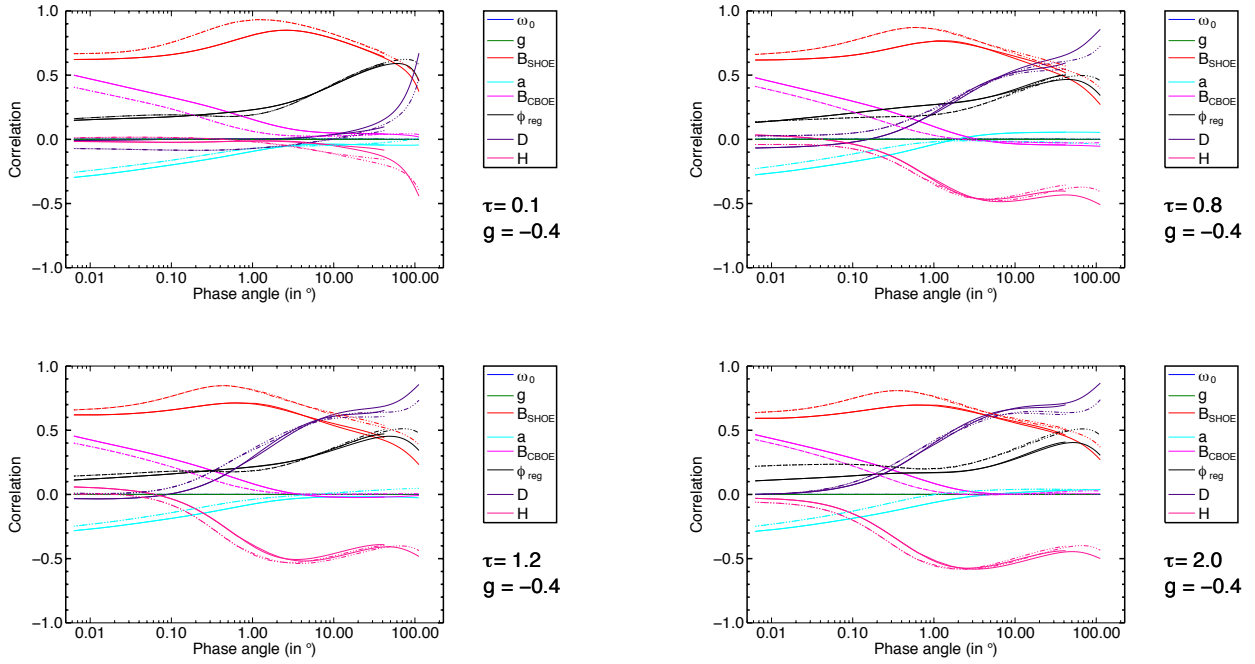


FIGURE 4.9 – Facteur de corrélation entre le facteur de radiance I/F et les paramètres du modèle multi-échelles pour des épaisseurs optiques allant de 0.1 à 2.0. Les paramètres ω_0 et g ont été fixés dans ce cas. Les courbes en traits pleins correspondent à $\omega_0 = 0.6$ tandis que les traits en pointillés correspondent à $\omega_0 = 0.2$.

en pointillés, correspondant chacune respectivement à une valeur d' ω_0 de 0.6 et 0.2. Ainsi, à albédo de simple diffusion et facteur d'asymétrie de diffusion fixés, on constate que les deux effets contrôlant principalement la morphologie des courbes de phases sont les effets d'ombrages dans le régolithe (SHOE) et dans l'anneau (R-SHOE). En effet, le CBOE qui s'exprime sur ce graphique par le biais de B_{0CBOE} et a (ϕ_{reg} influant aussi sur le SHOE) ne semble devenir prédominant qu'à des angles de phases inférieur à 0.1° . C'est le même comportement que pour la figure 4.4. On voit dès maintenant que ce n'est qu'à très faible angle de phase que le CBOE sera détectable dans les données. Nous reviendrons sur ce problème dans la partie IV lors de l'analyse des résultats des inversions.

Il apparait évident d'après la figure 4.9 que le SHOE du régolithe, notamment son amplitude B_{0SHOE} est le paramètre qui influe le plus sur la forme de la courbe de phase, et ce, sur une grande gamme d'angle de phase. C'est d'autant plus vrai que l'épaisseur optique des anneaux est faible. La corrélation avec la densité du régolithe ϕ_{reg} (autre paramètre du SHOE) est elle aussi importante sur toute la gamme d'angle de phase. Comme ces deux paramètres influent sur la forme globale de toute la courbe de phase (voir figure 4.4), avec une largeur à mi-hauteur de $10 - 15^\circ$, l'effet du SHOE est visible sur toute la gamme d'angle de phase. Pour autant, ce n'est vrai qu'à albédo et paramètre d'asymétrie fixés.

De plus, plus l'épaisseur optique augmente plus les paramètres macroscopiques de l'anneau sont prédominants à des angles de phases de plus en plus petit allant jusqu'à 5° pour $\tau = 2$. En deçà, l'effet de l'anneau reste important, même à très faibles angles de phase, le facteur de corrélation n'étant pas nul. Il est présent à de plus en plus faibles angles à mesure

que l'épaisseur optique augmente comme prédit par le modèle de R-SHOE, validant ainsi la nécessité de prendre en compte le R-SHOE à la place du modèle classique.

La figure 4.9 montre également la variation de corrélation entre le facteur de radiance et les paramètres du modèle lorsqu'on change la valeur de ω_0 . On observe trois comportements différents. Pour le CBOE, le fait de baisser l'albédo de simple diffusion réduit son effet (visible sur les courbes de $B_{0_{CBOE}}$ et a). La largeur à mi-hauteur du CBOE étant proportionnelle à ω_0 cela semble tout à fait cohérent. De plus, le CBOE nécessitant par essence des diffusions multiples au sein du régolithe, il est normal que l'albédo de simple diffusion du régolithe joue un rôle important. A contrario, le SHOE semble d'autant plus prédominant que l'albédo de simple diffusion est faible (visible sur les courbes de $B_{0_{SHOE}}$ et ϕ_{reg}). La largeur à mi-hauteur du SHOE étant indépendante de la valeur de l'albédo, il faut interpréter cette évolution comme un effet indirect. Le CBOE voyant son effet réduit, le SHOE va mécaniquement se retrouver plus prédominant. On observe d'ailleurs le même comportement pour le R-SHOE, lui aussi indépendant de ω_0 . C'est pourquoi lorsque l'angle de phase dépasse $\approx 10^\circ$, l'influence du R-SHOE diminue lorsque ω_0 diminue. C'est dû à la corrélation entre la facteur de radiance et le CBOE qui devient nulle autour de cet angle.

Finalement, on retrouve le fait qu'à faible épaisseur optique, c'est le rapport H/R qui est le paramètre influant le plus sur le R-SHOE tandis que pour des épaisseurs optiques supérieures à 1, c'est la densité de l'anneau qui domine le R-SHOE et la forme générale de la courbe de phase (confirmant les hypothèses énoncées dans le chapitre 3).

4.2.2 Impact de la géométrie

Le chapitre 3 a dévoilé la dépendance du R-SHOE avec la géométrie d'observation et d'illumination de la scène. La dépendance des différents termes modélisant la photométrie du régolithe à l'angle de phase α et à μ, μ_0 pour modéliser la diffusion multiple, rend nécessaire d'explorer l'influence de la géométrie de la scène sur l'effet des différents paramètres du modèle.

En premier lieu, la figure 4.10 montre l'évolution de la corrélation du facteur de radiance de l'anneau et des paramètres du régolithe seuls pour deux géométries d'illuminations différentes (traits pleins et pointillés). Le R-SHOE est éteint dans ces calculs (utilisation du modèle classique).

On voit très nettement qu'une variation de géométrie n'a que peu d'impact sur l'influence des différents termes photométriques du régolithe. L'augmentation de ω_0 augmente légèrement l'effet de la géométrie mais sans commune mesure avec l'effet de la géométrie sur le R-SHOE. En fait, les variations de facteur de corrélations sont du même ordre de grandeur que les variations statistiques de ce facteur dû à la différence du jeu de paramètres aléatoires entre deux calculs de corrélations.

La figure 4.11 montre la même étude mais cette fois le R-SHOE est allumé. Cette fois, l'influence de la géométrie sur l'effet des paramètres sur le facteur de radiance est bien plus forte. Ainsi, on montre que les variations de corrélations dues à la variation de géométrie d'illumination visibles sur la figure 4.11 sont totalement liées à l'effet de la géométrie sur le R-SHOE.

Pour le modèle multi-échelles, on retrouve bien le fait qu'une variation de géométrie

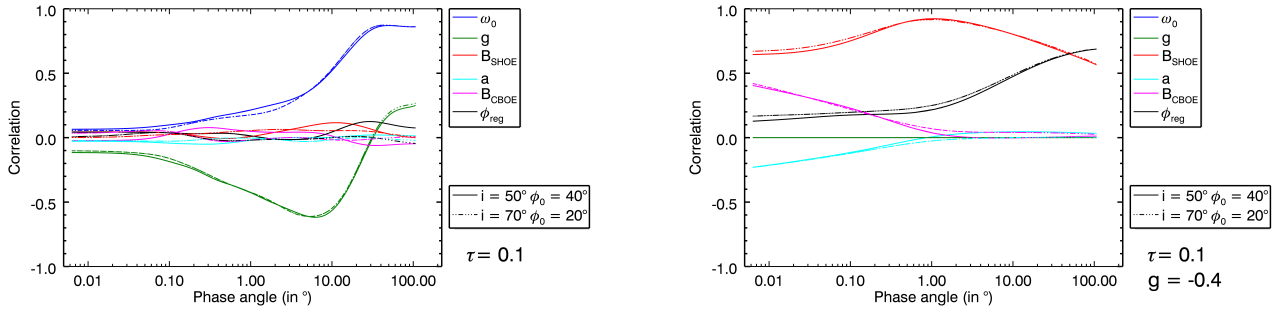


FIGURE 4.10 – Évolution du facteur de corrélation entre le facteur de radiance de l’anneau et les paramètres du régolithe dans le cas où le R-SHOE est éteint pour deux géométries d’observation. La figure de gauche laisse tous les paramètres du régolithe libres tandis que celle de droite fixe ω_0 et g respectivement à 0.2 et -0.4 . Dans les deux cas l’épaisseur optique de l’anneau est fixée à 0.1.

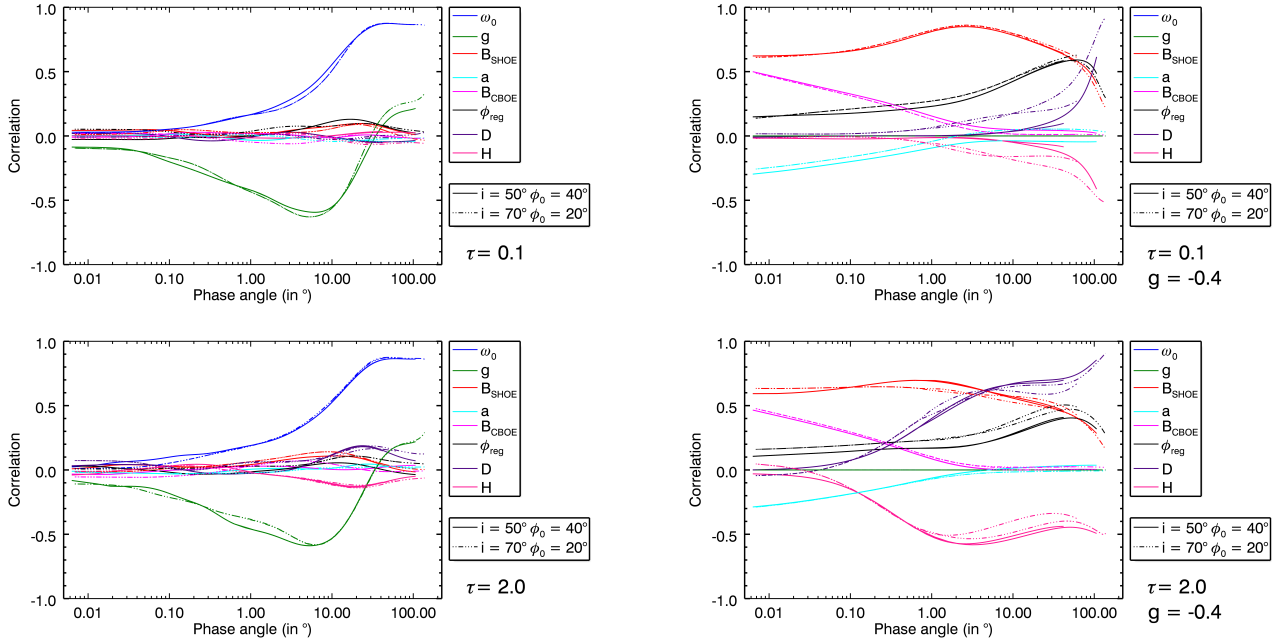


FIGURE 4.11 – Évolution du facteur de corrélation entre le facteur de radiance de l’anneau et les paramètres du modèle général pour deux géométries d’illumination. Les figures de gauche laissent tous les paramètres libres tandis que celles de droite fixent ω_0 et g respectivement à 0.6 et -0.4 . Pour la première ligne de figures l’épaisseur optique de l’anneau est fixée à 0.1. L’épaisseur optique de l’anneau est fixée à 2 pour les figures de la ligne du bas.

implique une variation de corrélations entre le facteur de radiance et les paramètres macroscopiques de l’anneau uniquement (pas d’influence sur les paramètres du régolithe). De plus, plus l’épaisseur optique est faible plus la variation de géométrie a un impact élevé sur les paramètres d’anneau. En effet, plus la géométrie d’illumination est rasante, plus l’épaisseur optique effective augmente ce qui provoque un effet d’opposition plus fort.

Les différentes géométries d’observation et d’illumination permettent donc de lever une partie de la dégénérescence entre les effets d’opposition dus au régolithe (SHOE + CBOE) et

celui dû à l'anneau (R-SHOE), en particulier pour des angles de phase compris entre 1° et 30° pour des variations des angles d'incidences élevés (50° - 70°).

4.2.3 Stratégie d'inversion

Comme nous l'avons vu dans les sous-sections précédentes, la variabilité des effets avec l'angle de phase, les géométries d'observation et d'illumination nous permet théoriquement de lever la dégénérescence entre le CBOE, le SHOE, le R-SHOE et les caractéristiques de diffusion du régolithe telles que ω_0 et g .

Les figures 4.8 et 4.9 montrent très clairement qu'il est impératif de contraindre ω_0 et g , paramètres prédominants sur la forme et l'amplitude de la courbe de phase. Pour ce faire il est nécessaire d'utiliser des données allant jusqu'à quelques dizaines de degrés. À l'inverse, pour bien contraindre les paramètres d'opposition, il est essentiel de descendre jusqu'à des angles de phases inférieurs à 1° . En particulier, pour observer une possible influence du CBOE, il est primordial de descendre à des angles de phase encore plus petits, inférieurs à 0.1° .

Le R-SHOE étant un effet purement géométrique, il est indépendant de la longueur d'onde du rayonnement incident, dans la limite où les hypothèses émises dans le chapitre 3 sont vérifiées ($R \gg \lambda$). À l'inverse, le SHOE régolithe dépend en partie de la longueur d'onde du rayonnement incident par le biais du terme B_{0_SHOE} . Il en va de même pour les paramètres de diffusion du régolithe tels que ω_0 et g . En particulier l'albédo de simple diffusion du régolithe est sensible aux propriétés d'absorption du matériau. Les anneaux de Saturne étant majoritairement composés de glace d'eau, on s'attend à une forte variation d'albédo dans le proche infrarouge et donc à une forte variation de leur comportement photométrique. Le CBOE quant à lui dépend explicitement de la longueur d'onde du rayonnement.

Ainsi, pour différencier le R-SHOE de l'effet du régolithe, il est pertinent de s'intéresser au comportement spectral de l'effet d'opposition. Les paramètres de l'anneau doivent être les mêmes indépendamment de la longueur d'onde d'observation. Par conséquent, au-delà de l'intérêt de contraindre le comportement spectral du régolithe recouvrant les particules d'anneaux, l'étude spectrale de l'effet d'opposition fournit un test très robuste sur notre modélisation et sur la cohérence des paramètres d'anneaux extraient de nos inversions.

Enfin les variations morphologiques potentielles de l'effet d'opposition à différentes dates d'observations ne peuvent être attribuées qu'au R-SHOE donnant ainsi un autre moyen de différencier les effets "anneau" des effets "régolithe".

Ce modèle multi-échelles créé spécialement pour l'étude des anneaux de Saturne sera confronté aux observations dans toute la partie IV. Nous utiliserons le modèle de Lumme-Bowell pour le R-SHOE et l'équation 4.1 pour prédire le facteur de radiance de l'anneau.

Chapitre 5

Modèle de rugosité due à un cratère

Table des matières

5.1	Modèle morphologique et photométrieque	115
5.2	Diffusion macroscopique simple	121
5.3	Diffusion macroscopique secondaire	128
5.4	Écart-type du facteur de radiance du cratère comme nouvelle observable	133

Nous avons développé dans le chapitre 2 la modélisation du comportement photométrique d'une surface recouverte de régolithe (voir équation 2.71). Connaissant les directions d'illumination et d'observation caractérisées par les angles (e, i et α), il est possible grâce à la formule 2.71 de prédire le facteur de radiance de cette surface. Néanmoins, lorsque la surface observée exhibe des structures macroscopiques subpixelaires, telles que des cratères, des montagnes ou des failles (on parle de rugosité ou de topographie macroscopique), cette formule n'est plus utilisable en l'état. Pour tenir compte de cette échelle de rugosité, Hapke (1984) a ajouté de nouveaux termes à son équation 2.71. Bien que cette méthode générique peut être appliquée sur une variété de terrains et est par essence plus versatile, elle comporte de nouveaux paramètres semi-empirique dont l'interprétation physique reste délicate. Dans le cas où nous désirons reproduire le comportement photométrique d'une topographie dont la forme nous est connue, nous avons choisi une approche plus analytique en modélisant la morphologie du terrain puis en y appliquant la formule 2.71. Ainsi, nous évitons toute interprétation trompeuse sur la signification physique des nouveaux termes empiriques de Hapke (voir Helfenstein and Shepard (1999) et Shepard and Helfenstein (2007)). De plus cela va nous permettre de remonter aux paramètres morphologiques des cratères et de préciser les paramètres rhéologiques d'Encelade (voir section 1.4).

5.1 Modèle morphologique et photométrieque

La prise en compte de la présence d'un cratère sur le comportement photométrique d'une surface a été développé dans les années 60 par Hameen-Anttila et al. (1965), afin de prendre en compte les effets d'ombrages sur les observations lunaires proches du terminateur (limite jour/nuit sur un corps). Depuis, ce modèle a été réutilisé par différents auteurs tels que Veverka

and Wasserman (1972) afin d'étudier les effets de rugosité macroscopique sur la photométrie martienne ou encore Buratti et al. (2004) afin de déterminer la profondeur de certains cratères sur la comète 19P/Borelly à partir des données de la sonde Deep Space 1.

Dans le cadre du formalisme d'Hameen-Anttila et al. (1965), un cratère est modélisé par un parabolôïde de révolution de section circulaire (voir figure 5.1). C'est à dire qu'une coupe verticale passant par le centre du cratère sera décrite par l'équation d'une parabole, et qu'une section horizontale, parallèle au plan du sol sera décrite par l'équation d'un cercle.

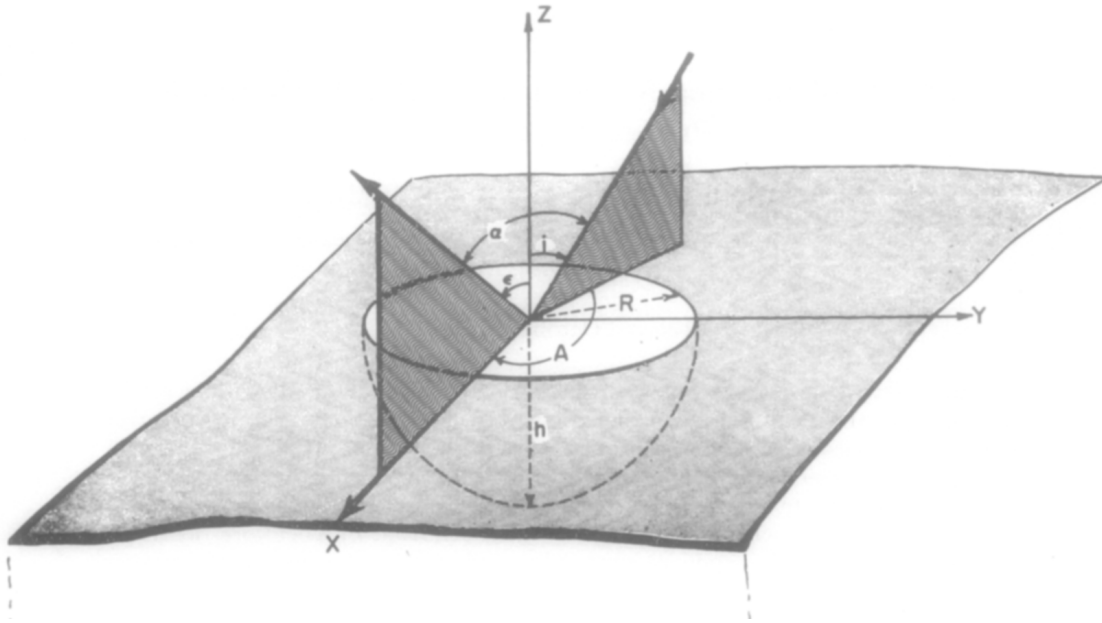


FIGURE 5.1 – Illustration de la modélisation d'un cratère comme étant un parabolôïde de révolution autour de l'axe z . Figure tirée de Veverka and Wasserman (1972).

Le repère formé par les vecteurs ortho-normaux $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ est centré sur le centre de la section horizontale du parabolôïde de révolution au niveau du sol (donc en $z = 0$). L'axe z est normal à cette section, l'axe des x est orienté selon la projection de la direction d'observation sur cette section et l'axe des y est défini par le produit vectoriel $\vec{e}_z \times \vec{e}_x$. Le cratère est uniquement caractérisé par son rayon R et sa profondeur maximale h . Ainsi, tout point appartenant à la surface du cratère est défini par ces coordonnées x, y, z . En $z = 0$, l'équation du cercle définissant les bords du cratère est:

$$x^2 + y^2 = R^2 \quad (5.1)$$

Pour une section quelconque du parabolôïde de révolution passant par l'axe z et orthogonale au sol, l'équation de la parabole est donnée par l'équation:

$$z = \frac{h}{R^2}(x^2 + y^2) - h \quad (5.2)$$

Ce cratère est illuminé par une source collimatée selon une direction Ω , faisant un angle " i " avec la normale z (angle d'incidence). De même, ce cratère est observé par un détecteur (la sonde Cassini dans notre cas) dont la direction Ω' est séparée de la normale par l'angle d'émergence " e ". Les deux directions Ω et Ω' sont séparées par l'angle de phase α . L'angle entre la projection de ces deux directions sur le plan du cratère définit l'angle d'azimut A_z . Cette configuration et les notations associées sont celles exposées au début du chapitre 2.

De la même manière qu'avec le calcul de la fonction de phase intégrale du chapitre 4, le fait d'observer un cratère va avoir deux effets:

- La forme du cratère change les conditions locales d'observation et d'illumination sur chaque point à la surface du cratère (x, y, z) . Connaissant la configuration géométrique d'illumination et d'observation au centre du cratère, [Hameen-Anttila et al. \(1965\)](#) ont développé une formulation analytique permettant de calculer en tout point du cratère les angles locaux d'illumination, d'observation et de phase. Ainsi, il est possible de calculer en tout point du cratère la diffusion du rayonnement incident vers l'observateur. On parle de diffusion simple.
- De même, la forme du cratère implique que certaines facettes ne seront pas illuminées et/ou pas observées, cachées par les bords du cratère. Afin de prendre en compte cet effet, [Hameen-Anttila et al. \(1965\)](#) établissent les formules analytiques permettant de tester si une facette (x, y, z) est illuminée et observée.

Grâce à ce formalisme, il est possible de calculer le facteur de radiance moyen de l'intégralité de la zone observée.

Dans le cas où l'on observe un cratère recouvert de régolithe de très fort albédo simple diffusion, les diffusions secondaires entre différentes parties du cratère puis vers l'observateur peuvent elles aussi jouer un rôle important. [Buratti and Veverka \(1985\)](#) stipulent qu'au delà d'un albédo de simple diffusion de 0.6, cet effet est important. L'albédo de simple diffusion d'Encelade étant de 0.998 ([Verbiscer and Veverka \(1994\)](#)), nous avons donc modélisé cette diffusion secondaire macroscopique (voir section 5.3).

Pour ce faire, nous avons développé un formalisme vectoriel, différent de la modélisation de [Hameen-Anttila et al. \(1965\)](#) (dont les équations sont décrites dans l'annexe B), tout en conservant la paramétrisation de la surface du cratère proposée par [Hameen-Anttila et al. \(1965\)](#). Les équations issues du formalisme vectoriel que j'ai développé sont appliquées aux angles définis sur la figure 5.2:

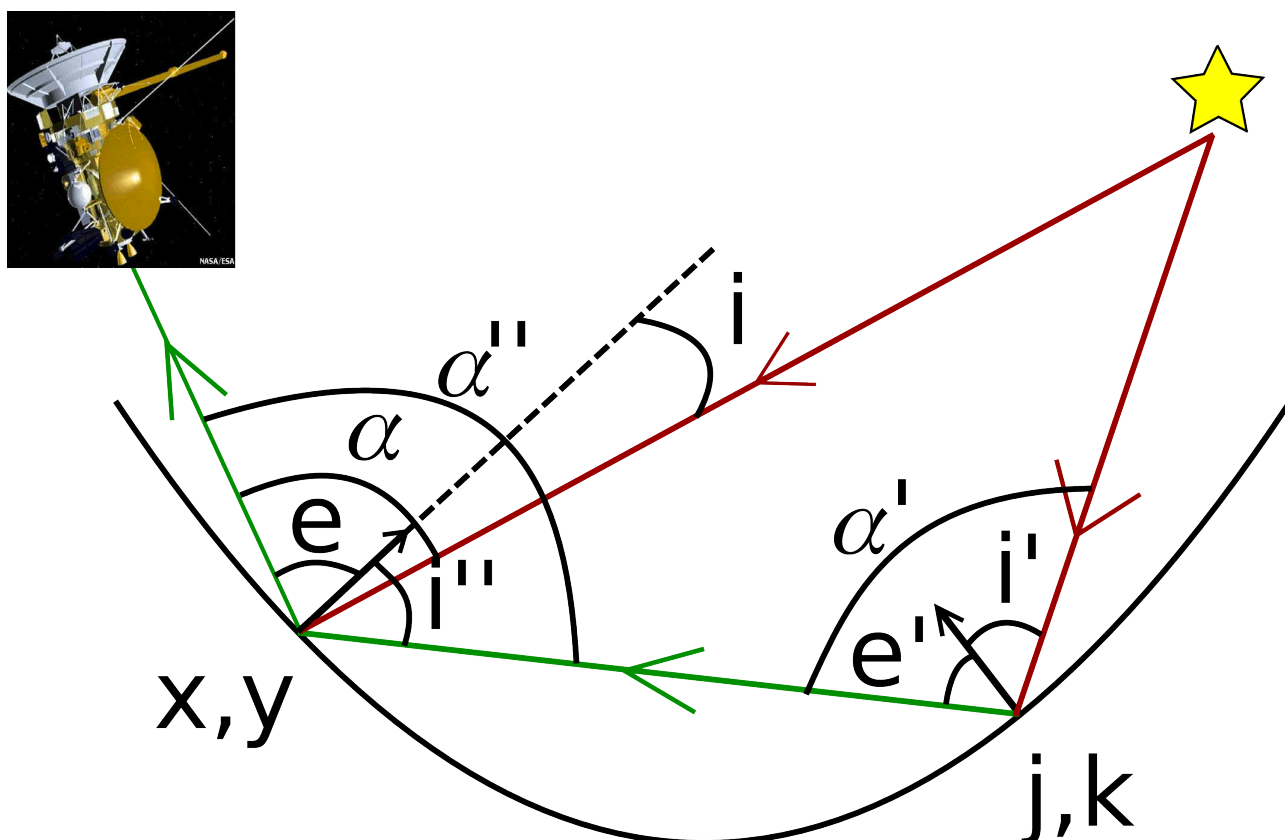


FIGURE 5.2 – Schéma de diffusion d'un point du cratère de coordonnée (x, y) . Sur ce schéma, deux contributions apparaissent, la diffusion simple du rayonnement solaire vers la sonde par les point (x, y) et la diffusion secondaire du rayonnement diffusé provenant du point de coordonnées (j, k) par le point (x, y) vers la sonde. Les expressions des angles définis sur cette figure sont données par les équations 5.4.

Le facteur de radiance total du cratère est calculé en faisant la somme des contributions des diffusions simple de chaque point du cratère auxquelles on ajoute les contributions secondaires des autres points du cratère.

Pour calculer ces contributions, il est nécessaire de discretiser le cratère. Pour ce faire, nous découpons le cratère en 2500 facettes (50×50) afin de conserver un temps de calcul raisonnable tout en échantillonnant le paraboloïde de révolution précisément. Ainsi, les coordonnées (x, y, z) donnent les positions du centre de chaque facettes. Le formalisme précédent est conservé.

Pour chaque facette dénotée par les indices x, y , le facteur de radiance $\frac{I}{F}_{x,y}$ est calculé selon la formule suivante:

$$\frac{I}{F_{x,y}} = \underbrace{\frac{I}{F_{x,y}}(i, e, \alpha)}_{\substack{\text{Diffusion simple du} \\ \text{rayonnement incident} \\ \text{vers l'observateur par} \\ \text{la facette } x, y}} + \sum_j \sum_k \underbrace{\frac{I}{F_{x,y}}(i'', e, \alpha'')}_{\substack{\text{Diffusion du} \\ \text{rayonnement provenant} \\ \text{de la facette } j, k \text{ vers} \\ \text{l'observateur par la} \\ \text{facette } x, y}} \times \underbrace{\frac{I}{F_{j,k}}(i', e', \alpha')}_{{\substack{\text{Diffusion du} \\ \text{rayonnement incident} \\ \text{vers la facette } x, y \text{ par} \\ \text{la facette } j, k}}} \quad (5.3)$$

où les angles i, i', i'', e, e' et $\alpha, \alpha', \alpha''$ sont indiqués sur le schéma 5.2. Afin de calculer ces angles, contrairement à l'approche de [Hameen-Anttila et al. \(1965\)](#), j'applique l'approche vectorielle décrite précédemment, principalement pour deux raisons:

- Étant donné le nombre d'angles à calculer, il est numériquement plus rapide d'évaluer des produits scalaires et/ou vectoriels que des fonctions trigonométriques, sans se soucier des cas où ces fonctions tendent vers zéro.
- En conservant l'approche géométrique, le moindre changement de forme nécessite de retrouver toutes les formules analytiques permettant de calculer les angles locaux. À l'inverse, l'approche vectorielle permet de changer la forme du cratère très facilement en conservant les équations 5.5, 5.6 et 5.7. Les perspectives sont donc bien plus grandes, sans changer la rapidité du code.

Afin de calculer tous les angles locaux apparaissant sur la figure 5.2, il faut tout d'abord définir les coordonnées, dans le référentiel du cratère, de quelques vecteurs importants:

- (1) Le vecteur normal à une facette (x, y) :

$$\vec{N}_{x,y} = \left(-\frac{\partial z}{\partial x}; -\frac{\partial z}{\partial y}; \frac{\partial z}{\partial z} \right) = \left(-\frac{2hx}{R^2}; -\frac{2hy}{R^2}; 1 \right) \quad (5.4a)$$

- (2) Le vecteur reliant l'observateur à la facette (x, y) :

$$\vec{P}_{x,y} = (x_{obs} - x; y_{obs} - y; z_{obs} - z) \quad (5.4b)$$

- (3) Le vecteur reliant la source lumineuse à la facette (x, y) :

$$\vec{S}_{x,y} = (x_{source} - x; y_{source} - y; z_{source} - z) \quad (5.4c)$$

- (4) Le vecteur reliant la facette (j, k) à la facette (x, y)

$$\vec{W}_{j,k \rightarrow x,y} = (x - j; y - k; z_{x,y} - z_{j,k}) \quad (5.4d)$$

Ainsi:

$$e = \arccos \left(\frac{\vec{P}_{x,y} \cdot \vec{N}_{x,y}}{\|\vec{P}_{x,y}\| \times \|\vec{N}_{x,y}\|} \right) \quad (5.5a) \quad i = \arccos \left(\frac{\vec{S}_{x,y} \cdot \vec{N}_{x,y}}{\|\vec{S}_{x,y}\| \times \|\vec{N}_{x,y}\|} \right) \quad (5.5b)$$

$$\alpha = \arccos \left(\frac{\vec{P}_{x,y} \cdot \vec{S}_{x,y}}{\|\vec{P}_{x,y}\| \times \|\vec{S}_{x,y}\|} \right) \quad (5.5c)$$

$$e' = \arccos \left(\frac{\vec{N}_{j,k} \cdot \vec{W}_{j,k \rightarrow x,y}}{\|\vec{N}_{j,k}\| \times \|\vec{W}_{j,k \rightarrow x,y}\|} \right) \quad (5.6a) \quad i' = \arccos \left(\frac{\vec{S}_{j,k} \cdot \vec{N}_{j,k}}{\|\vec{S}_{j,k}\| \times \|\vec{N}_{j,k}\|} \right) \quad (5.6b)$$

$$\alpha' = \arccos \left(\frac{\vec{S}_{j,k} \cdot \vec{W}_{j,k \rightarrow x,y}}{\|\vec{S}_{j,k}\| \times \|\vec{W}_{j,k \rightarrow x,y}\|} \right) \quad (5.6c)$$

et

$$i'' = \arccos \left(- \frac{\vec{N}_{x,y} \cdot \vec{W}_{j,k \rightarrow x,y}}{\|\vec{N}_{x,y}\| \times \|\vec{W}_{j,k \rightarrow x,y}\|} \right) \quad (5.7a) \quad \alpha'' = \arccos \left(- \frac{\vec{P}_{x,y} \cdot \vec{W}_{j,k \rightarrow x,y}}{\|\vec{P}_{x,y}\| \times \|\vec{W}_{j,k \rightarrow x,y}\|} \right) \quad (5.7b)$$

Enfin, afin de savoir si une facette (x, y) est visible et/ou éclairée, on regarde si la droite portée respectivement par le vecteur $\vec{P}_{x,y}$ ou $\vec{S}_{x,y}$ intersecte la surface à l'intérieur ou à l'extérieur du cercle d'équation $x^2 + y^2 = R^2$. Si l'on change la forme du cratère alors l'équation permettant de déterminer si une facette est visible et/ou éclairée sera plus complexe. Il sera probablement nécessaire de faire une recherche exhaustive des possibles intersections entre ces droites et l'équation paramétrique de la surface, mais cela reste au-delà des objectifs de développement de cette thèse.

Ainsi, connaissant les angles d'illumination et d'observation au centre du cratère au niveau du sol ainsi que le rapport d'aspect du cratère $q = \frac{D}{h}$, défini comme étant le rapport entre le diamètre D et la profondeur du cratère h , il est possible à l'aide de ces formules de calculer la contribution de chaque facette sur le facteur de radiance moyen du cratère $\langle \frac{I}{F_{\text{cratère}}} \rangle$ en appliquant la formule 2.71. De cette façon :

$$\langle \frac{I}{F_{\text{cratère}}} (i, e, \alpha) \rangle = \frac{1}{N_{\text{observée}}} \sum_{x,y_{\text{observée}}} \frac{I}{F_{x,y}} (i', e', \alpha')^1 \quad (5.8)$$

où $N_{\text{observée}}$ est le nombre de facettes vues par l'observateur.

Il est nécessaire de préciser que dans toute la suite de mon travail sur les cratères, je n'inclurai pas la rétro-diffusion cohérente (CBOE) dans la fonction de phase du régolithe. De plus, les paramètres $B_{0_{\text{SHOE}}}$ et h_s seront fixés à des valeurs tirées de [Verbiscer and Veverka \(1994\)](#). Deux raisons principales pour expliquer ce choix :

1. Un modèle plus complexe pondérant les surfaces des facettes sur la totalité du cratère serait plus réaliste. Néanmoins dans un premier temps nous verrons que cette modélisation est satisfaisante.

- Les angles de phases pour lesquels ces effets sont visibles, sont faibles voir très faibles (typiquement $< 15^\circ$ pour le SHOE, $< 5^\circ$ pour le CBOE) et jamais rencontrés dans nos observations d'Encelade. De plus, l'effet moyenné sur le cratère rend ces termes négligeables par rapports à ω_0 et g . Nous le verrons dans la discussion des figures suivantes.
- La durée du processus d'inversion que nous utiliserons pour la suite de notre étude est fortement corrélée au nombre de paramètres libres recherchés. Par conséquent, fixer la valeur des termes du SHOE et ne pas inclure le CBOE permet de réduire considérablement la durée d'inversion des données.

Le formalisme et la scène présentés, nous décrivons dans la section suivante le comportement du modèle en n'intégrant que la diffusion simple dans un premier temps (section 5.2), puis nous décrivons l'effet de rajouter la diffusion secondaire (section 5.3).

5.2 Diffusion macroscopique simple

Dans la suite de cette section nous allons décrire le comportement du modèle simple diffusion en fonction des différents paramètres que sont:

- Les paramètres du régolithe et du cratère: q , g et ω_0 , voir figures 5.3, 5.4 et 5.5.
- Les conditions d'illumination et d'observation de l'ensemble du cratère: i , e , A_z , voir figures 5.6 et 5.7.

Sur le graphique de la figure 5.3, l'angle d'incidence est fixé à 40° , l'angle azimutal à 180° . Cela implique que la source lumineuse et l'observateur sont de part et d'autre de l'axe z . Cette configuration maximise les ombres puisque les facettes non-illuminées seront différentes des facettes non-observées.

Pour une valeur de q donnée, autre que $q = 0$ (correspondant à l'absence d'un cratère), on observe deux parties distinctes sur la courbe. La première partie correspond à une décroissance lente du facteur de radiance moyen du cratère lorsque l'angle d'émergence passe de 0° jusqu'à $\approx 45^\circ$. Cette partie de la courbe correspond à une lente augmentation de l'angle de phase entre les directions d'observation et d'illumination ce qui va baisser le facteur de radiance moyen du cratère du fait de la fonction de phase du régolithe. La présence d'un cratère n'est pas décelable. Nous aurions le même comportement pour une surface plane comme l'indique la courbe $q = 0$. Le fait que le facteur de radiance moyen du cratère diminue avec le rapport d'aspect s'explique par le nombre plus faible de facettes éclairées qui vont contribuer de manière nulle au facteur de radiance moyen du cratère (équation 5.8).

Lorsque l'angle d'émergence dépasse un angle limite e_{lim} , l'ombre due aux bords du cratère commence à recouvrir ce dernier, ne laissant que la partie visible du cratère contribuer au facteur de radiance moyen. Si cette partie visible n'est pas ou peu illuminée, comme c'est le cas lorsque l'angle azimutal est égal à 180° , le facteur de radiance moyen va chuter drastiquement. C'est la brisure de pente observée autour de 45° pour $q = 0.5$ par exemple. C'est cet effet que j'appelle "effet cratère" et qui permet de déceler la présence d'un cratère. Cette brisure apparaît

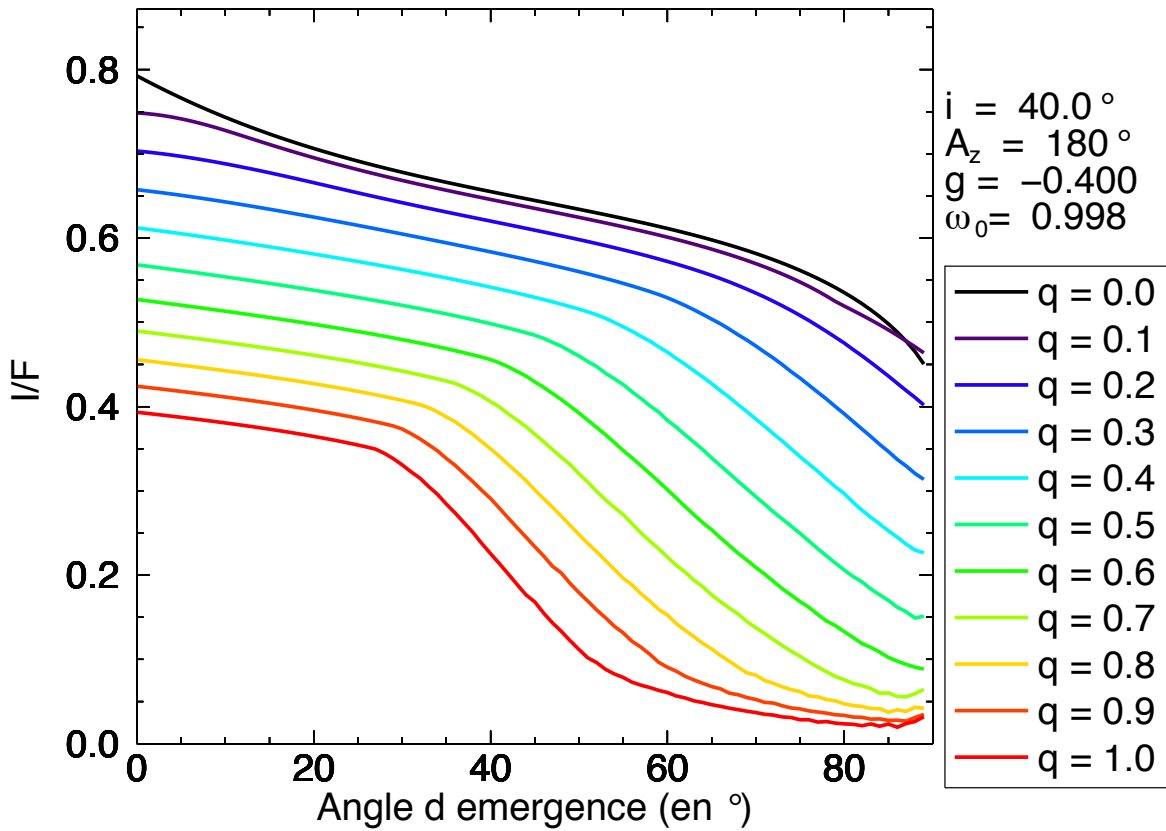


FIGURE 5.3 – Évolution du facteur de radiance $\langle \frac{I}{F} \rangle$ du cratère en fonction de l'angle d'émergence pour plusieurs valeurs du rapport d'aspect du cratère q , à i , A_z , g , ω_0 fixés.

à angle d'émergence d'autant plus petit que le cratère est creusé (q est grand). On comprend par conséquent que l'angle à partir duquel le facteur de radiance chute drastiquement sera diagnostique de la profondeur du cratère.

Ensuite, la décroissance observée lorsque l'angle d'émergence augmente est due à l'ombre des bords du cratère qui va remplir de plus en plus ce dernier jusqu'à ne laisser que les bords peu éclairés du cratères.

Les légères ondulations visibles à fort q lorsque le facteur de radiance tend vers 0 ainsi que l'augmentation du facteur de radiance lorsque l'angle d'émergence est proche de 90° sont des effets purement numériques, totalement lissés lorsqu'on augmente la résolution de la grille.

Bien que cet effet soit toujours vérifié à partir du moment où l'on observe un cratère, l'amplitude du facteur de radiance moyen du cratère à l'angle limite est aussi fonction du régolithe.

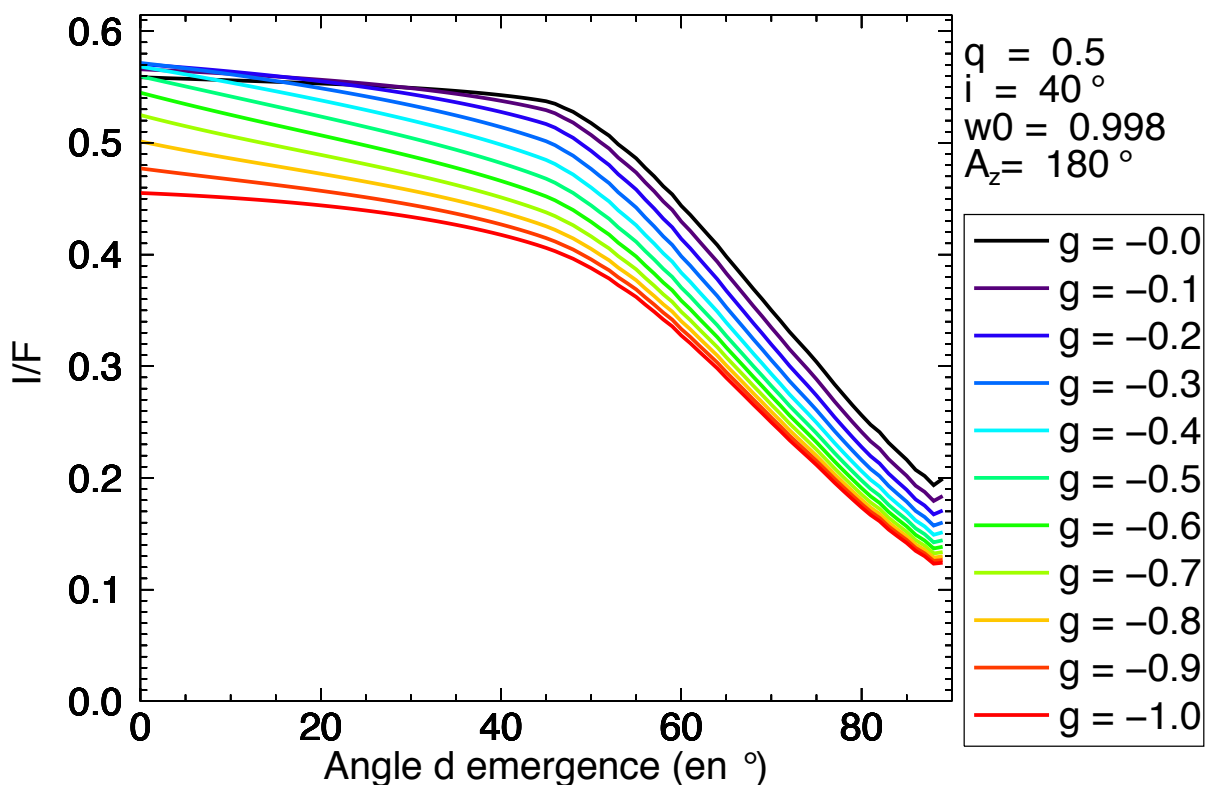


FIGURE 5.4 – Évolution du facteur de radiance $\langle \frac{I}{F} \rangle$ du cratère en fonction de l'angle d'émergence pour plusieurs valeurs du paramètre d'asymétrie de diffusion du régolithe g , à i , A_z , q , ω_0 fixés.

La figure 5.4 montre l'effet du facteur d'asymétrie de diffusion du régolithe sur le comportement photométrique moyen d'un cratère dont le rapport d'aspect a été fixé à 0.5. Les courbes d'émission des cratères présentent également dans ce cas une brisure de pente, indépendamment de la valeur du paramètre d'asymétrie, pour les mêmes raisons que celles expliquant la brisure de pente visible sur la figure 5.3 (les ombres du cratère deviennent de plus en plus prépondérantes). Il existe donc une valeur d'émergence e_{lim} au delà de laquelle cette brisure apparaît. Plus le régolithe est rétro-diffusant (paramètre d'asymétrie $\rightarrow -1.0$) plus le facteur de radiance moyen du cratère est faible. Cet effet peut s'expliquer par le fait que lorsque l'angle azimutal est égal à 180° l'observateur ne va voir que les contributions des diffusions les moins "vers l'arrière" de chaque facettes du cratère. C'est pourquoi cette contribution diminue lorsque le paramètre d'asymétrie tend vers -1.

La figure 5.5 quant à elle montre l'effet de l'albédo simple diffusion du régolithe ω_0 sur le comportement photométrique du cratère. Là aussi, l'angle limite à partir duquel le facteur de radiance moyen du cratère chute ne dépend pas de la valeur de l'albédo simple diffusion

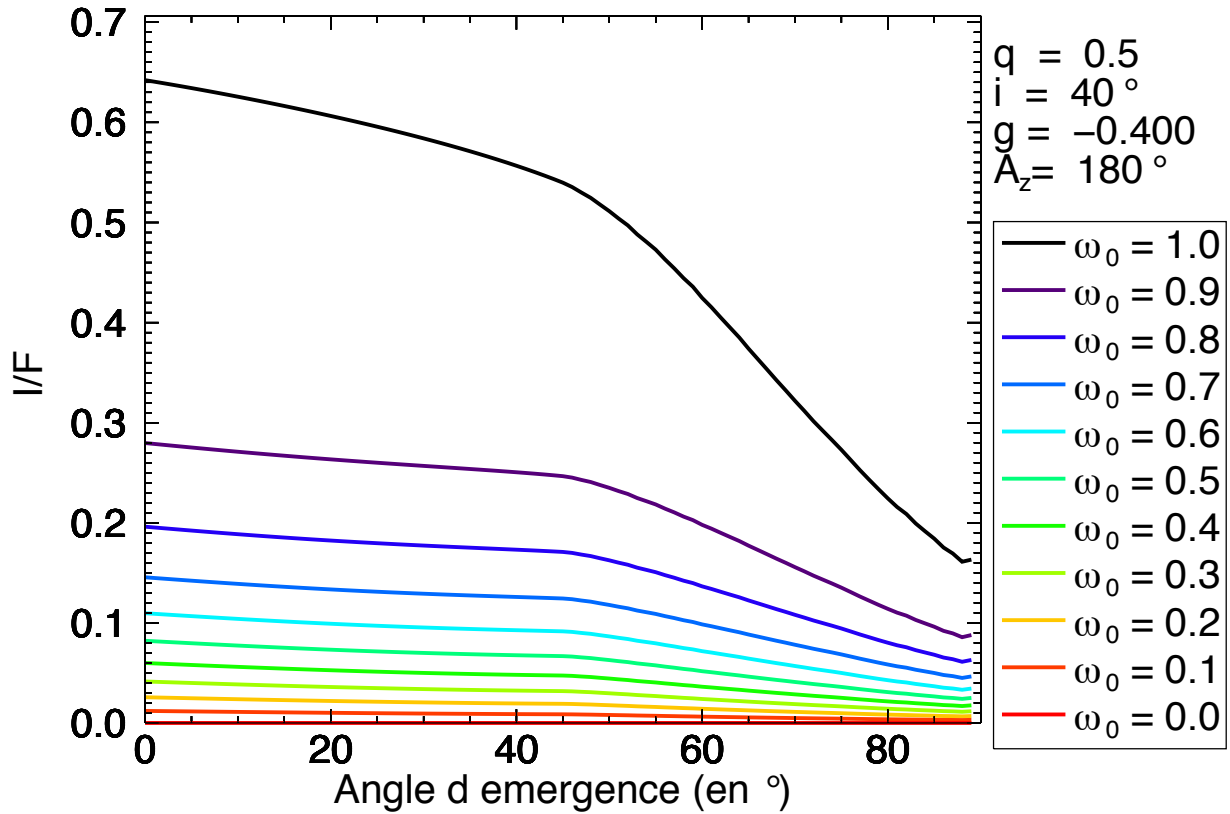


FIGURE 5.5 – Évolution du facteur de radiance $\langle \frac{I}{F} \rangle$ du cratère en fonction de l'angle d'émergence pour plusieurs valeurs de l'albédo simple diffusion du régolithe ω_0 , à i , A_z , q , g fixés.

du régolithe. Néanmoins, l'amplitude de la courbe est très dépendante de la valeur de l'albédo simple diffusion du régolithe. Par conséquent on voit qu'il peut exister une dégénérescence entre l'effet du paramètre d'asymétrie g et l'albédo simple diffusion du régolithe ω_0 . Pour un cratère de rapport d'aspect égal à 0.5, un régolithe avec un albédo simple diffusion de 0.9 et un facteur d'asymétrie de -0.3 produira une courbe de phase dont l'amplitude sera très proche d'un régolithe d'albédo simple diffusion de 0.95 et de facteur d'asymétrie de -0.8 (moins de 3% de différence). Ainsi, si l'on veut connaître ces deux paramètres précisément, on voit dès maintenant qu'il faut utiliser des observations ayant un très bon signal sur bruit.

Cependant, les figures 5.4 et 5.5, montrent bien que les variations d'amplitude de la courbe d'émission dues à l'albédo de simple diffusion du régolithe sont bien plus élevées que celles dues au paramètre d'asymétrie. Celui-ci sera, par conséquent, considéré comme un paramètre "secondaire" du modèle (il n'est pas possible de confondre des courbes d'albédos 0.9 et 0.4 en jouant uniquement sur la valeur de g).

Bien que les angles d'observation et d'illumination des observations seront connues, il est intéressant de voir l'influence des différents angles photométriques sur les courbes de phases d'un cratère dont le rapport d'aspect et les paramètres du régolithe le recouvrant sont fixés.

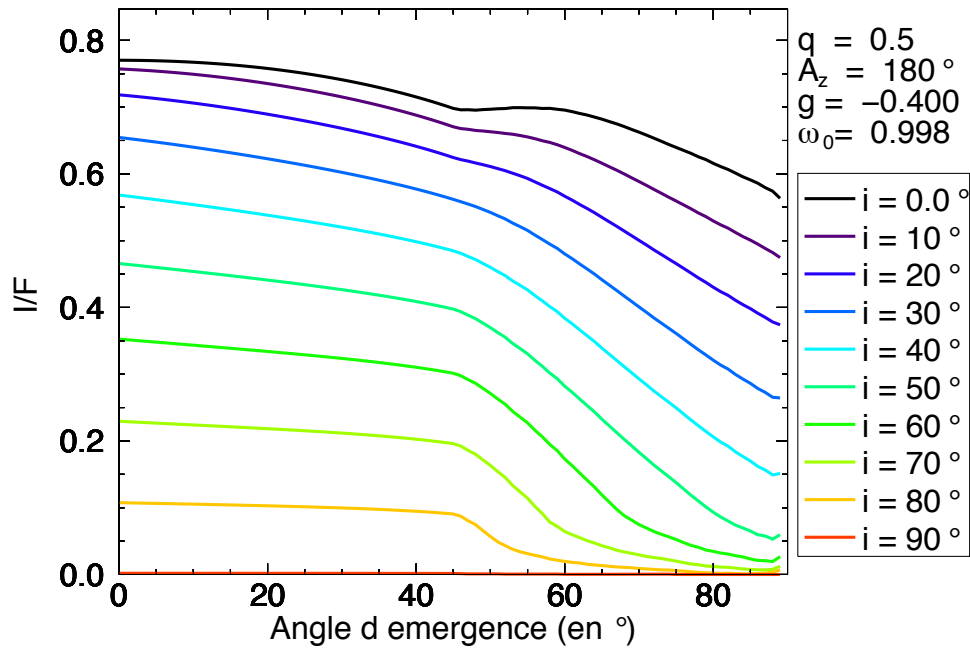


FIGURE 5.6 – Évolution du facteur de radiance $\langle \frac{I}{F} \rangle$ du cratère en fonction de l'angle d'émergence pour plusieurs valeurs de l'angle d'incidence i , à A_z , q , g , ω_0 fixés.

La figure 5.6 montre l'évolution du facteur de radiance moyen d'un cratère de rapport d'aspect fixé à $q = 0.5$ en fonction de l'angle d'émergence e , pour différentes valeurs de l'angle d'incidence i . De la même manière que pour l'albédo ω_0 et le paramètre d'asymétrie de diffusion du régolithe g , il existe un angle e_{lim} , et celui ci ne varie pas quelque soit la valeur de l'angle d'incidence. Néanmoins, l'amplitude du facteur de radiance va être très dépendant de la valeur de l'angle d'incidence. En effet, lorsque l'angle d'incidence augmente, l'ombre due aux bords du cratère recouvre de plus en plus de facettes ce qui va réduire globalement le facteur de radiance moyen. Pour un même angle d'émergence (donc une même portion du cratère observé), un nombre plus faible de facettes contribue au $\langle I/F \rangle$ moyen du cratère. Lorsque le cratère est totalement dans l'ombre de ses propres bords ($i = 90^\circ$), le facteur de radiance moyen du cratère est nul quelque soit la valeur de l'angle d'émergence.

Néanmoins, ce comportement va aussi dépendre de l'angle azimutal. Si les directions Ω et Ω' sont proches, les zones observées et éclairées seront les mêmes ce qui réduira l'effet "cratère" comme nous pouvons le voir sur la figure 5.7.

Pour un angle d'incidence donné (40° dans ce cas), on voit que plus l'angle azimutal est faible, plus le facteur de radiance moyen du cratère augmente. Dans ce cas, il y a un recouvrement entre les facettes observées et les facettes éclairées. C'est à dire que pour un angle d'émergence donné, de plus en plus de facettes contribuent au facteur de radiance moyen du cratère.

Pour un angle azimutal nul (Ω et Ω' sont dans le même plan et du même côté de l'axe z), lorsque l'angle d'émergence s'approche de l'angle d'incidence, le facteur de radiance moyen du cratère augmente brusquement. C'est l'effet d'opposition que l'on observe au niveau macroscopique. Dans cette configuration, une grande partie des facettes observées exhibent un effet d'opposition contribuant fortement au facteur de radiance moyen du cratère entier. Néanmoins, cet effet n'est observé que dans une configuration bien précise ce qui permet de justifier le choix de fixer les paramètres $B_{0_{SHOE}}$ et h_s du régolithe.

Le fait que, pour des angles d'émergence inférieurs à e_{lim} , le facteur de radiance moyen du cratère augmente est dû au fait que dans notre cas d'étude, l'angle d'incidence n'est pas nul. Par conséquent, lorsque l'angle d'émergence est nul, l'observateur voit des facettes non-illuminées à cause des bords du cratère. Au fur et à mesure que l'angle d'émergence augmente, se rapprochant de l'angle d'incidence, l'angle de phase diminue ce qui augmente la contribution de chaque facette (car le régolithe est rétro-diffusant) et ainsi augmente le facteur de radiance moyen du cratère. Lorsque l'angle d'émergence dépasse e_{lim} les bords du cratères cachent les facettes non-illuminées, laissant une proportion plus importante de facettes illuminées contribuer au facteur de radiance moyen du cratère augmentant ce dernier. Cette analyse est vraie pour des angles azimutaux inférieur à 90° . À l'inverse, lorsque l'angle azimutal est supérieur à 90° , on retrouve le comportement déjà décrits pour la figure 5.4.

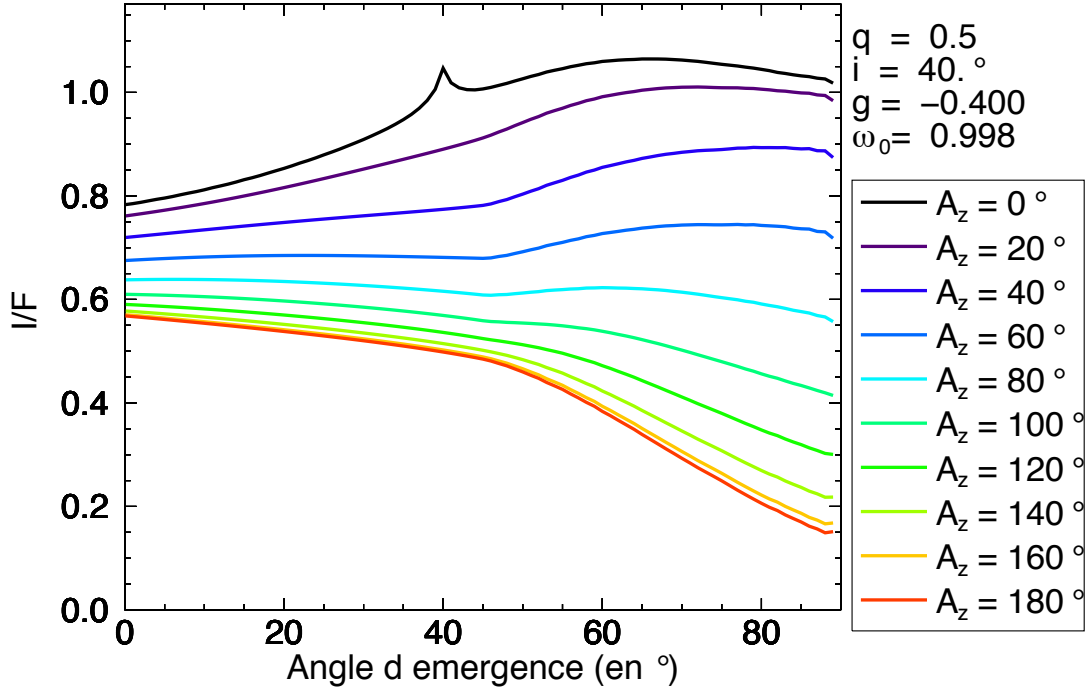


FIGURE 5.7 – Évolution du facteur de radiance $\langle \frac{I}{F} \rangle$ du cratère en fonction de l'angle d'émergence pour plusieurs valeurs de l'angle azimuthale A_z , à i , q , g , ω_0 fixés.

À la lumière de ces différents comportements, on voit que le paramètre principal contrôlant le comportement photométrique du cratère est son rapport d'aspect q , visible sur les courbes de phases par l'apparition d'un angle d'émergence limite e_{lim} . Les paramètres du régolithe interviennent dans un second temps, modulant l'amplitude du facteur de radiance moyen du cratère.

La géométrie d'observation et d'illumination a un impact fort sur ce comportement photométrique mais sera donnée par les observations de la sonde Cassini ce qui fixera son effet. Les trois paramètres libres de notre modèle sont alors :

- (1) Un paramètre macroscopique " q ", comptant pour le cratère.
- (2) Deux paramètres microscopiques " g " et " ω_0 ", comptant pour le régolithe.

Après avoir testé le modèle n'incluant que la diffusion macroscopique simple sur des cratères d'Encelade dont nous connaissions la profondeur à l'aide de mesures stéréométriques (voir chapitre 6), nous nous sommes rendus compte qu'il ne prédisait pas de facteur de radiance moyen suffisamment important pour reproduire les observations. Ainsi, le modèle avait tendance à baisser le rapport d'aspect du cratère (réduisant ainsi la part d'ombre) et augmenter jusqu'à 1 l'albédo simple diffusion du régolithe.

C'est la raison pour laquelle nous avons développé un modèle qui inclut la diffusion multiple macroscopique, affirmant les assertions de [Buratti and Veverka \(1985\)](#). Le comportement photométrique du cratère qui inclut la diffusion secondaire macroscopique est le sujet de notre prochaine section.

5.3 Diffusion macroscopique secondaire

Contrairement à ce que nous avons fait dans la section 2.3, il n'est pas possible de rajouter un terme analytique simple pour prendre en compte cette diffusion multiple macroscopique. De plus, pour des raisons de divergence de temps de calcul, il ne sera pas possible de calculer numériquement les contributions de tous les ordres de diffusion entre les facettes. Par conséquent, nous avons pris la décision de n'inclure que la diffusion secondaire macroscopique. L'idée est de calculer pour chaque facette, la diffusion de la lumière émise par les autres facettes vers l'observateur.

Les figures 5.8 et 5.9 montrent l'apport de la modélisation de la diffusion macroscopique double par rapport au modèle en diffusion simple. L'échelle de couleur est la même pour les quatre images afin de pouvoir les comparer. La principale différence est l'illumination des facettes qui ne sont pas éclairées directement par la source mais par les autres facettes du cratère. Cet effet est nettement visible sur la figure 5.9. On voit que l'effet est loin d'être négligeable et rend la scène beaucoup plus réaliste. D'un point de vue quantitatif, pour le cas où l'angle d'incidence est faible (figure 5.8), le facteur de radiance moyen du cratère est légèrement augmenté. Dans ce cas, avec un albédo simple diffusion du régolithe de 0.95 et un paramètre d'asymétrie de diffusion du régolithe de -0.4 , le facteur de radiance moyen du cratère est augmenté d'environ 22% par le simple ajout de la diffusion secondaire macroscopique.

Dans le cas où l'angle d'incidence est plus fort (donc l'éclairement plus rasant, voir figure 5.9), le facteur de radiance moyen du cratère est augmenté de 69% pour un régolithe identique à la situation précédente.

Il est donc essentiel de prendre en compte cette diffusion secondaire, qui est d'autant plus importante que l'albédo de simple diffusion du régolithe est élevé. Pour un albédo de simple diffusion égal à 0.99, dans le cas d'un angle d'incidence élevé le facteur de radiance moyen augmente de 104%. Il augmente de 30% pour le cas où l'angle d'incidence est faible.

La figure 5.10 présente l'évolution du facteur de radiance moyen du cratère en fonction de l'angle d'émergence pour différentes valeurs de rapport d'aspect du cratère q . Cette figure est analogue à la figure 5.3 de la section 5.1.

Pour un rapport d'aspect nul, c'est à dire l'absence de cratère, on retrouve la même valeur que pour le modèle de diffusion simple. En effet, s'il n'y a pas de cratère alors la diffusion macroscopique entre les facettes du cratère n'existe pas. Mais, contrairement au cas où seule la diffusion simple est modélisée, on observe que les amplitudes des courbes de phases peuvent être supérieures au cas où $q = 0$. Ce résultat n'est pas surprenant. La forme du cratère et la diffusion macroscopique secondaire "ramènent" de la lumière diffusée en dehors du champ d'observation vers des facettes vues par l'observateur, ramenant ainsi plus de flux que pour une surface plane. C'est le même effet que ce que l'on peut observer sur les miroirs paraboliques

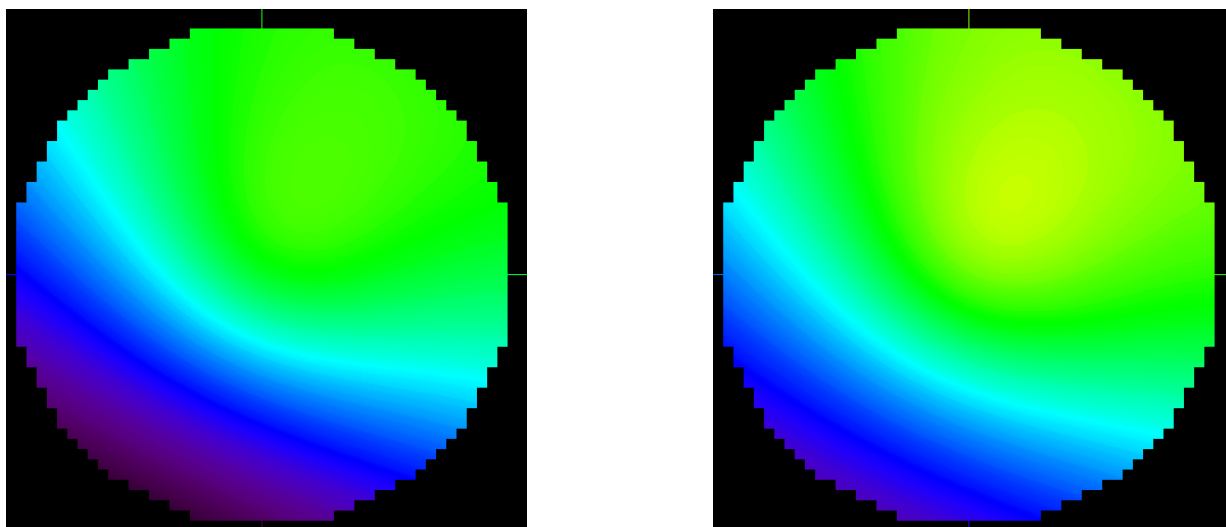


FIGURE 5.8 – Carte d'un cratère illuminé sous un angle $i = 24^\circ$ (éclairage venant du bas à gauche de la figure), observé sous un angle $e = 25^\circ$ (observation en haut à droite de la figure), pour un angle azimutal valant $A_z = 162^\circ$. La partie gauche de la figure a été calculée par le modèle simple diffusion alors que la figure de droite a été calculée par le modèle incluant la diffusion macroscopique secondaire.

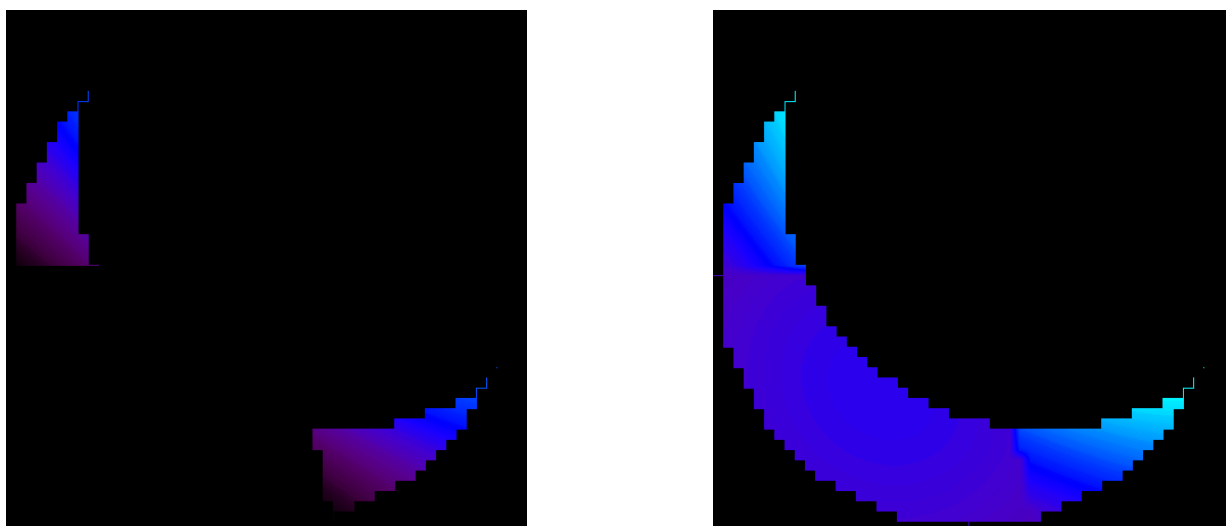


FIGURE 5.9 – Visualisation d'un cratère illuminé sous un angle $i = 40^\circ$ (éclairage venant du bas à gauche de la figure), observé sous un angle $e = 63^\circ$ (observation en haut à droite de la figure), pour un angle azimutal valant $A_z = 176^\circ$. La partie gauche de la figure a été calculée par le modèle simple diffusion alors que la figure de droite a été calculée par le modèle incluant la diffusion macroscopique secondaire.

utilisés pour les télescopes en astronomie. On voit que cet effet est maximal pour un rapport d'aspect d'environ 0.3.

Il est intéressant de noter que la valeur de l'angle e_{lim} est le même que celui observé sur la figure 5.10 pour un même rapport d'aspect. L'effet 'cratère' est conservé. Par conséquent, l'angle e_{lim} reste diagnostic de la profondeur du cratère indépendamment du modèle choisi. Néanmoins l'amplitude et la forme des courbes sont belles et bien affectées. Le comportement

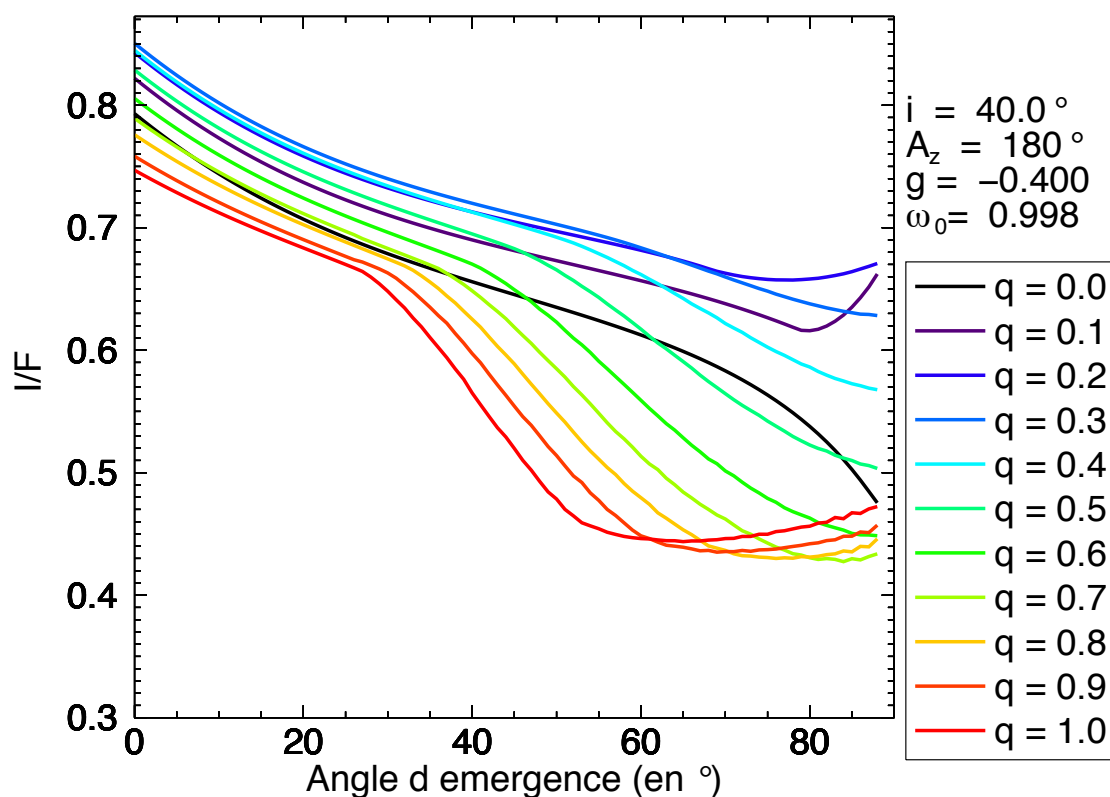


FIGURE 5.10 – Évolution du facteur de radiance $\langle \frac{I}{F} \rangle$ moyen du cratère en fonction de l'angle d'émergence pour différents rapports d'aspects du cratère q dans le cas où la diffusion macroscopique secondaire est prise en compte.

des courbes d'émission pour les rapports d'aspect supérieurs ou égaux à 0.3 sont semblables aux courbes du cas diffusion simple et ne sera par conséquent pas commenté.

Les courbes de phases pour des rapports d'aspect inférieurs à 0.3 quant à elles, montrent un comportement très différents. Pour des angles d'émergence supérieurs à 80° , le facteur de radiance moyen du cratère augmente. C'est en fait un effet indirect de l'anisotropie de diffusion du régolithe qui s'exprime à un niveau macroscopique. Pour une valeur donnée du paramètre d'asymétrie du régolithe g , il va y avoir un rapport d'aspect pour lequel, à fort angle d'émergence, lorsque l'angle azimutal est égal à 180° , l'observateur ne voit que la réflexion dans la direction privilégiée du régolithe des facettes illuminées vers les facettes observées. On pourrait faire l'analogie avec l'effet d'opposition mais au niveau macroscopique. L'observateur et les facettes illuminées faisant office de sources sont selon des directions très proches dans le référentiel local lié aux facettes observées.

Cet effet est illustré par la figure 5.11.

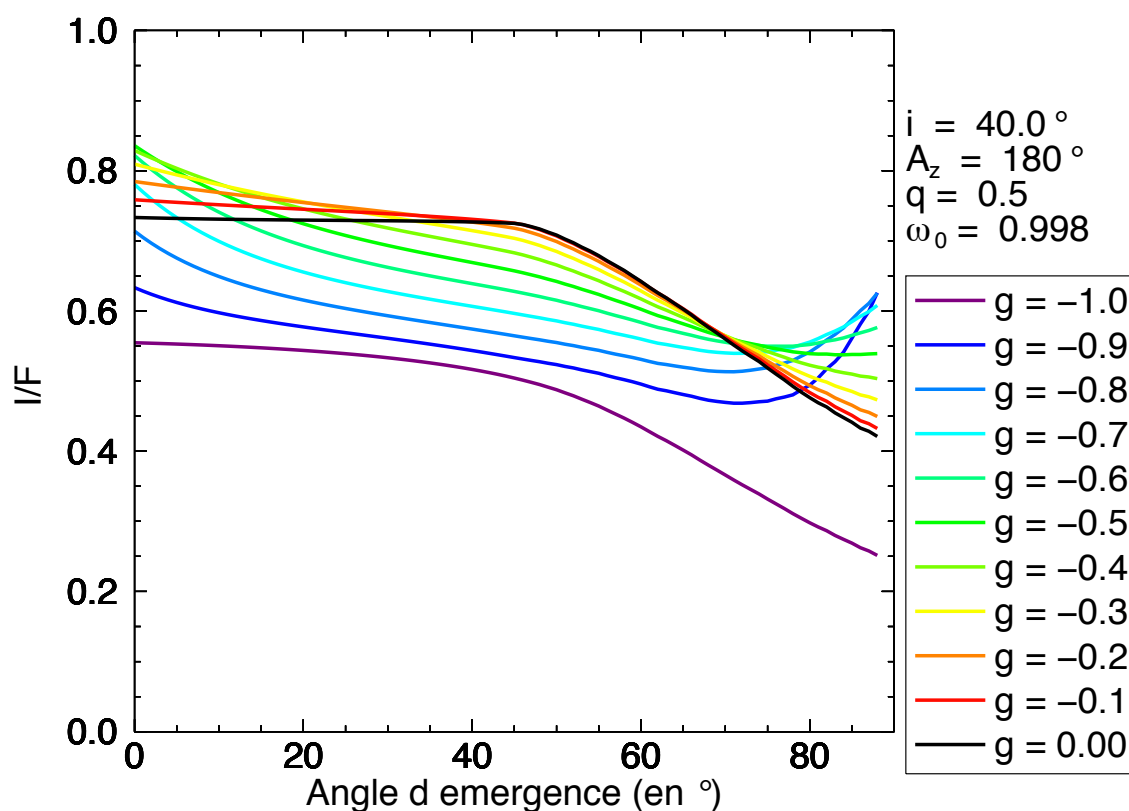


FIGURE 5.11 – Évolution du facteur de radiance $\langle \frac{I}{F} \rangle$ moyen du cratère en fonction de l'angle d'émergence pour différentes valeurs du paramètre d'asymétrie de diffusion simple g dans le cas où la diffusion macroscopique secondaire est prise en compte.

Sur cette figure, le rapport d'aspect a été fixé à 0.5. On observe que l'augmentation du facteur de radiance moyen du cratère à fort angle d'émergence n'est présente que pour des valeurs de paramètre d'asymétrie de diffusion du régolithe supérieures à -0.6 . Plus le cratère est profond, pour un même diamètre, plus le régolithe doit être rétro-diffusant pour éclairer les bords du cratère visibles à fort angle d'émergence. Le fait que pour un paramètre d'asymétrie de diffusion du régolithe égal à -1 on ne voit pas d'augmentation du facteur de radiance moyen du cratère est dû au fait que lorsque $g = -1$, la fonction de Henyey-Greenstein tend vers une fonction de Dirac. Ainsi une seule et unique direction peut montrer ce comportement. Celle-ci n'est pas observée dans les conditions géométriques utilisées pour faire ce graphique.

Enfin, la figure 5.12 montre que l'albédo de simple diffusion du régolithe provoque le même comportement sur la courbe de phase du cratère que dans le cas de la diffusion simple. L'albédo va seulement changer l'amplitude de la courbe de phase pour un rapport d'aspect du cratère donné. Néanmoins, comme précisé précédemment, à forts albédos de simple diffusion, de faibles variations de sa valeur change significativement le facteur de radiance moyen du cratère. Exemple: Pour un albédo de simple diffusion passant de 0.9 à 1.0, le facteur de radiance moyen

du cratère augmente de 50%. Pour un albédo de simple diffusion passant de 0.3 à 0.4, le facteur de radiance moyen du cratère n'augmente que de $\approx 1 - 2\%$.

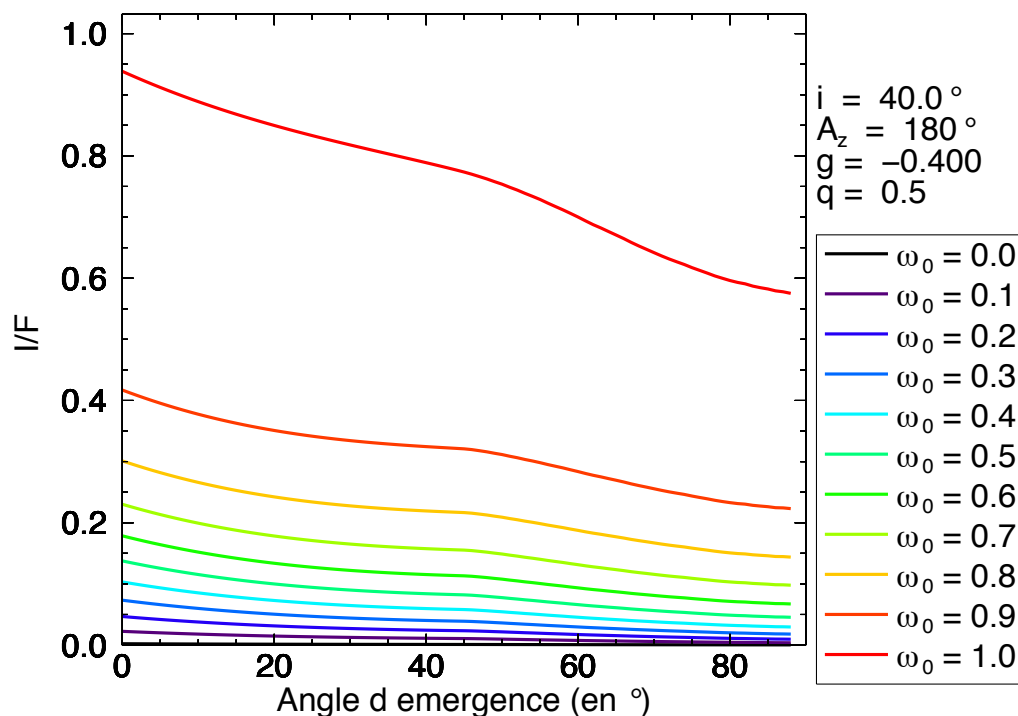


FIGURE 5.12 – Évolution du facteur de radiance $\langle \frac{I}{F} \rangle$ moyen du cratère en fonction de l'angle d'émergence pour différentes valeurs d'albédo de simple diffusion du régolithe ω_0 dans le cas où la diffusion macroscopique secondaire est prise en compte.

Bien que le modèle ait été modifié afin de reproduire un comportement photométrique plus réaliste, il reste encore délicat de différencier sans ambiguïté une zone plate de fort albédo d'une zone cratérisée de moindre albédo. La figure 5.10 met bien en évidence cette problématique. Par conséquent il a été nécessaire de rajouter une observable que nous allons décrire dans la prochaine section.

5.4 Écart-type du facteur de radiance du cratère comme nouvelle observable

Lorsqu'on regarde une surface cratérisée, le cerveau humain reconnaît la présence d'un cratère non pas en analysant la facteur de radiance moyen du cratère mais plutôt en interprétant le jeu d'ombre et de lumière présent lorsqu'une structure macroscopique change la géométrie locale de la surface.

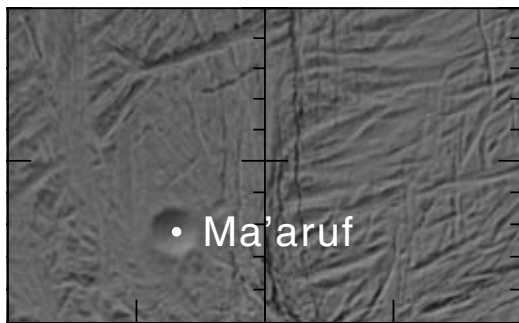


FIGURE 5.13 – Cratère Ma'aruf à la surface d'Encelade (Longitude: 333.5°, latitude : -37.2°, Diamètre: 6.8km). Carte construite à partir du [Roatsch et al. \(2008\)](#).

En effet, lorsque l'on regarde la figure 5.13 par exemple, on reconnaît que Ma'aruf est un cratère car le coté supérieur de cette structure est plus sombre que le reste et le coté inférieur à cette structure est plus brillante. Si l'on mesure le facteur de radiance moyen de cette structure, on ne trouve pas de différence majeure avec une zone plate proche. De plus, lorsqu'on regarde cette image, il est difficile de savoir si ce que l'on observe est un cratère ou bien un dôme. C'est en sachant que cette structure est éclairée par le haut que le cerveau est capable de choisir parmi l'une de ces possibilités.

C'est en me basant sur ces constatations que j'ai introduit une nouvelle observable sur la photométrie des cratères. Les jeux d'ombres et de lumières vont mathématiquement s'exprimer par le biais de l'écart-type du facteur de radiance sur le cratère. On notera cette observable $\sigma_{I/F}$. En effet, une zone plate recouverte d'un matériel homogène diffuse la lumière de la même manière en tout point de cette surface, ce qui se caractérise par un écart-type du rapport de radiance théoriquement nul. À l'inverse, l'existence d'une structure macroscopique sur cette surface donne un écart-type du facteur de radiance non-nul. C'est donc une observable supplémentaire, extrêmement robuste pour diagnostiquer la présence d'un cratère ou non.

De la même façon que dans la section 5.3, les figures 5.15, 5.16 et 5.14, montrent l'évolution de $\sigma_{I/F}$ en fonction de l'angle d'émergence pour différentes valeurs des paramètres du modèle, q , g et ω_0 . Seuls les cas de la diffusion macroscopique secondaire sont présentés (modèle de référence désormais).

La figure 5.14 trace l'évolution de l'écart-type du facteur de radiance sur le cratère en fonction de l'angle d'émergence pour différentes valeurs de rapport d'aspect à i , A_z , ω_0 et g fixés. On voit très bien que les amplitudes des courbes de phases pour l'écart-type du facteur de radiance d'un cratère sont nettement différentes de celles d'une zone plate. Ainsi, la combinaison de l'observation du décrochage du facteur de radiance moyen à l'angle limite e_{lim} et du comportement de l'écart-type du même facteur de radiance sur le cratère permet de lever de façon extrêmement robuste l'ambiguïté sur la profondeur du cratère observé.

L'influence des paramètres du régolithe sur l'écart-type du facteur de radiance du cratère est relativement proche de leur influence sur le facteur de radiance moyen du cratère, comme

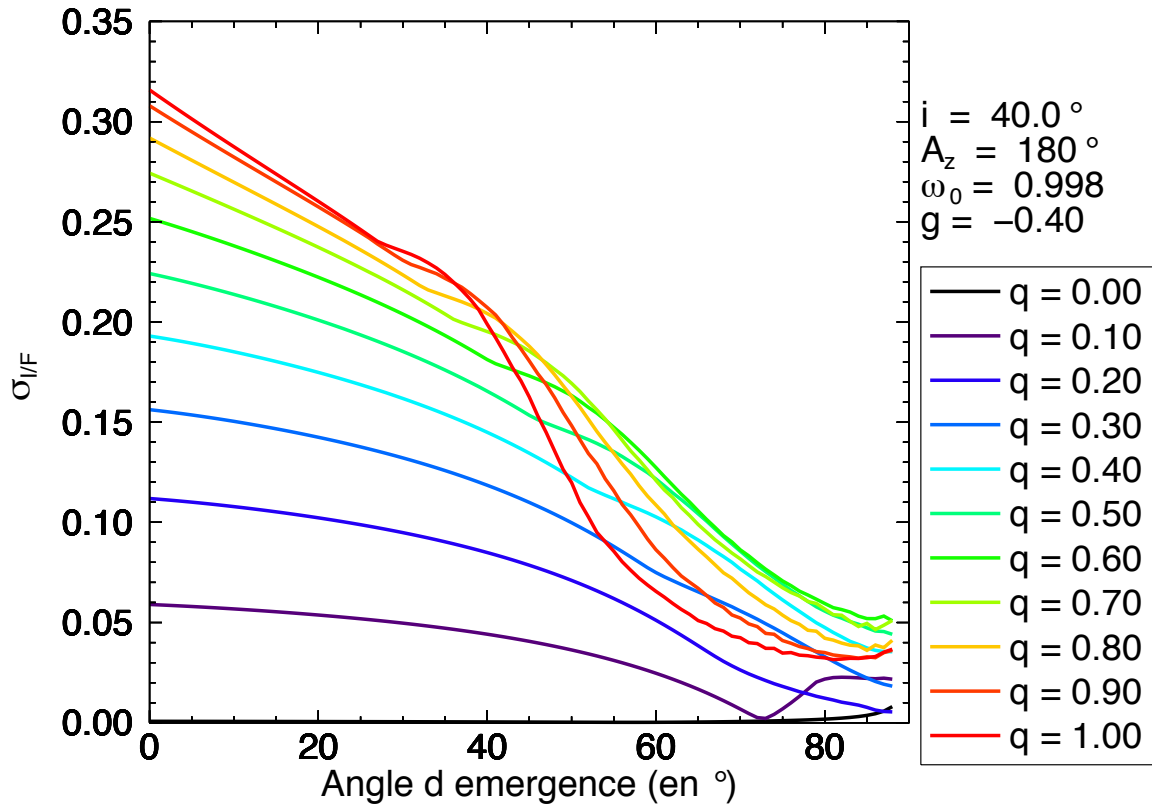


FIGURE 5.14 – Évolution de l'écart-type du facteur de radiance $\sigma_{I/F}$ en fonction de l'angle d'émergence pour différentes valeurs de rapport d'aspect du cratère q dans le cas où la diffusion macroscopique double est prise en compte.

le montrent les figures 5.15, 5.16.

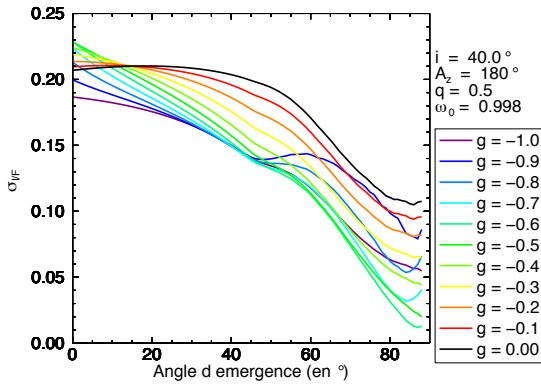


FIGURE 5.15 – Évolution de l'écart-type du facteur de radiance $\sigma_{I/F}$ en fonction de l'angle d'émergence pour différentes valeurs de paramètre d'asymétrie de diffusion du régolithe g dans le cas où la diffusion macroscopique secondaire est prise en compte.

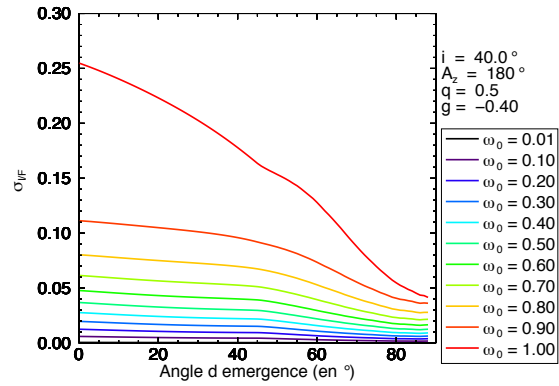


FIGURE 5.16 – Évolution de l'écart-type du facteur de radiance $\sigma_{I/F}$ en fonction de l'angle d'émergence pour différentes valeurs d'albédo de simple diffusion du régolithe ω_0 dans le cas où la diffusion macroscopique secondaire est prise en compte.

Au terme de ce chapitre, le modèle de cratère "rugueux" initialement développé par [Hameen-Anttila et al. \(1965\)](#) a été profondément modifié de façon à prendre en compte la diffusion macroscopique secondaire sans rajouter de termes supplémentaires tout en conservant son aspect analytique. L'exploitation que l'on peut faire de ce modèle à elle aussi été modifiée en introduisant l'écart-type du facteur de radiance du cratère, afin de lever la dégénérescence intrinsèque entre le rapport d'aspect du cratère et les paramètres du régolithe.

C'est ce modèle que nous utiliserons pour remonter aux profondeurs et caractéristiques du régolithe des cratères d'Encelade.

Troisième partie

Encelade

Comme nous l'avons vu en introduction, Encelade est un corps particulier dans le système de Saturne du fait de sa forte activité géologique actuelle. Le modèle communément admis pour expliquer ce phénomène unique dans le système solaire pour une lune de glace (Porco et al. (2006)), est l'existence d'un océan liquide autour de son coeur rocheux, qui couplée à la présence d'une hétérogénéité de viscosité au pôle sud, focalise les effets de marées, libérant l'énergie nécessaire aux éjections de matière visibles actuellement.

Ce modèle est basé sur des simulations numériques dont les paramètres modélisant les propriétés mécaniques du sol et proche sous-sol sont assez mal contraints. Or l'impact d'un astéroïde ou d'une comète sur les corps du système solaire déforme leur surface. Ainsi, l'étude de la forme des cratères et de l'évolution de cette forme en fonction du diamètre des cratères donne accès aux propriétés recherchées par la communauté. A l'heure actuelle, les valeurs des propriétés de déformations de la surface d'Encelade, que l'on appelle paramètres rhéologiques, restent inconnues.

Dans le cadre de notre problématique générale, visant à contraindre les modèles de formation du système de Saturne, la comparaison de la rhéologie des autres lunes du système de Saturne avec celle d'Encelade est primordiale. Par conséquent, la détermination de la forme des cratères d'Encelade dans le but d'évaluer les propriétés rhéologiques de ce corps afin de contraindre les modèles de formation est nécessaire. Nous avons vu dans le chapitre 5 que le comportement photométrique des cratères est contrôlé par son rapport d'aspect, l'albédo de simple diffusion et le paramètre d'anisotropie de diffusion du régolithe. Ainsi la comparaison entre notre modèle de cratère et les données nous permet de déterminer le rapport d'aspect des cratères et ainsi potentiellement de répondre à notre problématique.

Les deux chapitres suivants exposent la méthodologie de notre étude, la comparaison puis l'exploitation que nous en faisons. L'article est auto-consistant au contraire du chapitre 7 qui sert de complément et de précisions à l'article.

Chapitre 6

**Article soumis à Icarus: Détermination
des profondeurs des cratères
d'Encelade par un modèle
photométrique multi-échelles:
Implications sur les propriétés de
surfaces et la différenciation précoce
des lunes de glace**

The depth of Enceladus craters by photometric multi-scale model: implications for surface properties and the early differentiation of icy moons

K. Degiorgio^{a,*}, S. Rodriguez^a, A. Lucas^a, C. Ferrari^a, L. Schardong^{b,1}, F. Cloux^{a,1}, A. Brahic^a

^aLaboratoire AIM, UMR 7158 Université Paris Diderot Paris 7, CEA-Saclay, DSM/IRFU/SAP, Centre de l'Orme des Merisiers, bât. 709, 91191 Gif/Yvette Cedex France

^bUniversité de Toulouse; UPS-OMP; IRAP; Toulouse, France

^cCNRS; IRAP; 14, avenue Édouard Belin, F-31400 Toulouse, France

^dUMR5107 CNRS, Bordeaux 1, CEA; 43 rue Pierre Noailles, domaine du Haut Carr TALENCE, FRANCE.

Abstract

We conduct an extensive analysis of the Cassini/ISS observations of Enceladus old terrains with the help of a model that can simulate the photometric behavior of a cratered plain and its regolith. This model adapted from the crater roughness model of Hameen-Anttila et al. [1965], enhanced by a double macroscopic scattering calculation, allows the retrieval of the aspect ratio of a crater and the physical properties of its regolith within a robust and fast scheme of inversion of a set of images presenting a sufficient variety in viewing geometries, independently of their spatial resolution. Our study includes 75 craters equally distributed over Enceladus cratered regions. The regolith properties and the craters depth-to-diameter ratios that we derive do not show regional heterogeneity. By putting together all the measurement of the craters depth, a new constraint is given on the value for Enceladus transition diameter, found to be $18.4^{+7.9}_{-4.6}$ km and a transition depth of $1.8^{+0.7}_{-0.5}$ km. The effective viscosity and the effective cohesion of Enceladus crust material, deduced from the value of the transition diameter and the transition depth, are $1.2^{+0.5}_{-0.3} \times 10^8$ Pa.s and 37^{+14}_{-10} kPa respectively. All these values clearly indicate that at the time of craterization, Enceladus cratered terrains had ground properties similar to most of the icy moons of Jupiter, Saturn and Uranus. Given the variety of silicate mass fraction of these moons, this result suggests that most of these bodies were already partially differentiated, exhibiting an icy crust envelop at the early stage of craterization.

Key words: Enceladus, Craters, Photometry, Differentiation

1. Introduction

The mid-sized Saturn's icy moon Enceladus has been known since the Voyager flybys for the diversity of its surface geological units. Indeed, a marked dichotomy is seen between very old heavily cratered terrains and very young flat, rifted and almost uncratered regions, revealing an unexpected and recent geological activity Smith et al. [1982]. Since its orbit insertion around Saturn in July 2004, the Cassini spacecraft has encountered Enceladus nineteen times, providing a better surface coverage than the Voyager probes, with greater spatial resolution, in particular from the ISS (Imaging Science Subsystem) cameras. Repeated close flybys led to the discovery of extensive plumes outgassing at the south pole of Enceladus (Porco et al. [2006]), indicating that this

moon has currently a sustained geological activity and suggesting an internal reservoir of liquid water underneath the crust of the southern hemisphere.

Observational constraints, in particular the difference between the Saturn-facing radii a (256.6 ± 0.3) and the polar radii c (248.3 ± 0.2), suggest that Enceladus's interior is homogeneous (see Thomas [2010]). Nevertheless, Thomas [2010] states that the ongoing activity and the relaxation of short wavelength topography are very strong geological reasons to expect that internal heating has led to a differentiated interior. Furthermore, Schubert et al. [2007], based on Cassini's observations and numerical simulations, proposed that Enceladus is composed of a large rock-metal core about 150- to 170 km radius, surrounded by a liquid water shell and an icy crust of 80 to 100 km thick. Within the frame of Schubert's model, Tobie et al. [2008] and Běhouňková et al. [2012], showed numerically that two elements are

*degorgio.kevin@gmail.com

needed so as to explain the activity at the south pole: A global or at least hemispherical liquid water shell around the rock-metal core combine with the existence of a viscous heterogeneity underneath the south pole crust.

However, the degree of differentiation and the timescale needed for an icy moon to be fully or partly differentiated strongly depend on the composition of the material that built the moon (ammonia content, concentration of Short or Long-Lived Radiogenic Isotopes (SLRI or LLRI)) as well as its thermal and mechanical properties (and therefore the response to tides). All these parameters are intrinsically linked and are poorly constrained (Matson et al. [2009]), which makes the differentiation scenario for icy moons still uncertain. Classical models of differentiation by internal heating, usually predict a 0.3 to 1 billion year period after Calcium-Aluminium-Inclusion (CAI) accretion to achieve full differentiation by internal heating (Matson et al. [2009]). Recently, Charnoz et al. [2011] proposed a new model for the formation of mid-sized icy moons. Assuming that these moons are formed from a pre-differentiated ring, they conclude from their numerical simulations, that icy moons may be totally or partially differentiated since their formation, with at least an icy envelop covering a rocky embryo. A better knowledge on rheological properties of icy moons can help inferring the more suitable scenario.

A powerful way to investigate surface and underground properties of planetary bodies is provided by the study of impact craters. In particular the study of the shape of craters, e.g. the morphology or the depth/diameter aspect ratio, can provide valuable information about the physical properties of the soil, such as its viscosity (Fink et al. [1984], Baratoux et al. [2002]) or its stratification (Quaide and Oberbeck [1968] Stickle and Schultz [2011]). On icy bodies, the determination of the aspect ratio of craters and the characterization of their precise morphology have helped inferring the thickness of the icy crust of Europa (Schenk [2002]; Turtle and Pierazzo [2001]; Turtle and Ivanov [2002]). Similar studies for Enceladus have been done using Voyager images (Chapman and McKinnon [1986]; Schenk [1989]), but none of them were able to provide a value for ground rheological parameters because of the lack of a sufficiently precise estimate of the aspect ratio of the craters.

The key problem is to accurately measure crater's depths and diameters. Thanks to the extensive imaging dataset now available for most of the solar system bodies, craters diameters are usually well known and documented, for example by the USGS (United States

Geological Survey). On the contrary, their depth is more difficult to derive when direct altimetry observations are not available. A few studies have been conducted so far with the aim to constrain craters morphometry on comets and most of Saturn, Uranus and Jupiter mid-sized icy moons, by using photometry (Buratti and Veverka [1985]; Buratti et al. [2004]; Simonelli et al. [2004]; Buratti et al. [2006], photoclinometry Passey [1983]; Schenk [1989]) or photogrammetry (Schenk [2002]; Giese et al. [2008]; Phillips et al. [2010]; Bland et al. [2012]). Photogrammetry is the most powerful and accurate method, but needs as optimal inputs at least two images over the same area with viewing geometries of at least 10-15 degrees so as to obtain enough parallax to derive topography. Those conditions are rarely met for images recorded during flybys at the contrary of an orbiter configuration, making the topography reconstruction from the Cassini images only occasionally optimal for Enceladus. Besides photogrammetry is very sensitive to the spatial resolution and the accuracy of the navigation of the image pairs and requires manual editing which is a time demanding process. On its side, the photoclinometry method only requires one image, but is highly sensitive to the spatial resolution and is limited by the need of assumptions on the albedo and on the phase function of the surface.

On their side, Hameen-Anttila et al. [1965], followed by Veverka and Wasserman [1972] and Buratti and Veverka [1985], have developed an analytical crater roughness model specially dedicated to the retrieval of planetary craters morphology. This model aims at predicting the average photometric behavior of a bowl-shaped crater covered with regolith. The model has to be fed with a large set of images spanning a wide range of illumination and viewing geometries in order to optimize the inversion, conditions often met within the Cassini ISS dataset. Though the simple bowl-shaped morphology used in the model does not allow accurately extraction of the 3D topography of a crater (only provides the best paraboloidal shape, giving access to the rim-to-floor height), the use of analytical equations to couple the photometry at regolith and crater scales assures the celerity of the calculations. Moreover the crater roughness model is in theory independent of the spatial resolution and allows to simultaneously invert the crater average morphology and the photometric properties of the regolith that covers it. This model has been already used to estimate the average crater depth of cratered terrains on comet 19P/Borelly Buratti et al. [2004], Phoebe Simonelli et al. [2004] and to estimate the macroscopic roughness of Mars and Titans surface Veverka and Wasserman

[1972]; Buratti et al. [2006].

This paper presents the determination of the depth of 75 Enceladus craters, as well as the inversion of the craters regolith single scattering albedo and asymmetry factor, from Cassini ISS images by the use of an updated version of crater roughness model. The calibration, navigation and reduction processes that is applied to the sample of imagery data that has been selected for this study is presented in section 2. In section 3 the developments needed to adapt the original crater roughness model to the particular case of the very bright surface such as Enceladus are detailed. The same section also describes the inversion strategy and the discussion of the validation of our new model with a few local Digital Elevation Models (DEM) extracted from photogrammetric calculations. The depth of Enceladus craters thus derived with our model is compared with previous estimates for Enceladus and other icy moons (section 4). Finally, section 5 discusses the possible implications of our results for constraining the ground properties, formation and geological history of Enceladus, but also more generally of other icy moons.

2. Data set description and reduction

In this study, images of the Imaging Science Subsystem (ISS) instrument onboard Cassini were used. ISS is composed of two CCD cameras with 1024x1024 pixels: the Wide Angle Camera (WAC) and the Narrow Angle Camera (NAC). Among the extensive ISS dataset, 60 ISS/NAC images of Enceladus have been selected, spanning a time period between 2005 and 2010 (from Enceladus flybys E03 to E09). All these images were taken in the CLR+GRN filter combination (CLR standing for clear filter and the GRN for the broad-band filter being centered at 568 nm). Each image is calibrated into the radiance factor I/F (I being the observed radiance and πF the incident solar flux) using the CISSCAL 3.6 calibration pipeline. Planetocentric longitudes and latitudes as well as geometric information, such as incidence, emission and phase angles, are calculated for each pixel of the images, using SPICE kernels and libraries provided by the NAIF (Navigation and Ancillary Information Facility). The USGS provides the planetocentric latitudes and longitudes of the center and the diameter of 53 referenced craters on Enceladus¹. Another 27 craters not referenced by the USGS were added so

as to increase the spatial coverage of craters over Enceladus globe and to improve the range of craters diameter of our samples (see figure 1). From the knowledge of the center coordinates and diameter of the craters, the accurate positions of their projected rims were calculated by taking into account the spherical curvature of Enceladus surface (see SOM).

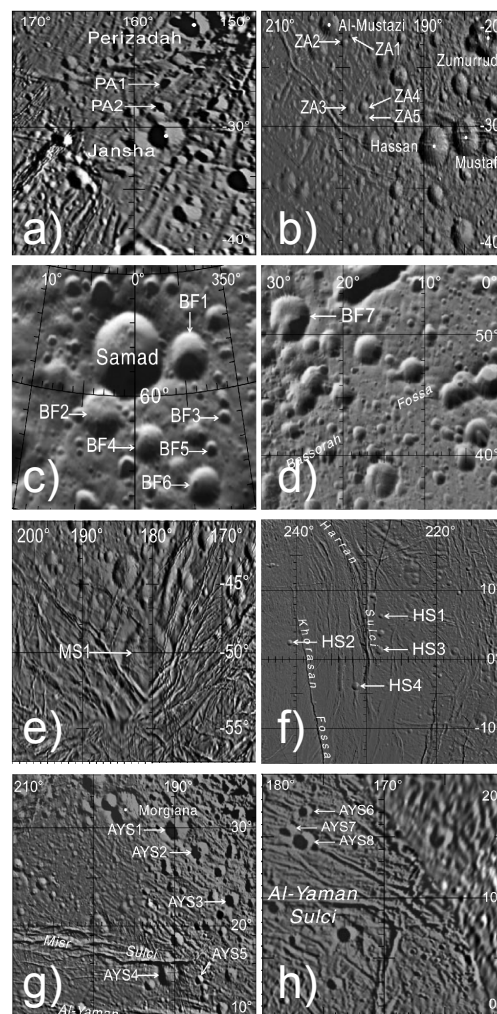


Figure 1: Map of the eight areas with new craters added for our study. All images are oriented such that the North Pole is on the upper side and West on the left side. Est to West convention is used for indicated values of longitude. Positive values of latitude are for Equator to North Pole direction whereas negative values are for Equator to South Pole direction. We named all the new craters with acronym related to close macroscopic structure already documented: a) Perizadah area (PA), b) Zummurud Area (ZA), c) and d) Bassorah Fossa (BF), e) Markan Sulci (MS), f) Harran Sulci (HS), g) and h) Al-Yaman Sulci (AYS). Numbers identified the different craters in each zone. Distance scales of each image are given by these rim to rim diameter: a) Jansha 9.8km b) Hassan 14.5km c) Samad 16.3km d) BF7 12km e) MS1 20km f) HS3 4km g) Morgiana 14.3km h) AYS8 8km

¹(<http://planetarynames.wr.usgs.gov/Page/ENCELADUS/target>)

If a crater is entirely present and resolved in our selected ISS images, the radiance factor, incidence, emergence and phase angles are extracted and averaged within the crater limits. The complete photometric curve for a given crater is iteratively built by looking over all the 60 images of the dataset. At the end of the process, photometric curves are extracted for 75 craters among the total 80 craters of our sample (five craters: Al-Fakik, Ayyub, Fitnah, Gharib, Marjanah, are difficult to be clearly identified on the images and are excluded from our sample). A conservative uncertainty on the crater-averaged I/F (denoted $\langle I/F \rangle$) is set at $\Delta I/F = \langle I/F \rangle \times 0.1 / \sqrt{N_{\text{pixels}}}$, which corresponds to 10% uncertainty on the absolute value of the radiance factor for each individual pixel inside the crater (West et al. [2010]).

The name, date and the spatial resolution of the 60 images of Enceladus used for this study and the procedure aiming at precisely navigate the craters (center and rims) are detailed in the Supplementary Material.

Figure 2 shows the ratios between the crater-averaged radiance factor (and its standard deviation $\sigma_{I/F}$) for the crater Khusrau (Central Longitude: 185.5°W, Central Latitude: 3.8°S) and the averaged radiance factor (and its standard deviation $\sigma_{I/F}$) over a flat area nearby Khusrau of approximately the same size. An area will be considered to be flat when it does not exhibit resolved macroscopic topography structures such as craters, fractures or ridges.

This figure shows that the contrast between a flat area and a crater is greater in terms of standard deviation of the radiance factor than of the crater-averaged radiance factor, except for very high emission angles ($> 60^\circ$). The presence and properties of a crater within an area can therefore be detected and constrained not only from its $\langle I/F \rangle$ value, but also (and most of the time with a greater efficiency) from its $\sigma_{I/F}$. Thus, for each crater of our sample, the standard deviation of the radiance factor over the crater limits is also calculated, so that at the end of the data reduction processes, two sets of photometric curves per crater are obtained, one for the $\langle I/F \rangle$ and one for the $\sigma_{I/F}$. By using the fact that the $\sigma_{I/F}$ observed on a flat area is not exactly zero (due to unresolved surface roughness at scales below the spatial resolution), the relative uncertainty on the $\sigma_{I/F}$ over a crater has been fixed at 10%.

3. Description of the model

The average scattering behavior of a crater results from its radiative properties at multiple scales. Indeed, the mean of the radiance factor $\langle I/F \rangle$ (as well as $\sigma_{I/F}$) of a crater varies with illumination and observing angles, i.e. the incidence angle i , emission angle e , and phase angle α , mostly due to the shadow lengths and their visibility due to the crater morphology (see figure 3), but also with the regolith scattering properties, where inter-grains shadowing or multiple scattering can play important roles, in particular in the case of very bright icy regolith. Any model dedicated to the modeling of the photometry of Enceladus cratered surface should include these effects.

3.1. Modeling the photometric behavior of a crater

The Crater Roughness Model (CRM) describes a crater as a macroscopic paraboloid hole with a circular opening blanketed by the small particles of the regolith (see Buratti and Veverka [1985] and Buratti et al. [2004], Buratti et al. [2006] for a full description of the analytical formulation of the model). It was first built by Hameen-Anttila et al. [1965] to study the effect on the apparent surface brightness of shadows casted on lunar-like surfaces. Several studies used this model to evaluate the macroscopic surface roughness of different Solar System bodies using diverse scattering laws for the regolith (Veverka and Wasserman [1972] on Mars; Buratti et al. [2004], Buratti et al. [2006] respectively on comet 19P/Borelly and Titan).

In this model, the shape (entirely described by the aspect ratio of the crater $q = d/D$ where d is the depth and D the diameter) is the main factor controlling the crater photometric behavior. The same formalism than Hameen-Anttila et al. [1965] and Buratti and Veverka [1985] for the crater morphology definition is used. Nevertheless, the grains constituting the regolith can also alter the average photometric behavior of the crater, particularly for very bright planetary surfaces (i.e. for surface composed of regolith with very high single scattering albedo as on Enceladus, see Verbiscer and Veverka [1994]). Following the Hapke [2002] formalism, calculation of the complete regolith phase function includes (1) the isotropic multiple scattering $M(i, e, \alpha)$, (2) the mutual shadow hiding opposition effect between grains $B(\alpha)$ (SHOE), and (3) the average single-scattering law of the regolith $P(\alpha)$. The grain anisotropic single scattering behavior is described by a Henyey-Greenstein simple-lobe phase function, which is exclusively controlled by the asymmetry factor g . The

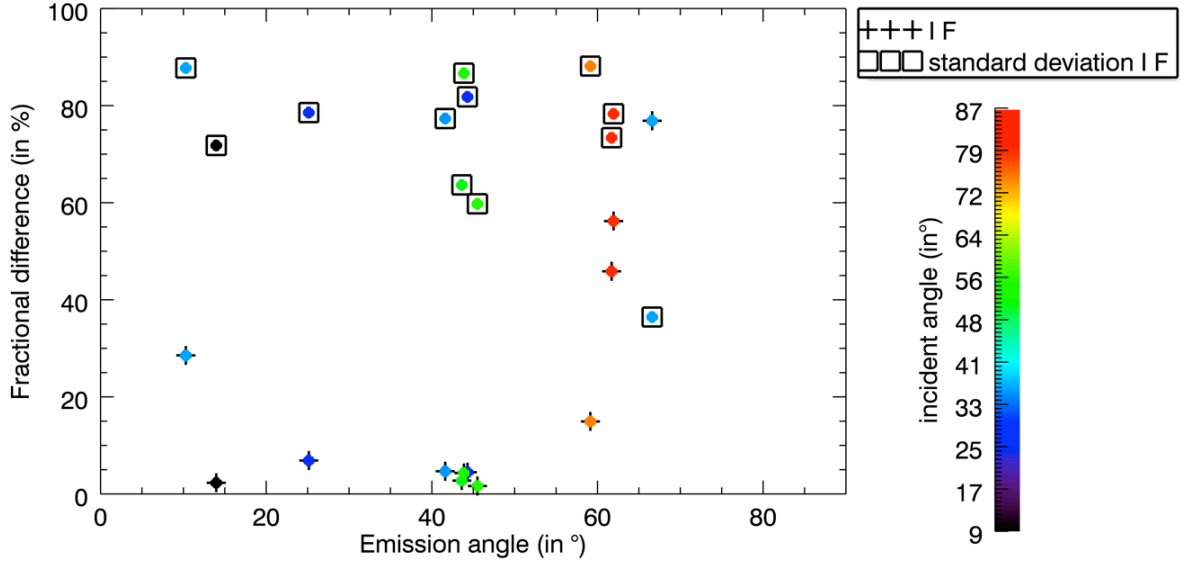


Figure 2: Contrasts in $\langle I/F \rangle$ and $\sigma_{I/F}$ between the crater Kushrau and a flat area near Kushrau as a function of incidence and emission angles. Color code stands for the incident angle. The fractional difference is defined as $((\text{obs}_{\text{crater}} - \text{obs}_{\text{flat}}) / \text{obs}_{\text{crater}}) \times 100$ where the observable are the radiance factor I/F (crosses) and standard deviation of the radiance factor $\sigma_{I/F}$ (squares). 0% means no differences between the flat and cratered area.

coherent backscatter opposition effect (CBOE) has been neglected since our craters images sample never explore phase angles lower than 14° .

In our model, the simulated crater is divided in 50×50 square facets (best trade-off between computation stability and celerity). The $\langle I/F \rangle$ and $\sigma_{I/F}$ of the whole crater, are both calculated from the individual I/F over each facets of the crater, given by:

$$\frac{I}{F}(i^*, e^*, \alpha^*) = \frac{\omega_0}{4} \times \frac{\mu_0}{\mu + \mu_0} \times \left[B(\alpha^*) \times P(\alpha^*) + M(i^*, e^*, \alpha^*) \right] \quad (1)$$

where $\mu_0 = \cos(i^*)$, $\mu = \cos(e^*)$ with i^* , e^* and α^* and ω_0 is the mean single scattering albedo of regolith grains.

3.2. The crater roughness model for very bright surfaces: the modified CRM

Enceladus regolith has in average a very high single scattering albedo (the highest of the Solar System), 0.998 ± 0.001 as reported by Verbiscer and Veverka [1994]. In such a case, the multiple scattering within the regolith is not sufficient to account for the scattering efficiency and therefore the observed brightness of Enceladus craters. Buratti and Veverka [1985] already suspected that macroscopic multiple scattering between

facets of the topography should start having an important effect on the photometric behavior of a surface with regolith's single scattering albedo greater than ≈ 0.6 . Thus a second order of macroscopic scattering between the facets of our simulated crater has been tested and incorporated. The I/F over each facet of the crater is analytically computed by adding to the direct scattering, the indirect contributions scattered from all the illuminated facets (See Figure 3). For each facet viewed by the observer, the I/F is then defined as the contribution of :

- Direct scattering from the sun light to the observer toward facet $[x, y]$, characterized by angles (i, e, α)
- Direct scattering from the sun light to the facet $[x, y]$ toward facet $[j, k]$, characterized by angles (i', e', α')
- Scattering of this light to the observer toward facet $[x, y]$, characterized by angle (i'', e, α'')

The origin of the reference frame is placed at the craters center at ground level. The z-axis is normal to the ground whereas the x-axis is defined as the projection of the observer direction on the ground. The y-axis is defined as the cross product $\vec{e}_z \times \vec{e}_x$. Therefore, the ra-

diance factor on facet $[x,y]$ is equal to :

$$\frac{I}{F_{[x,y]}} = \frac{I}{F_{[x,y]}}(i, e, \alpha) + \sum_j \sum_k \frac{I}{F_{[x,y]}}(i'', e, \alpha'') \times \frac{I}{F_{[j,k]}}(i', e', \alpha') \quad (2)$$

All the I/F values over each viewed facets of the crater are used to calculate the $\langle I/F \rangle$ and $\sigma_{I/F}$. To calculate all needed angles, the surface is parameterized by the paraboloid equation:

$$z = \frac{h}{R^2}(x^2 + y^2) - h \quad (3)$$

This allows to define, four vectors:

- Vector normal to the facet (x,y) :

$$\vec{N}_{x,y} = \left(-\frac{\partial z}{\partial x}; -\frac{\partial z}{\partial y}; \frac{\partial z}{\partial z} \right) = \left(-\frac{2hx}{R^2}; -\frac{2hy}{R^2}; 1 \right) \quad (4)$$

- Probe vector from facet (x,y) :

$$\vec{P}_{x,y} = (x_{obs} - x; y_{obs} - y; z_{obs} - z) \quad (5)$$

- Sun vector from facet (x,y) :

$$\vec{S}_{x,y} = (x_{source} - x; y_{source} - y; z_{source} - z) \quad (6)$$

- Vector from facet (j,k) to facet (x,y) :

$$\vec{W}_{j,k \rightarrow x,y} = (x - j; y - k; z_{x,y} - z_{j,k}) \quad (7)$$

Then all angle calculations are given by:

$$e = \arccos \left(\frac{\vec{P}_{x,y} \cdot \vec{N}_{x,y}}{\|\vec{P}_{x,y}\| \times \|\vec{N}_{x,y}\|} \right) \quad (8)$$

$$i = \arccos \left(\frac{\vec{S}_{x,y} \cdot \vec{N}_{x,y}}{\|\vec{S}_{x,y}\| \times \|\vec{N}_{x,y}\|} \right) \quad (9)$$

$$\alpha = \arccos \left(\frac{\vec{P}_{x,y} \cdot \vec{S}_{x,y}}{\|\vec{P}_{x,y}\| \times \|\vec{S}_{x,y}\|} \right) \quad (10)$$

$$e' = \arccos \left(\frac{\vec{N}_{j,k} \cdot \vec{W}_{j,k \rightarrow x,y}}{\|\vec{N}_{j,k}\| \times \|\vec{W}_{j,k \rightarrow x,y}\|} \right) \quad (11)$$

$$i' = \arccos \left(\frac{\vec{S}_{j,k} \cdot \vec{N}_{j,k}}{\|\vec{S}_{j,k}\| \times \|\vec{N}_{j,k}\|} \right) \quad (12)$$

$$\alpha' = \arccos \left(\frac{\vec{S}_{j,k} \cdot \vec{W}_{j,k \rightarrow x,y}}{\|\vec{S}_{j,k}\| \times \|\vec{W}_{j,k \rightarrow x,y}\|} \right) \quad (13)$$

and

$$i'' = \arccos \left(-\frac{\vec{N}_{x,y} \cdot \vec{W}_{j,k \rightarrow x,y}}{\|\vec{N}_{x,y}\| \times \|\vec{W}_{j,k \rightarrow x,y}\|} \right) \quad (14)$$

$$\alpha'' = \arccos \left(-\frac{\vec{P}_{x,y} \cdot \vec{W}_{j,k \rightarrow x,y}}{\|\vec{P}_{x,y}\| \times \|\vec{W}_{j,k \rightarrow x,y}\|} \right) \quad (15)$$

Note that the macroscopic second scattering does not add any free parameter.

To summarize, the physical parameters of our model are the single scattering albedo ω_0 , the asymmetry factor g of the Henyey-Greenstein scattering function, the amplitude of the opposition surge at zero phase angle B_0 , the compaction parameter h for the regolith (Hapke [2002]), and the 'q' ratio that relates the craters depth to its diameter. In order to minimize the number of free parameters, h and B_0 are assumed to be known, i.e. $h = 0.014$ and $B_0 = 0.21$ (Verbiscer and Veverka [1994]). As for the CBOE, which is neglected here, fixing those parameters is not critical for our study, regarding the relatively high phase angle of our sample (14° at least). Nevertheless so as to be able to include future images in a similar study or to use this method on other body, CBOE and SHOE can potentially be calculated. Given the mean local viewing and illumination geometry of the whole crater (emission (e), incident (i) and phase (α) angles) and parameters q , ω_0 and g , the model is therefore able to predict the average $\langle I/F \rangle$ value over an entire crater as well as its standard deviation $\sigma_{I/F}$.

3.3. Inversion scheme and validation of the modified CRM model

3.3.1. Strategy for the inversion

In order to retrieve the depth of the 75 craters, as well as the single scattering albedo and asymmetry factor of the regolith that recovers them, a goodness test consisting in an exhaustive χ^2 minimization between the observed photometric curves and the CRM ones (see 3.2) is used. The goodness function is defined as follows:

$$\chi^2 = \sqrt{(\chi_{I/F}^2)^2 + (\chi_{\sigma_{I/F}}^2)^2} \quad (16)$$

$$\chi^2 = \sqrt{\left(\sum_{i=0}^{i=N} \frac{(I/F_{obs} - I/F_{mod})^2}{\Delta_{I/F_{obs}}^2} \right)^2 + \left(\sum_{i=0}^{i=N} \frac{(\sigma_{I/F_{obs}} - \sigma_{I/F_{mod}})^2}{\Delta_{\sigma_{I/F_{obs}}}^2} \right)^2} \quad (17)$$

, N being the number of data points, corresponding to the number of images where the crater is seen, $\Delta I/F_{obs}$

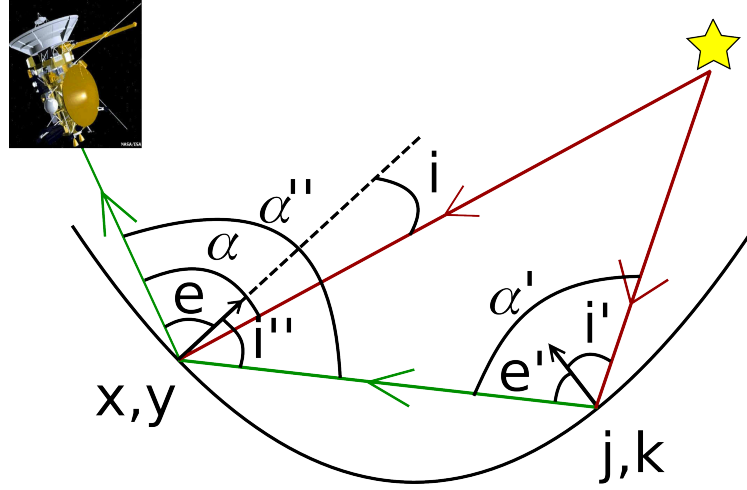


Figure 3: Schematic of simple and double scattering contributions of a given inside facet (x, y) of the paraboloid towards an external observer (here Cassini). All the relevant angles are indicated.

and $\Delta\sigma_{I/F_{obs}}$ the uncertainties on the observed I/F and $\sigma_{I/F}$. Once the minimum χ^2 has been determined for each crater, uncertainties of the 3 model parameters q , g , ω_0 , corresponding to the 1σ , 2σ , 3σ threshold ($\chi^2_{min} + 1, 4, 9$) on the marginal probability (integration along the other two parameters), are evaluated. Results are provided in Appendices 1 Table 1.

Because values of craters depth on Enceladus are not provided in the literature, direct comparison is not possible. Therefore, in order to test the robustness of our results, comparisons with Digital Elevation Models (DEMs) using photogrammetric calculation on sixteen craters has been done (including simple and complex craters).

3.3.2. Topographic extraction using photogrammetry

Two stereo pairs of ISS images have been used: $\{N1500056914 \text{ and } N1500059118\}$ and $\{N1584039961 \text{ and } N1597180194\}$. Validation of the topographic grid is achieved following few inspections based on:

- Visual inspection: From photo-interpretation and anaglyph generated from the stereo pair, a qualitative visual inspection can be addressed in order to identify obvious areas of errors (e.g. positive relief of small craters)
- Correlation map: Correlation is carried out by spanning small windows all over the images in order to attempt to find a match for every pixel in the left image. A cost function is then applied to determine the best match possible. Failed matches are rejected and thence not taken into account. Bad

correlation is the result of many causes such as featureless area, large disparity, noise, large difference in illumination etc. A bad correlation leads to an erroneous result. In addition, isolated areas with good correlation have been removed as well in order to avoid any misestimating of the heights in such locations.

- The disparity map is also inspected in order to detect defects or wrong matching while the correlation map indicates good results.

These inspections lead to remove erroneous results from our calculations. Resulting images and depth profiles are shown in Supplementary Online Material see Figure S2 and S3.

Theoretically, the absolute expected vertical precision (EVP) can be estimated from the classical photogrammetry, which reads:

$$EVP = \rho \frac{GSD}{(b/h)} \quad (18)$$

where ρ is the accuracy with which a feature can be matched (i.e, the typical value is $\rho \approx 0.3$), GSD is the ground sampling distance (i.e. ≈ 230 m) and b/h describes the convergence geometry of the stereo pair (i.e. $b/h \in [0.05, 0.17]$). For our region of interest, an EVP of $\in [400, 1400]$ meters is obtained. This value is an ultimate vertical precision one can expect from these stereo pairs. Due to a small parallax, the EVP is large in some areas. The actual vertical precision estimation depends also on the pointing accuracy of the spacecraft. This is why, previously to the stereo extraction, a bundle

adjustment has been performed, in order to optimized the stereo geometry. Because depth measurements are from rim to floor, only the relative error is meaningful. It is evaluated between 100 to 200 m on this region by taking the standard deviation of all measurements for each depth.

Finally, the depth/diameter (d/D) ratio for each crater has been computed from 5 to 30 points around the rim (depending of the size of the crater). The selection of the points is done from the ortho-rectified images. Elevations are relative to the IAU Enceladus ellipsoid defined with semi-major and semi-minor axes of 256.6 km and 248.3 km respectively (Thomas [2010]).

3.3.3. Comparison Crater Roughness Model/Photogrammetry

Table 1 shows comparison between depth and aspect ratio determined by our modified CRM (see 3.2) and topographic reconstruction by photogrammetry (see 3.3.2).

The CRM works almost perfectly for simple craters, the only disagreements between the two methods being for crater BF4, mainly due to the fact that data of BF4 craters only include emission angle greater than approximately 40° for incidence angles within $\in [65^\circ, 75^\circ]$ whereas other craters within this sample include emission angle as small as 20° for the same incidence angles, which helps the model to fit. Furthermore, even for complex craters such as Julnar, Musa or Zumurrud, our depth determinations are fairly close to the photogrammetric ones. This is probably due to the fact that the central peaks of those craters does not change significantly the average radiance factor nor the standard deviation of the whole crater.

The very few cases where the crater roughness model does not give satisfactory results are for the most deformed crater morphology. Indeed, it is clearly seen that CRM method is not suitable for the two complex craters Ali-Baba and Aladdin, biggest craters on Enceladus, highly deformed by post-impact relaxation. This is not surprising regarding the hypothesis of the CRM on the crater shape. In such deformed craters (bump higher than ridges and accounting for at least one third of crater's area), our model fail in reproducing the average radiance factor. Indeed, shadows added by central bump are accounted to be due to the depth of the craters instead of to the bump. This is why CRM model overestimates the depth of those two craters. For this reason, in the rest of our study, depth values for Ali-Baba and Aladdin will exceptionally be the one that are found with the photogrammetric method. Further study will be done so as to integrate in this model a Gaussian

bump within the crater to model a central bump. This adds a new free parameter (amplitude of the Gaussian bump) if its radial extension can be measured.

Finally, from this table, it is seen that 2σ errors are needed to be taking into account so as to give nearly 80% consistency between photogrammetry and the CRM method measurements. Our depth determination within these error bars are therefore robust and will be consider as suitable for the rest of our study.

4. Results: regolith properties and the depth vs. diameter diagram for Enceladus

The q , g , ω_0 values along with their associated uncertainties are retrieved for the 75 craters of our sample, 73 with the CRM method and 2 with the photogrammetry (parameter values and figures showing the mapping on Enceladus globe are gathered in (Appendix 1 Table A1) and in the Supplementary Material (Figure S4) respectively). All the craters of our sample are located at latitudes higher than -45° and are homogeneously distributed in longitude, sampling the majority of Enceladus old terrains. There is no clear evidence of regional variation for the regolith photometric parameters ω_0 or g within our craters sample considering the errors on these parameters. By averaging the 75 values found across Enceladus globe, we found $\langle g \rangle = -0.45 \pm 0.22$ and $\langle \omega_0 \rangle = 0.966 \pm 0.011$ where uncertainties reflect the statistic dispersion of those parameters along Enceladus (An error propagation calculation from the 75 individual values of g and ω_0 gives $\langle g \rangle = -0.45^{+0.06}_{-0.37}$ and $\langle \omega_0 \rangle = 0.966^{+0.001}_{-0.004}$, reflecting the good precision of the CRM). Our values are compatible with those derived from previous disk integrated photometric studies of Enceladus surface ($g = -0.399 \pm 0.005$ and $\omega_0 = 0.998 \pm 0.001$ from Verbiscer and Veverka [1994]) and reflect the global homogeneity of the regolith properties over the entire Enceladus surface. Nevertheless, the single scattering albedo tends to be smaller than what was found by Verbiscer and Veverka [1994]. This may indicate that the regolith covering those craters is less pure (?) and therefore older than the regolith on Enceladus flat terrains.

Along with the determination of local regolith properties, the main contribution of our work is the direct and accurate estimate of the depth of Enceladus craters from the modeling of the aspect ratio q . Verbiscer and Veverka [1994] derived the value of the macroscopic roughness parameter $\theta = 6 \pm 1^\circ$ Hapke [1984], which empirically includes the global roughness of a surface at all

Crater	Stereometric Depth $\pm 100m$	d -3 σ	d -2 σ	d - σ	Depth d	d + σ	d +2 σ	d +3 σ	Agreement
BF1	1200	565	741	1491	1840	1841	1846	1853	at 2 σ
BF2	850	311	418	518	640	672	755	880	at 2 σ
BF4	891	256	345	437	520	578	652	786	No
BF6	890	199	260	327	420	516	726	984	at 3 σ
BF7	1270	361	474	593	720	854	1011	1200	at 3 σ
Julnar	1580	936	1134	1357	1710	1905	2170	2481	at 1 σ
Samad	1240	787	977	1210	1793	1860	2949	3764	at 2 σ
Aladdin	980	1748	2103	2440	2620	2950	3677	4814	No
Ali Baba	920	2160	2570	2940	3140	3360	3935	4725	No
Musa	1300	723	928	1147	1250	1552	2180	4654	at 1 σ
Behram	1797	925	1192	1445	1849	2050	2402	2807	at 1 σ
Zummurud	1413	970	1210	1456	1680	1980	2298	2620	at 1 σ
Hassan	1693	789	987	1170	1232	1355	1652	1925	at 2 σ
Mustafa	1000	615	763	852	882	1288	1441	1673	at 1 σ
Rayya	660	138	205	264	360	488	665	860	at 2 σ
Al-Kuz	683	161	336	495	651	834	951	1120	at 1 σ
								Consistency Rate at 1 σ	50%
								Consistency Rate at 2 σ	79%
								Consistency Rate at 3 σ	93%

Table 1: Comparison between crater depth found by the crater roughness model and by photogrammetry. All values are in meter. The average error on depth found by photogrammetry is $\pm 100m$. We add errors at $\pm 1\sigma$, $\pm 2\sigma$, and $\pm 3\sigma$ for our depth determination as well as the error needed to have consistency between the two methods. Values of consistency are calculated removing Ali-Baba and Aladdin results following the discussion of section 3. Bold name indicate complex craters.

scales. Using our average value of $\langle q \rangle = 0.055 \pm 0.032$ ($\langle q \rangle = 0.055^{+0.014}_{-0.007}$ using calculation of error propagation) and scaling it to the entire globe by considering that cratered terrains only count for 25% of Enceladus surface Kargel and Pozio [1996], we obtain $\langle \theta \rangle = 1.6 \pm 0.1^\circ$ (with $\theta = \arctan(q)$). This value is much smaller than what was found by Verbiscer and Veverka [1994]. This is consistent with the study of Helfenstein and Shepard [1999] who state that the roughness parameter in Hapkes model on disk-integrated and disk resolved observations is sensitive to the structure of millimeter and submillimeter scale. The depth of craters is derived from the observed q value and the catalogued depth of craters using $d = q \times D$. Figure 4 shows the distribution of the depth of Enceladus craters with respect to their diameters inferred from our calculations. This graph globally reflects the intuitive fact that the larger a crater is, the deeper it is. A change in slope in this general trend can be clearly seen around the value of 20 km in diameter. The origin and significance of such a break is investigated and discussed in the next section.

5. Discussion

The distribution of craters depth with diameter on a given body usually shows a break between two slope regimes Chapman and McKinnon [1986]. This break occurs at a diameter that separates two morphological regimes between simple (bowl-shaped) and complex (with rims, terraces, central peak) craters, at what is called the transition diameter Smith and Sanchez [1973]; Pike [1975]; Melosh [1989]. This transition diameter is a specific feature of the studied body, depending mainly on the surface gravity, ground viscosity and density. It is usually found to be the intersection between the two regimes by knowing *a priori* what craters belong to each regime or by visually measuring at which diameter craters start to display a central peak.

The value of the transition diameter may be influenced by the subsequent long-term history of the crater, both by burial due to particles infall and/or by deformation due to the mechanical relaxation long after the craterization. All Enceladus craters selected here lie inside the regions of minimum infall of plumes particles (lower than 10–5 mm/year Kempf et al. [2010]), so that the burial effect can be neglected. Nevertheless, complex craters such as Ali-Baba or Aladdin exhibit strong evidence of post-impact relaxation. Without the knowledge of the age of craterization and the thermal gradient at this location, it is hard to make any assumption on the post-impact depth of those craters leading to the difficulty in modeling the long-term relaxation effect on

the transition diameter. Although Bland et al. [2012] use a scaling law from Galilean icy satellites craters depth measurements to retrieve the initial depth of Ali-baba and Aladdin on Enceladus, the underlying hypothesis that ground material of these bodies are the same make unsuitable the use of such scaling law for our purposes i.e. the retrieval of Enceladus ground properties. Such assumption would bias our conclusions. Regarding all these arguments, the depth of complex craters retrieved by our method and by photogrammetry are kept unchanged from Appendix 1 Table A1. Further investigation on the influence of post-impact relaxation on transition diameter would be needed, using numerical simulations for example.

For Enceladus, considering our craters sample, the transition between the simple and complex craters regimes (presence of central peak or not) is found to lie at diameters of $\approx 14 - 15$ km after visual inspection of favorable images. In order to determine more precisely the value of the transition diameter, the distribution of the craters depth is plotted as a function of their diameter (Figure 4). The value of the transition diameter is calculated to be the intersection between the upper envelope of simple craters assumed to be the freshest and therefore more un-relaxed simple craters (in blue on Figure 4) and the deepest complex craters (in red on Figure 4). By using the upper envelope for simple craters one makes the hypothesis that Enceladus soil kept the same rheological properties during its history. Given the fact that all the craters of our sample lies in regions whose age are estimated to lies between 3 to 4 billion years, this hypothesis seems legitimate.

We found a robust value of the transition diameter for Enceladus, with a $1 - \sigma$ uncertainty, of $18.4^{+7.9}_{-4.6}$ km, equivalent but superior to the one visually inferred and consistent with previously determined values by Chapman and McKinnon [1986] and Schenk [1989] (respectively 10-20 km and 15 ± 5 km).

Figure 5 shows transition diameters as a function of surface gravity for various bodies in the solar system (Pike [1980], Chapman and McKinnon [1986], Pike and Spudis [1987], Schenk [1989] and Giese et al. [2008]). This figure shows that rocky bodies have a transition diameter inversely proportional to the surface gravity, indicating that gravity is the main controlling factor in the craterization process. This behavior with the surface gravity is also observed for icy bodies, including Enceladus, but with a significant shift towards lower values as expected by impact theory. This implies that the ground mechanical properties (viscosity and/or cohesion) are secondary, but still important, factors con-

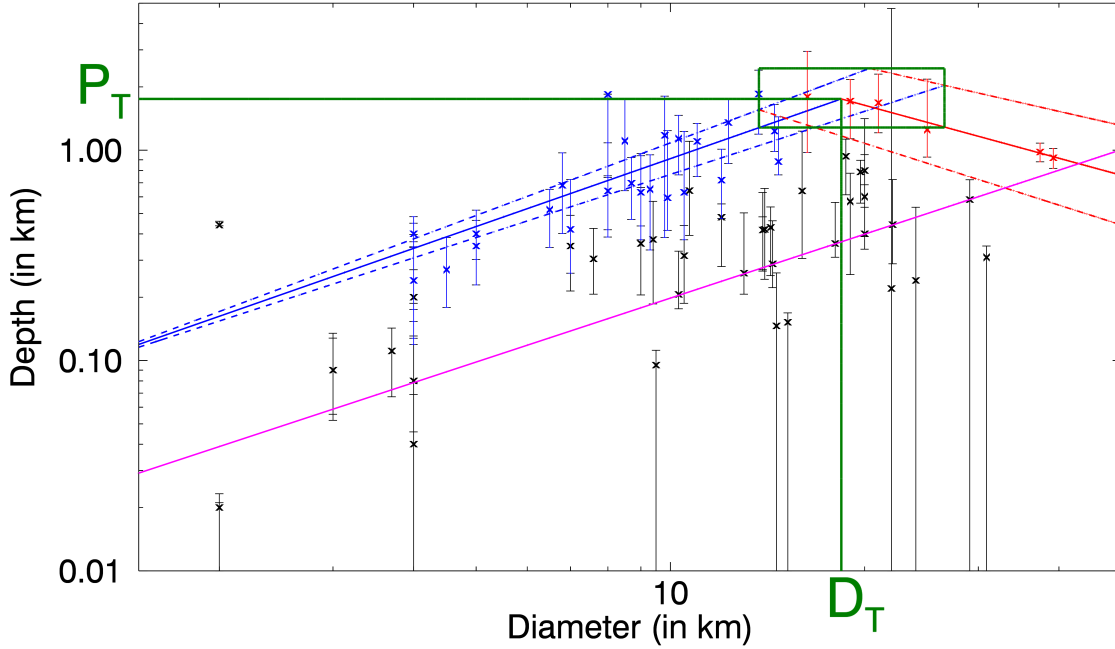


Figure 4: Depths of Enceladus craters as a function of their diameter. Blue and red lines are the respective power law fits for the first and second regime (dash lines are $\pm 1\sigma$ uncertainties on fitting parameters). Green rectangle shows intersection between the two regimes, which defines Enceladus transition diameter and transition depth D_T and P_T . Rectangles width and height reflects the 1σ uncertainty on transition diameter and transition depth. We found the laws $d = 0.077 \times D^{(1.07 \pm 0.07)}$ for the first regime and $d = 20.1 \times D^{(-0.84 \pm 0.12)}$ for the second regime. Only errors on slopes are assumed. Pink line indicate the depth under which, for a given diameter, it is not possible to distinguish a crater from a flat area with our model. Only craters with diameter above this line are kept for the rest of the study.

trolling the transition diameter, which comforts the assertions of Melosh [1989]. Only Mimas seems to deviate from the global behavior observed for the other icy moons, with a transition diameter that is lower than expected by the empirical law. The observed evolution of transition diameter against gravity and ground properties is expected by the theory, in particular from the Bingham rheologic model. This model was used by Chapman and McKinnon [1986] and Melosh [1989] to conciliate both viscous fluid and plastic ground behavior so as to describe the formation of complex craters. In the frame of this model, the effective viscosity of the ground η_{eff} at the time of the crater formation, is defined as $\eta_{eff} \approx 0.16 \times g^{1/2} \times \rho \times D_T^{3/2}$. A competition between ground cohesion and gravity will make a crater to collapse and becomes complex after a certain threshold. i.e: when $\frac{\rho \cdot g \cdot H_T}{c} \geq 5$ where g is the surface gravity in $m.s^{-2}$, the mass density in $kg.m^{-3}$, D_T the transition diameter in m, H_T craters depth at transition diameter D_T in m, and c the effective cohesion in Pa. For a given surface gravity, icy grounds, which have a smaller effective

cohesion than rocky grounds Schenk [1989], are therefore expected to present a lower value for their transition diameter, which is indeed observed (Figure 5). With our new values for $D_T = 18.4^{+7.9}_{-4.6}$ km and $H_T = 1.8^{+0.7}_{-0.5}$ km assuming $\rho = 0.93.10^3 kg.m^{-3}$ Giese et al. [2008] and $g = 0.112 m.s^{-1}$ Thomas [2010], the effective viscosity is found to be $\eta_{eff} = 1.2^{+0.5}_{-0.3}.10^8$ Pa.s and the effective cohesion $c = 37^{+14}_{-10}$ kPa for Enceladus old and cratered terrains.

These rheological parameters are derived for the first time for Enceladus and are found to be remarkably close to those calculated for the other icy moons (Table 2). This has strong consequences on the ground properties of these bodies. Indeed, this demonstrates that the cratered plains of all icy moons considered here, from Jupiter to Uranus, had similar global surface and shallow sub-surface rheological properties at the time of the craterization. It seems very unlikely that undifferentiated bodies could have similar ground mechanical properties considering the observed large variety of silicate fraction Charnoz et al. [2011]. This suggests that

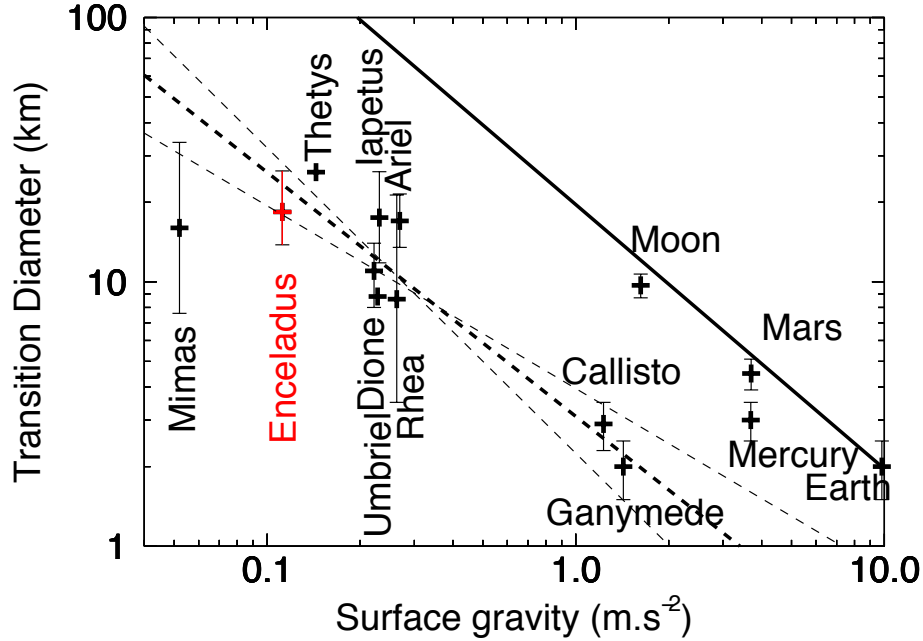


Figure 5: Transition diameter for various rocky and icy bodies in the solar system with respect to surface gravity. All the data and errorbars, if available, come from the figure 16b of Schenk [1989], except for Iapetus transition diameter coming from Giese et al. [2008], and Enceladus transition diameter (in red), derived from this work. The thick black line shows the empirical law for rocky bodies followed by the Moon, Mars, Mercury and Earth Chapman and McKinnon [1986]. The thick dashed line shows the empirical law for icy bodies followed by moons of Jupiter, Saturn and Uranus. The icy regime (dashed lines) has been calculated using a power-law regression, taking into account Thetys (assuming 10% error), Dione, Ariel, Umbriel, Rhea, Iapetus, Callisto and Ganymede. $2\text{-}\sigma$ errors on the regression parameters have been estimated for the icy moons and allowed to draw the two extreme possible power-law regressions (thin dashed lines). We found that icy bodies best follow the empirical power-law $(3.1 \pm 0.4) \times g^{(-0.92 \pm 0.12)}$, inversely proportional to g , and parallel with the empirical law for rocky bodies, in accordance with Chapman and McKinnon [1986]. Mimas is the only moon that seems to significantly depart from the empirical law.

Enceladus, as well as the other icy moons, were all in a similar state of differentiation and all possessed a thermally-equilibrated envelop of ice when they underwent the early stages of craterization. If the craterization event, frozen in icy moons ground, is the LHB (Late Heavy Bombardment Wetherill [1975]), it means that all icy moons were already partially differentiated 700 to 800 Myr after the formation of Saturn. Only the most favorable case of the classical formation model of icy satellites achieves such a fast differentiation (Matson et al. [2009]). Our study is therefore more in favor of formation models that predict fast differentiation of icy moons such as Charnoz et al. [2011] for example. This model predicts that all icy moons but a Mimas like satellite would have sufficient time to achieve differentiation within this time scale. Mimas is the only body whose transition diameter seems to depart from the empiri-

cal law, and whose rheological properties slightly differ from those of other icy moons. This is maybe the indication of a different formation and/or evolution history as induced by Charnoz et al. [2011] model.

Moreover, our results bring new insights on Enceladus geological history. Two conclusions can be done:

- Since Enceladus nowadays cratered plains have similar ground properties than other icy moons grounds, which are thought to have never experienced vigorous geological activity, this demonstrates that the geothermal activity of Enceladus might not have occurred underneath these terrains. Enceladus geological activity would have been confined below the actual fractured plains, particularly at the south pole, since the formation of the moon. This is consistent with the scenario of Nimmo and Pappalardo [2006] predicting that

Planet	Surface gravity (m.s ⁻²)	Surface Density (10 ³ kg.m ⁻³)	d/D Transition diameter (km)	Effective Cohesion (kPa)	Effective Viscosity (10 ⁷ Pa.s)
Earth	9.8	3			
Crystalline			1.9	2230	1.6
Sediments			1.9	2230	14
Moon	1.62	3			
Highlands			10.9	2120	15
Mare			8.6	1680	19
Mercury	3.69	3	4.7	2130	10
Mars	3.7	3	3.1	1380	14
Ganymede	1.43	0.93	2.0 ± 0.5	<330	1.6 ^{+0.6} _{-0.5}
Callisto	1.23	0.93	2.9 ± 0.6	<290	2.6 ^{+0.8} _{-0.7}
Iapetus ⁽¹⁾	0.222	0.93	11 ± 3.0	40	8.1 ^{+3.5} _{-3.1}
Rhea	0.263	0.93	9 ⁺¹³ ₋₅	60	6 ⁺⁴ ₋₃
Ariel	0.269	0.93	17 ^{+4.5} _{-3.5}	100	17.1 ^{+7.2} _{-5.0}
Dione	0.231	0.93	17.5 ^{+8.6} _{-5.7}	90	16.5 ^{+13.6} _{-7.4}
Thetys	0.144	0.93	26	110	27
Mimas	0.052	0.93	16 ⁺¹⁸ ₋₈	30	7 ⁺¹⁴ ₋₅
Enceladus *	0.112	0.93	18.4 ^{+7.9} _{-8.4}	37 ⁺¹⁴ ₋₁₀	12.4 ^{+8.8} _{-4.3}

Table 2: Compilation of rheological parameters for planets and satellites. Transition diameters come from Schenk [1989]. (*) this paper. (1) Giese et al. [2008]. Surface gravity comes from Thomas [2010]. Values of effective cohesion and viscosity are then re-calculated following equations of Bingham theory (see previous paragraphe).

Enceladus would be rapidly reoriented after its formation and then stabilized in order to align the position of its major internal heterogeneity, source of its geological activity (Tobie et al. [2008]), with its axis of rotation.

- The other possible conclusion is in contradiction with the previous one. Bland et al. [2012] found that Enceladus has globally a large release of energy over the entire satellite, including heavily cratered regions. This may gives an insight on the effect of post-impact relaxation on transition diameter and transition depth. If Enceladus cratered regions have and is experiencing large release of energy, therefore, all craters should be very relaxed and exhibit a smaller depth than what is predicted by theory of impact formation (as our low value of $< q >$ maybe the indication). This will manifest itself as a down-shift of all craters depth in Figure 3. The fact that the transition diameter of Enceladus follows the empirical law for icy bodies would therefore means that post-impact relaxation process is proportional to the diameter of a crater. This would imply that post-impact relaxation processes keep the transition diameter value unchanged over time.

Because of post-impact relaxation, the transition depth should be higher than what is found in our study. This would raise the value of the effective cohesion as they behave in a proportional manner with respect to each other. Therefore, one has to find an explanation to the fact that the effective cohesion inferred from our study is close to the ef-

fective cohesion of other icy moons. Two possibilities:

- Effective cohesion of Enceladus was higher in the past, probably close to Dione or Thetys and has change over time. Within this hypothesis, it would be difficult to explain why post-impact relaxation would surprisingly lead to a transition depth very close to those of Mimas, Iapetus or Rhea.
- All icy moons transition depth where close to those of Dione or Thetys and some of them underwent post-impact relaxation leading to the actual values of transition depth. This would be difficult to explain because of the lack of obvious geological activity on bodies such as Rhea or Iapetus.

It is seen from this short discussion that the history of Enceladus remains uncertain. Numerical simulations on the effect of post-impact relaxation processes on transition depth and diameter would probably be a good way to solve this question.

6. Conclusion

We developed a model that can simulate the photometric behavior of a crater blanketed by a layer of regolith. Our model is an heritage of the crater roughness model of Hameen-Anttila et al. [1965] and Buratti and Veverka [1985] adapted for the very surface of Enceladus by adding the multiple scattering and the shadow hiding opposition effect within the regolith as well as

secondary macroscopic scattering between facets of the crater. Incorporated in a fast and robust inversion scheme, the model allows to simultaneously retrieve the depth of craters and the microscopic photometric properties of the regolith that covers it, along with their uncertainties, by taking advantage of the great variety of observing conditions available from the Cassini ISS observations.

Applying this method, we conduct an extensive analysis of the regolith and morphology of Enceladus old terrains. It includes 75 craters equally distributed over Enceladus cratered regions. The regoliths properties and the aspect ratio that we derive for the craters do not show noticeable regional heterogeneity. Putting together all the craters depth measurements, which cover a large range of diameters, allows us to put a new constraint, statistically significant, on Enceladus transition diameter. This diameter, which generally marks the separation between two different regimes of craterization is found to be $18.4^{+7.9}_{-4.6}$ km. This value lies along the empirical law of Chapman and McKinnon [1986], as most of the icy moons of the solar system do, except Mimas. This strongly suggests that Enceladus crust properties at the time of craterization did not depart from those of the other icy bodies. This is comforted by the values derived here for the effective viscosity and the effective cohesion of Enceladus crust material that we calculated from the value of the transition depth and diameter. Both are similar to those previously reported not only for other Saturn's moons, but also for the major moons of Jupiter and Uranus. This implies that the cratered plains of all icy moons considered in this study, from Jupiter to Saturn, had similar global surface and shallow sub-surface rheological properties and that they were already partially differentiated at the early stage of craterization. This further supports formation model of icy moons that predicts fast differentiation such as Charnoz et al. [2011] for example. Moreover, this suggests that Enceladus geological activity visible in the South pole nowadays had never explored others regions with such large release of energy since the formation of this moon. Nevertheless, the large post-impact deformation of Ali-Baba and Aladdin shows that some geological activity has existed on old cratered terrains (Bland et al. [2012]).

Such a study can be easily extended to other planetary bodies, providing that a good coverage in illumination and observation exists, without the need of high-resolution images. A complete re-study of the Saturnian system, with a particular emphasize on Mimas, is indeed planned as future work so as to refine studies conducted at the Voyager epoch. In particular, the confirmation of the singular behavior of Mimas against the

empirical law for craterization could reveal a new craterization regime at very low surface gravity and/or special ground properties which may be linked to its recently discovered thermal activity Howett et al. [2011]. Furthermore, even if the present version of our model gives robust and satisfying results when comparing to global studies and photogrammetry, it would be interesting in the near future to upgrade the modeling of the craters shape (e.g. by taking into account the presence of a central peak or by adding rims or terraces) in order to construct a more realistic model. Nevertheless, the improved "crater roughness model" developed in this paper provides a new and robust way to measure craters' depth also for high regolith albedo especially for fly-bys missions. This new tool, combine with photogrammetry and photoclinometry will be very useful for the future JUICE mission (?) so as to explore the ground properties of the Galilean satellites.

7. Acknowledgments

We thank G. Tobie, S. Charnoz, P. Schenk and C. Phillips for fruitful discussions. We also want to thank K. Singer who kindly shared with us some of her stereometric measurements of some of Enceladus craters providing a way to compare with our own stereometric study. Finally we would like to thank S. Charnoz for the development of the navigation software for ISS images. This work benefited from the financial support of the French Centre National d'Etudes Spatiales (CNES). We also sincerely thank the ISS Operation and Science Teams for their dedications in implementing the observations.

A. Results of χ^2 minimization for the 75 craters.

Cratre	D (en km)	d (en km)	q ($\frac{d}{D}$)	g	ω_0	Cratre	D (en km)	d (en km)	q ($\frac{d}{D}$)	g	ω_0
AY1	10.50	0.630 ^{+0.597} _{-0.255}	0.060 ^{+0.056} _{-0.024}	-0.35 ^{+0.156} _{-0.196}	0.940 ^{+0.031} _{-0.091}	AY2	9.000	0.630 ^{+0.310} _{-0.255}	0.070 ^{+0.034} _{-0.028}	-0.35 ^{+0.153} _{-0.197}	0.960 ^{+0.008} _{-0.083}
AY3	7.000	0.350 ^{+0.139} _{-0.135}	0.050 ^{+0.019} _{-0.019}	-0.35 ^{+0.166} _{-0.259}	0.990 ^{+0.009} _{-0.000}	AY4	9.500	0.095 ^{+0.016} _{-0.010}	0.010 ^{+0.001} _{-0.010}	-0.20 ^{+0.010} _{-0.100}	0.999 ^{+0.000} _{-0.006}
AY5	3.000	0.090 ^{+0.044} _{-0.034}	0.030 ^{+0.014} _{-0.011}	-0.35 ^{+0.190} _{-0.383}	0.990 ^{+0.010} _{-0.000}	AY6	4.000	0.400 ^{+0.082} _{-0.002}	0.100 ^{+0.020} _{-0.000}	-0.20 ^{+0.006} _{-0.153}	0.920 ^{+0.051} _{-0.065}
AY7	4.000	0.040 ^{+0.038} _{-0.040}	0.010 ^{+0.009} _{-0.010}	-0.20 ^{+0.011} _{-0.363}	0.800 ^{+0.136} _{-0.19}	AY8	8.000	0.640 ^{+0.443} _{-0.253}	0.080 ^{+0.055} _{-0.031}	-0.35 ^{+0.154} _{-0.190}	0.960 ^{+0.005} _{-0.055}
Ahmad	18.70	0.935 ^{+0.192} _{-0.321}	0.050 ^{+0.010} _{-0.017}	-0.80 ^{+0.031} _{-0.200}	0.990 ^{+0.003} _{-0.000}	Ajib	15.20	0.152 ^{+0.016} _{-0.152}	0.010 ^{+0.001} _{-0.010}	-0.80 ^{+0.029} _{-0.200}	0.990 ^{+0.010} _{-0.000}
Al-Bakbuk	9.000	0.630 ^{+0.334} _{-0.193}	0.070 ^{+0.037} _{-0.021}	-0.35 ^{+0.156} _{-0.231}	0.999 ^{+0.000} _{-0.003}	Al-Haddar	14.00	0.420 ^{+0.238} _{-0.176}	0.030 ^{+0.017} _{-0.012}	-0.60 ^{+0.170} _{-0.150}	0.999 ^{+0.001} _{-0.009}
Al-Kuz	9.300	0.651 ^{+0.300} _{-0.315}	0.070 ^{+0.032} _{-0.033}	-0.20 ^{+0.011} _{-0.099}	0.999 ^{+0.000} _{-0.008}	Al-Mustazi	10.30	1.133 ^{+0.331} _{-0.369}	0.110 ^{+0.032} _{-0.035}	-0.35 ^{+0.160} _{-0.221}	0.992 ^{+0.005} _{-0.002}
Aladdin (CRM)	37.40	2.618 ^{+1.059} _{-0.515}	0.070 ^{+0.028} _{-0.013}	-0.35 ^{+0.110} _{-0.177}	0.940 ^{+0.020} _{-0.022}	Ali-Baba (CRM)	39.20	3.136 ^{+0.799} _{-0.566}	0.080 ^{+0.020} _{-0.014}	-0.40 ^{+0.178} _{-0.083}	0.960 ^{+0.000} _{-0.021}
Aladdin (PG)	37.40	980 ⁺¹⁵⁰ ₋₁₅₀	0.026 ^{+0.004} _{-0.004}	-	-	Ali-Baba (PG)	39.20	920 ⁺¹⁵⁰ ₋₁₅₀	0.023 ^{+0.004} _{-0.004}	-	-
Aziz	11.00	1.100 ^{+0.239} _{-0.351}	0.100 ^{+0.021} _{-0.031}	-0.60 ^{+0.125} _{-0.071}	0.960 ^{+0.004} _{-0.031}	BF1	8.000	1.840 ^{+0.006} _{-0.137}	0.230 ^{+0.000} _{-0.137}	-0.50 ^{+0.163} _{-0.085}	0.940 ^{+0.021} _{-0.030}
BF2	8.000	0.640 ^{+0.115} _{-0.221}	0.080 ^{+0.014} _{-0.027}	-0.60 ^{+0.221} _{-0.151}	0.960 ^{+0.002} _{-0.014}	BF3	2.000	0.020 ^{+0.003} _{-0.010}	0.010 ^{+0.001} _{-0.010}	-0.70 ^{+0.254} _{-0.300}	0.800 ^{+0.061} _{-0.19}
BF4	6.500	0.520 ^{+0.131} _{-0.174}	0.080 ^{+0.020} _{-0.026}	-0.55 ^{+0.208} _{-0.176}	0.960 ^{+0.001} _{-0.019}	BF5	4.000	0.080 ^{+0.107} _{-0.008}	0.020 ^{+0.026} _{-0.034}	-0.20 ^{+0.030} _{-0.387}	0.960 ^{+0.014} _{-0.115}
BF6	7.000	0.420 ^{+0.306} _{-0.160}	0.060 ^{+0.043} _{-0.022}	-0.20 ^{+0.032} _{-0.065}	0.960 ^{+0.005} _{-0.065}	BF7	12.00	0.720 ^{+0.291} _{-0.246}	0.060 ^{+0.024} _{-0.020}	-0.20 ^{+0.007} _{-0.164}	0.940 ^{+0.021} _{-0.027}
Bahman	10.30	0.206 ^{+0.125} _{-0.029}	0.020 ^{+0.012} _{-0.012}	-0.55 ^{+0.379} _{-0.000}	0.990 ^{+0.009} _{-0.000}	Behram	13.70	1.849 ^{+0.552} _{-0.048}	0.135 ^{+0.040} _{-0.048}	-0.40 ^{+0.169} _{-0.141}	0.997 ^{+0.002} _{-0.002}
Cassim	3.000	0.090 ^{+0.037} _{-0.038}	0.030 ^{+0.012} _{-0.012}	-0.20 ^{+0.025} _{-0.208}	0.999 ^{+0.000} _{-0.005}	Dalilah	16.00	0.640 ^{+0.591} _{-0.334}	0.040 ^{+0.036} _{-0.020}	-0.25 ^{+0.056} _{-0.041}	0.920 ^{+0.047} _{-0.081}
Duban	19.00	0.570 ^{+0.207} _{-0.313}	0.030 ^{+0.010} _{-0.016}	-0.80 ^{+0.151} _{-0.200}	0.990 ^{+0.002} _{-0.000}	Dunyazad	30.90	0.309 ^{+0.041} _{-0.309}	0.010 ^{+0.001} _{-0.010}	-0.20 ^{+0.006} _{-0.096}	0.900 ^{+0.066} _{-0.086}
Ghanim	13.90	0.417 ^{+0.065} _{-0.146}	0.030 ^{+0.004} _{-0.010}	-0.75 ^{+0.300} _{-0.250}	0.990 ^{+0.007} _{-0.000}	HS1	2.000	0.020 ^{+0.001} _{-0.020}	0.010 ^{+0.000} _{-0.010}	-0.20 ^{+0.024} _{-0.219}	0.990 ^{+0.002} _{-0.000}
HS2	4.000	0.200 ^{+0.070} _{-0.069}	0.050 ^{+0.017} _{-0.017}	-0.60 ^{+0.413} _{-0.400}	0.999 ^{+0.000} _{-0.001}	HS3	4.000	0.240 ^{+0.126} _{-0.065}	0.060 ^{+0.031} _{-0.016}	-0.25 ^{+0.076} _{-0.319}	0.999 ^{+0.000} _{-0.001}
HS4	4.000	0.240 ^{+0.105} _{-0.086}	0.060 ^{+0.026} _{-0.021}	-0.30 ^{+0.146} _{-0.479}	0.999 ^{+0.000} _{-0.003}	Harun	13.90	0.417 ^{+0.211} _{-0.150}	0.030 ^{+0.015} _{-0.010}	-0.65 ^{+0.214} _{-0.084}	0.994 ^{+0.006} _{-0.004}
Hassan	14.50	1.232 ^{+0.419} _{-0.245}	0.085 ^{+0.028} _{-0.016}	-0.50 ^{+0.200} _{-0.162}	0.996 ^{+0.002} _{-0.005}	Hisham	22.10	0.442 ^{+0.283} _{-0.153}	0.020 ^{+0.012} _{-0.006}	-0.80 ^{+0.061} _{-0.200}	0.990 ^{+0.003} _{-0.000}
Ishak	14.40	0.288 ^{+0.173} _{-0.065}	0.020 ^{+0.012} _{-0.004}	-0.65 ^{+0.185} _{-0.098}	0.800 ^{+0.123} _{-0.19}	Jaafar	9.900	0.594 ^{+0.645} _{-0.178}	0.060 ^{+0.065} _{-0.017}	-0.20 ^{+0.041} _{-0.569}	0.960 ^{+0.004} _{-0.056}
Jansha	9.800	1.176 ^{+0.632} _{-0.791}	0.120 ^{+0.064} _{-0.080}	-0.50 ^{+0.198} _{-0.122}	0.960 ^{+0.002} _{-0.038}	Julnar	19.00	1.710 ^{+0.459} _{-0.576}	0.090 ^{+0.024} _{-0.030}	-0.50 ^{+0.319} _{-0.126}	0.960 ^{+0.001} _{-0.029}
Kamar	22.00	0.220 ^{+0.495} _{-0.220}	0.010 ^{+0.204} _{-0.010}	-0.80 ^{+0.007} _{-0.200}	0.800 ^{+0.006} _{-0.19}	Kasim	10.70	0.642 ^{+0.460} _{-0.248}	0.060 ^{+0.043} _{-0.023}	-0.60 ^{+0.280} _{-0.167}	0.997 ^{+0.003} _{-0.007}
Khusrau	12.30	1.353 ^{+0.387} _{-0.488}	0.110 ^{+0.031} _{-0.039}	-0.30 ^{+0.110} _{-0.170}	0.995 ^{+0.000} _{-0.008}	MS1	20.00	0.400 ^{+0.285} _{-0.061}	0.020 ^{+0.014} _{-0.003}	-0.55 ^{+0.195} _{-0.125}	0.999 ^{+0.000} _{-0.002}
Maaruf	6.800	0.680 ^{+0.292} _{-0.278}	0.100 ^{+0.042} _{-0.040}	-0.50 ^{+0.204} _{-0.162}	0.940 ^{+0.026} _{-0.058}	Masrur	13.00	0.260 ^{+0.243} _{-0.053}	0.020 ^{+0.018} _{-0.004}	-0.80 ^{+0.223} _{-0.200}	0.990 ^{+0.003} _{-0.000}
Morgiana	14.30	0.429 ^{+0.108} _{-0.175}	0.030 ^{+0.007} _{-0.012}	-0.65 ^{+0.112} _{-0.131}	0.999 ^{+0.000} _{-0.001}	Musa	25.00	1.250 ^{+0.926} _{-0.322}	0.050 ^{+0.037} _{-0.012}	-0.40 ^{+0.182} _{-0.164}	0.940 ^{+0.033} _{-0.064}
Mustafa	14.70	0.882 ^{+0.559} _{-0.118}	0.060 ^{+0.038} _{-0.008}	-0.50 ^{+0.209} _{-0.203}	0.995 ^{+0.004} _{-0.003}	Omar	12.00	0.480 ^{+0.075} _{-0.200}	0.040 ^{+0.006} _{-0.016}	-0.80 ^{+0.200} _{-0.200}	0.990 ^{+0.005} _{-0.000}
Otbah	9.400	0.376 ^{+0.195} _{-0.190}	0.040 ^{+0.020} _{-0.020}	-0.65 ^{+0.172} _{-0.141}	0.991 ^{+0.008} _{-0.001}	PA1	5.000	0.400 ^{+0.118} _{-0.097}	0.080 ^{+0.023} _{-0.019}	-0.50 ^{+0.322} _{-0.287}	0.990 ^{+0.009} _{-0.000}
PA2	4.000	0.040 ^{+0.028} _{-0.040}	0.010 ^{+0.007} _{-0.010}	-0.20 ^{+0.033} _{-0.406}	0.999 ^{+0.000} _{-0.008}	Parwez	14.60	0.146 ^{+0.114} _{-0.146}	0.010 ^{+0.007} _{-0.010}	-0.55 ^{+0.206} _{-0.245}	0.960 ^{+0.002} _{-0.019}
Peri-Banu	18.00	0.360 ^{+0.204} _{-0.050}	0.020 ^{+0.011} _{-0.002}	-0.80 ^{+0.123} _{-0.200}	0.990 ^{+0.006} _{-0.000}	Perizadah	10.50	0.315 ^{+0.123} _{-0.127}	0.030 ^{+0.011} _{-0.012}	-0.50 ^{+0.203} _{-0.186}	0.993 ^{+0.006} _{-0.003}
Rayya	9.000	0.360 ^{+0.304} _{-0.154}	0.040 ^{+0.033} _{-0.017}	-0.30 ^{+0.114} _{-0.245}	0.960 ^{+0.002} _{-0.011}	Sabur	7.600	0.304 ^{+0.121} _{-0.097}	0.040 ^{+0.015} _{-0.012}	-0.60 ^{+0.190} _{-0.157}	0.999 ^{+0.000} _{-0.007}
Salih	4.000	0.240 ^{+0.209} _{-0.120}	0.060 ^{+0.052} _{-0.030}	-0.50 ^{+0.500} _{-0.500}	0.960 ^{+0.040} _{-0.03}	Samad	16.30	1.793 ^{+1.156} _{-0.816}	0.110 ^{+0.070} _{-0.050}	-0.30 ^{+0.146} _{-0.219}	0.920 ^{+0.038} _{-0.043}
Shahrazad	20.00	0.600 ^{+0.352} _{-0.211}	0.030 ^{+0.017} _{-0.010}	-0.50 ^{+0.172} _{-0.123}	0.999 ^{+0.000} _{-0.004}	Shahryar	24.00	0.240 ^{+0.295} _{-0.240}	0.010 ^{+0.012} _{-0.010}	-0.60 ^{+0.146} _{-0.147}	0.860 ^{+0.114} _{-0.054}
Shakashik	8.500	1.105 ^{+0.652} _{-0.463}	0.130 ^{+0.076} _{-0.054}	-0.20 ^{+0.007} _{-0.144}	0.960 ^{+0.002} _{-0.040}	Sharrkan	3.700	0.111 ^{+0.031} _{-0.043}	0.030 ^{+0.008} _{-0.011}	-0.80 ^{+0.608} _{-0.200}	0.990 ^{+0.009} _{-0.000}
Shirin	8.700	0.696 ^{+0.227} _{-0.226}	0.080 ^{+0.026} _{-0.026}	-0.40 ^{+0.205} _{-0.210}	0.993 ^{+0.006} _{-0.003}	Sindbad	29.10	0.582 ^{+0.141} _{-0.582}	0.020 ^{+0.004} _{-0.020}	-0.30 ^{+0.108} _{-0.294}	0.999 ^{+0.001} _{-0.009}
Yunan	19.70	0.788 ^{+0.107} _{-0.228}	0.040 ^{+0.005} _{-0.011}	-0.80 ^{+0.197} _{-0.200}	0.990 ^{+0.003} _{-0.000}	ZA1	2.000	0.440 ^{+0.019} _{-0.002}	0.220 ^{+0.009} _{-0.001}	-0.55 ^{+0.049} _{-0.092}	0.996 ^{+0.003} _{-0.000}
ZA2	4.000	0.240 ^{+0.107} _{-0.112}	0.060 ^{+0.026} _{-0.028}	-0.20 ^{+0.038} _{-0.483}	0.990 ^{+0.008} _{-0.000}	ZA3	4.500	0.270 ^{+0.114} _{-0.091}	0.060 ^{+0.025} _{-0.020}	-0.20 ^{+0.040} _{-0.526}	0.999 ^{+0.000} _{-0.003}
ZA4	5.000	0.350 ^{+0.114} _{-0.121}	0.070 ^{+0.022} _{-0.024}	-0.20 ^{+0.038} _{-0.519}	0.997 ^{+0.002} _{-0.007}	Zaynab	20.00	0.800 ^{+0.611} _{-0.265}	0.040 ^{+0.030} _{-0.013}	-0.35 ^{+0.159} _{-0.173}	0.940 ^{+0.027} _{-0.096}
Zumurrud	21.00	1.680 ^{+0.617} _{-0.470}	0.080 ^{+0.029} _{-0.022}	-0.45 ^{+0.152} _{-0.127}	0.997 ^{+0.002} _{-0.002}						

Table 3: Summary of results for the depth d, aspect ratio q, scattering asymmetric factor g and single scattering albedo ω_0 found by the CRM model for the 75 craters of our sample. The photogrammetric results found for Ali-Baba and Aladdin are added (PG for photogrammetry).

B. Supplementary material

B.1. The precise coordinates of the edges of Enceladus craters

In order to cast a crater on a sphere (here Enceladus), one has to inverse the great-circle distance formula, which gives the distance on a spherical surface between the edges of the crater and its centre R_{crater} , with respect to theirs latitude and longitude coordinates (δ, λ) and (δ', λ') :

$$R_{crater} = 2R \times \arcsin \left(\sqrt{\sin^2 \left(\frac{\delta' - \delta}{2} \right) + \cos(\delta) \cos(\delta') \sin \left(\frac{\lambda' - \lambda}{2} \right)} \right) \quad (19)$$

with R being Enceladus' radius.

To inverse this equation, we consider the situation where (δ, λ) is the centre coordinates and (δ', λ') the edge coordinates. Putting $\delta' - \delta = 0$ (same latitude) gives, for the longitudinal extension:

$$\lambda' - \lambda = 2 \times \arcsin \left(\sin^2 \left(\frac{R_{crater}}{2R} \right) \right) \quad (20)$$

Considering the same longitude ($\lambda' - \lambda = 0$), the latitudinal extension is in turn given by:

$$\delta' - \delta = \frac{R_{crater}}{R} \quad (21)$$

With these formulas, longitude and latitude coordinates for the edges of a crater can be derived given the knowledge of central coordinates and craters diameter, compiled for 53 Enceladus' craters by the USGS (<http://planetarynames.wr.usgs.gov>). A value of 252.2km for Enceladus mean radius has been taken for our calculations Thomas [2010].

B.2. Tables for the dataset

B.3. Contrast curve for Khusrau and two flat areas near Khusrau

In order to provide uncertainties on the I/F standard deviation, we use the figure 6. This figure shows that a flat area has a nonzero I/F standard deviation as opposed to what is expected for a perfectly flat surface of such size. This is the effect of all the unresolved structure (i.e. mostly the macroscopic roughness below meter level), on the macroscopic observable. It can account for tens of percent of the I/F standard deviation of a crater as seen on figure 6. If it was possible, we would take the value of the I/F standard deviation of the nearest by flat area near a crater as the uncertainties for the I/F standard deviation of this crater, for every combination of phase angle, incident angle and emission angle. Due to the scarcity of flat area in heavily cratered terrains on Enceladus and the lack of images,

it is not possible to evaluate the uncertainties in such a way. Thus, we decide to use fixed 10% uncertainties on the I/F standard deviation value for a crater so as to use the best compromise between conservative and constraining uncertainties.

B.4. Topographic extraction from ISS pair images N1500056914 and N1500059118 and N1584039961 and N1597180194

B.5. Maps of the single scattering albedo and asymmetry factor of craters regolith, and of the craters depth and aspect ratio

Name	Date	Resolution (in km)	Name	Date	Resolution (in km)	Name	Date	Resolution (in km)
N1489034080.2	09/03/05	0.86	N1516171072.1	17/01/06	0.93	N1602268696.2	09/10/08	0.42
N1489038945.2	09/03/05	0.57	N1516171253.1	17/01/06	0.93	N1602274682.3	09/10/08	0.20
N1489039292.2	09/03/05	0.56	N1561728887.2	28/06/07	1.77	N1602274825.3	09/10/08	0.21
N1489039642.2	09/03/05	0.54	N1569843261.1	30/09/07	0.60	N1602274972.3	09/10/08	0.23
N1489047533.2	09/03/05	0.18	N1569849851.1	30/09/07	0.64	N1602275111.3	09/10/08	0.25
N1489047708.2	09/03/05	0.17	N1584025470.2	12/03/08	1.34	N1602275462.2	09/10/08	0.28
N1500045793.2	14/07/05	0.94	N1584035770.2	12/03/08	0.54	N1602286256.1	09/10/08	1.32
N1500050593.2	14/07/05	0.66	N1584037664.2	12/03/08	0.38	N1604144669.2	31/10/08	1.97
N1500056647.2	14/07/05	0.35	N1584051749.2	12/03/08	0.79	N1604155347.2	31/10/08	1.15
N1500056914.2	14/07/05	0.33	N1584052823.2	12/03/08	0.87	N1604160987.2	31/10/08	0.61
N1500057201.2	14/07/05	0.32	N1584059265.2	12/03/08	1.27	N1604162989.2	31/10/08	0.40
N1500057471.2	14/07/05	0.31	N1593502144.1	30/06/08	0.99	N1604181525.2	31/10/08	1.41
N1500059045.2	14/07/05	0.23	N1597175816.2	11/08/08	0.67	N1604182045.2	31/10/08	1.45
N1500059269.2	14/07/05	0.22	N1597179346.2	11/08/08	0.30	N1606891555.1	02/12/08	0.76
N1500059482.2	14/07/05	0.21	N1597180003.2	11/08/08	0.24	N1606892181.1	02/12/08	0.75
N1500059712.2	14/07/05	0.19	N1597180294.2	11/08/08	0.20	N1606892280.1	02/12/08	0.74
N1500059930.2	14/07/05	0.18	N1597194299.1	12/08/08	1.19	N1637466266.1	21/11/09	0.14
N1514141371.1	24/12/05	0.64	N1597196809.2	12/08/08	1.40	N1637475667.1	21/11/09	0.61
N1516160948.1	17/01/06	0.89	N1600378733.1	17/09/08	1.30	N1637479667.1	21/11/09	0.79
N1516169161.1	17/01/06	0.91	N1602263943.2	09/10/08	0.90	N1649350470.1	07/04/10	1.18

Table 4: Names, dates and resolution of the 60 ISS/NAC images used for this study.

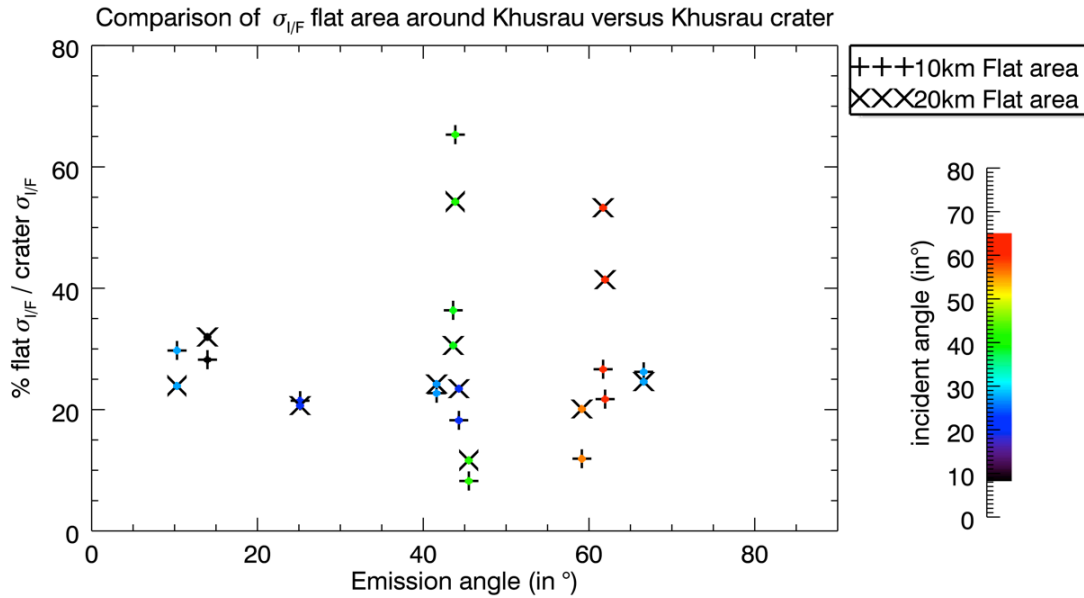


Figure 6: This graph shows the ratio (in %) between the radiance factor $\sigma_{I/F}$ of crater Khusrau and two flat areas nearby Khusrau of approximately the same size (10km) and twice de size (20km) as a function of the mean emission angle (in°) and the mean incidence angle (in°) indicated by the color bar.

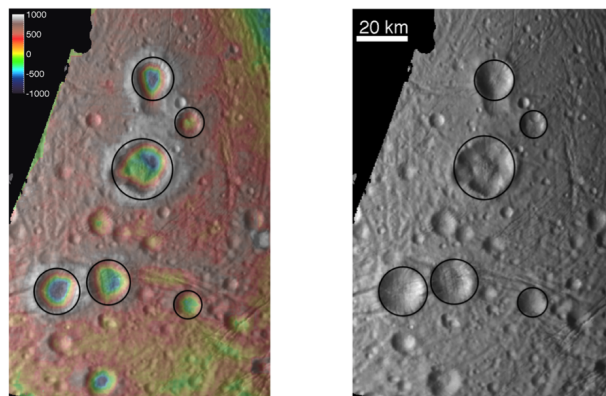


Figure 7: Topographic map obtained from ISS images N1500056914 and N1500059118 stereo pair. Craters from North to South are Behram, Al-Kuz, Zumurrud, Mustafa, Hassan and Rayya.

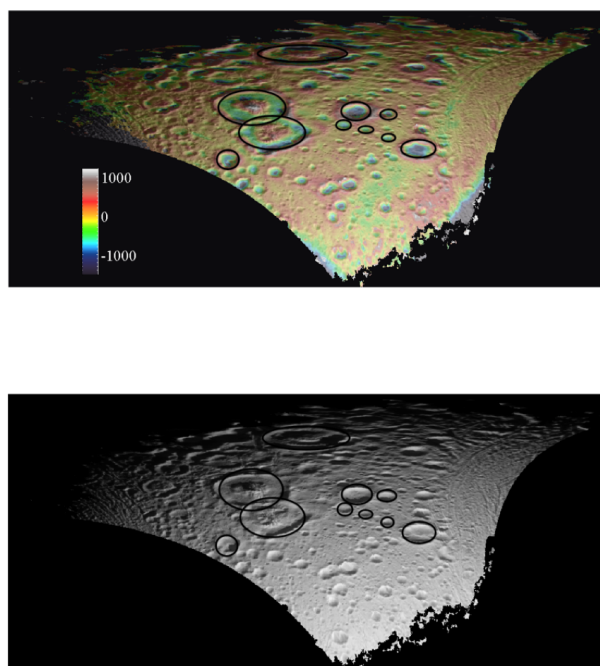


Figure 8: Topographic map obtained from ISS images N1584039961 and N1597180194 stereo pair. Craters from right to left are Julnar, up BF1, down BF6, BF4, Samad, BF2, Musa, Ali-Baba, Aladdin, BF7.

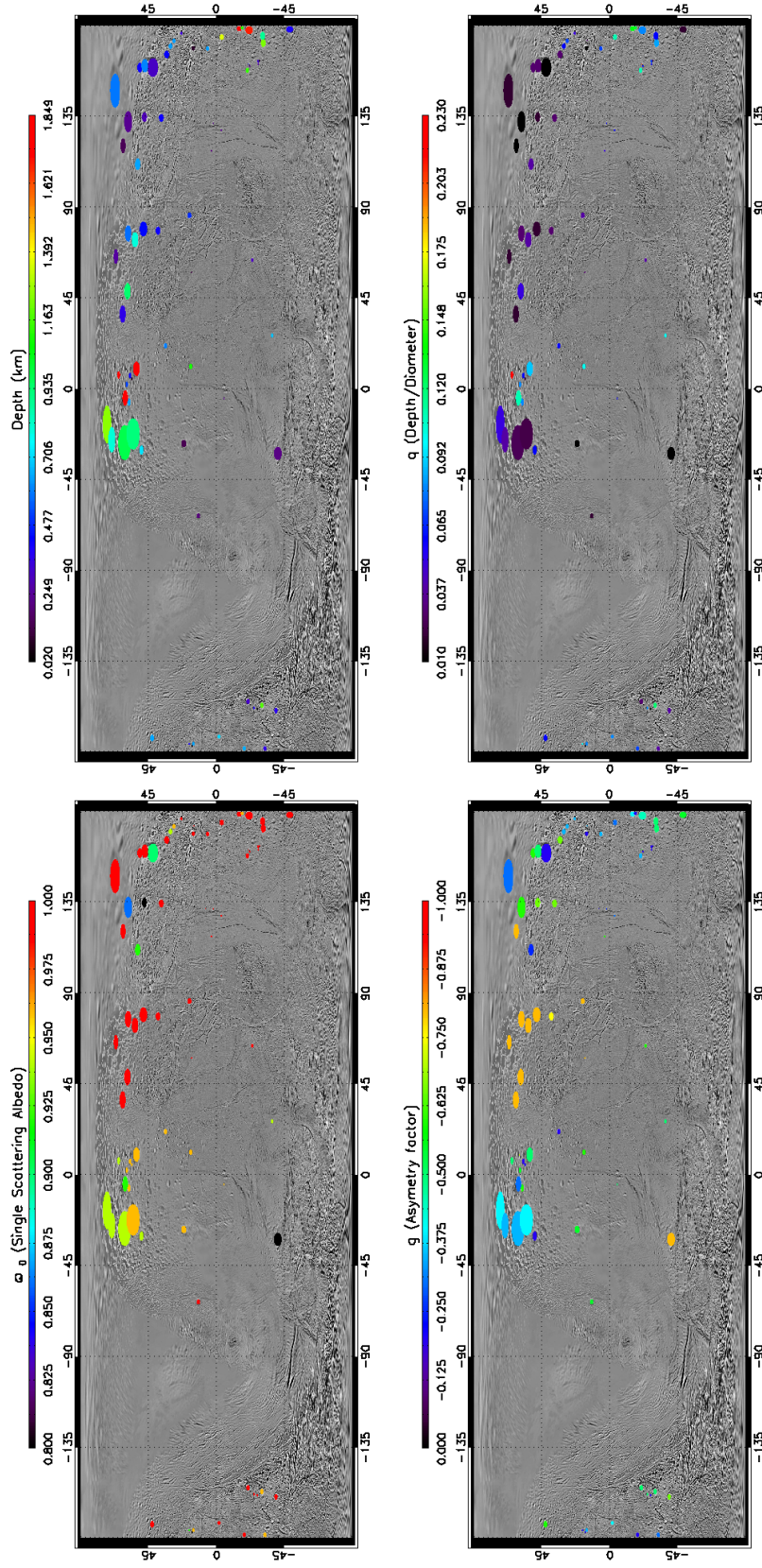


Figure 9: Maps of the physical parameters retrieved for our sample of 75 craters: (a) single scattering albedo (ω_0), (b) asymmetry factor (g), (c) depth and (d) aspect ratio (q). The mapping projection is rectangular with grid marks every 45° of longitude and 45° of latitude (0° longitude is on the center). Longitude is expressed in positive east system. An ISS global map of Enceladus is used as background for each map (extracted from http://planetaryimages.wr.usgs.gov/images/enceladusc_omp.pdf). The resolution of the projection maps are of 0.35° in longitude and latitude (≈ 1.5 km per pixel at the equator). The parameters (ω_0 , g , d , q) are marked on each of the craters with a rainbow color coding corresponding to their respective value.

References

- D. Baratoux, C. Delacourt, and P. Allemand. An instability mechanism in the formation of the Martian lobate craters and the implications for the rheology of ejecta. *Geophysics Research Letters*, 29:1210, April 2002. doi: 10.1029/2001GL013779.
- M. T. Bland, K. N. Singer, W. B. McKinnon, and P. M. Schenk. Enceladus' extreme heat flux as revealed by its relaxed craters. *Geophysics Research Letters*, 39:L17204, September 2012. doi: 10.1029/2012GL052736.
- B. J. Buratti and J. Veverka. Photometry of rough planetary surfaces - The role of multiple scattering. *Icarus*, 64:320–328, November 1985. doi: 10.1016/0019-1035(85)90094-6.
- B. J. Buratti, M. D. Hicks, L. A. Soderblom, D. Britt, J. Oberst, and J. K. Hillier. Deep Space 1 photometry of the nucleus of Comet 19P/Borrelly. *Icarus*, 167:16–29, January 2004. doi: 10.1016/j.icarus.2003.05.002.
- B. J. Buratti, C. Sotin, R. H. Brown, M. D. Hicks, R. N. Clark, J. A. Mosher, T. B. McCord, R. Jaumann, K. H. Baines, P. D. Nicholson, T. Momary, D. P. Simonelli, and B. Sicardy. Titan: Preliminary results on surface properties and photometry from VIMS observations of the early flybys. *Planetary and Space Science*, 54:1498–1509, December 2006. doi: 10.1016/j.pss.2006.06.015.
- M. Běhouňková, G. Tobie, G. Choblet, and O. Čadež. Tidally-induced melting events as the origin of south-pole activity on Enceladus. *Icarus*, 219:655–664, June 2012. doi: 10.1016/j.icarus.2012.03.024.
- C. R. Chapman and W. B. McKinnon. *Cratering of planetary satellites*, pages 492–580. 1986.
- S. Charnoz, A. Crida, J. C. Castillo-Rogez, V. Lainey, L. Dones, Ö. Karatekin, G. Tobie, S. Mathis, C. Le Poncin-Lafitte, and J. Salmon. Accretion of Saturn's mid-sized moons during the viscous spreading of young massive rings: Solving the paradox of silicate-poor rings versus silicate-rich moons. *Icarus*, 216:535–550, December 2011. doi: 10.1016/j.icarus.2011.09.017.
- J. Fink, D. Gault, and R. Greeley. The effect of viscosity on impact cratering and possible application to the icy satellites of Saturn and Jupiter. *Journal of Geophysics Research*, 89:417–423, January 1984. doi: 10.1029/JB089iB01p00417.
- B. Giese, T. Denk, G. Neukum, T. Roatsch, P. Helfenstein, P. C. Thomas, E. P. Turtle, A. McEwen, and C. C. Porco. The topography of Iapetus' leading side. *Icarus*, 193:359–371, February 2008. doi: 10.1016/j.icarus.2007.06.005.
- K. A. Hameen-Anttila, P. Laakso, and K. Lumme. The shadow effect in the phase curves of lunar type surfaces. *Annales Academiae Scientiarum Fennicae, Series A*:172, 1965.
- B. Hapke. Bidirectional reflectance spectroscopy. III - Correction for macroscopic roughness. *Icarus*, 59:41–59, July 1984. doi: 10.1016/0019-1035(84)90054-X.
- B. Hapke. Bidirectional Reflectance Spectroscopy5. The Coherent Backscatter Opposition Effect and Anisotropic Scattering. *Icarus*, 157:523–534, June 2002. doi: 10.1006/icar.2002.6853.
- P. Helfenstein and M. K. Shepard. Submillimeter-Scale Topography of the Lunar Regolith. *Icarus*, 141:107–131, September 1999. doi: 10.1006/icar.1999.6160.
- C. J. A. Howett, J. R. Spencer, P. Schenk, R. E. Johnson, C. Paranicas, T. A. Hurford, A. Verisicer, and M. Segura. A high-amplitude thermal inertia anomaly of probable magnetospheric origin on Saturn's moon Mimas. *Icarus*, 216:221–226, November 2011. doi: 10.1016/j.icarus.2011.09.007.
- J. S. Kargel and S. Pozio. The Volcanic and Tectonic History of Enceladus. *Icarus*, 119:385–404, February 1996. doi: 10.1006/icar.1996.0026.
- S. Kempf, U. Beckmann, and J. Schmidt. How the Enceladus dust plume feeds Saturn's E ring. *Icarus*, 206:446–457, April 2010. doi: 10.1016/j.icarus.2009.09.016.
- D. L. Matson, J. C. Castillo-Rogez, G. Schubert, C. Sotin, and W. B. McKinnon. *The Thermal Evolution and Internal Structure of Saturn's Mid-Sized Icy Satellites*, page 577. 2009. doi: 10.1007/978-1-4020-9217-6_18.
- H. J. Melosh. Book-Review - Impact Cratering - a Geologic Process. 78:382, October 1989.
- F. Nimmo and R. T. Pappalardo. Diapir-induced reorientation of Saturn's moon Enceladus. *Nature*, 441:614–616, June 2006. doi: 10.1038/nature04821.
- Q. R. Passey. Viscosity of the lithosphere of Enceladus. *Icarus*, 53:105–120, January 1983. doi: 10.1016/0019-1035(83)90024-6.
- C. B. Phillips, R. A. Beyer, F. Nimmo, J. H. Roberts, and G. Robuchon. Crater Relaxation and Stereo Imaging of the Icy Satellites of Jupiter and Saturn. *AGU Fall Meeting Abstracts*, page B1596, December 2010.
- R. J. Pike. Size-morphology relations of lunar craters - Discussion. *Modern Geology*, 5:169–173, November 1975.
- R. J. Pike. Formation of complex impact craters - Evidence from Mars and other planets. *Icarus*, 43:1–19, July 1980. doi: 10.1016/0019-1035(80)90083-4.
- R. J. Pike and P. D. Spudis. Basin-ring spacing on the moon, Mercury, and Mars. *Earth Moon and Planets*, 39:129–194, October 1987. doi: 10.1007/BF00054060.
- C. C. Porco, P. Helfenstein, P. C. Thomas, A. P. Ingersoll, J. Wisdom, R. West, G. Neukum, T. Denk, R. Wagner, T. Roatsch, S. Kieffer, E. Turtle, A. McEwen, T. V. Johnson, J. Rathbun, J. Veverka, D. Wilson, J. Perry, J. Spitale, A. Brahic, J. A. Burns, A. D. Del Genio, L. Dones, C. D. Murray, and S. Squyres. Cassini Observes the Active South Pole of Enceladus. *Science*, 311:1393–1401, March 2006. doi: 10.1126/science.1123013.
- W. L. Quaide and V. R. Oberbeck. Thickness Determinations of the Lunar Surface Layer from Lunar Impact Craters. *Journal of Geophysics Research*, 73:5247, August 1968. doi: 10.1029/JB073i016p05247.
- P. M. Schenk. Crater formation and modification on the icy satellites of Uranus and Saturn - Depth/diameter and central peak occurrence. *Journal of Geophysics Research*, 94:3813–3832, April 1989. doi: 10.1029/JB094iB04p03813.
- P. M. Schenk. Thickness constraints on the icy shells of the galilean satellites from a comparison of crater shapes. *Nature*, 417:419–421, May 2002.
- G. Schubert, J. D. Anderson, B. J. Travis, and J. Palguta. Enceladus: Present internal structure and differentiation by early and long-term radiogenic heating. *Icarus*, 188:345–355, June 2007. doi: 10.1016/j.icarus.2006.12.012.
- D. P. Simonelli, B. J. Buratti, M. D. Hicks, R. H. Brown, R. N. Clark, D. P. Cruikshank, R. Jaumann, T. B. McCord, and R. M. Nelson. The Roughness of Phoebe as Determined by Cassini VIMS. In *AAS/Division for Planetary Sciences Meeting Abstracts #36*, volume 36 of *Bulletin of the American Astronomical Society*, page 1070, November 2004.
- B. A. Smith, L. Soderblom, R. M. Batson, P. M. Bridges, J. L. Inge, H. Masursky, E. Shoemaker, R. F. Beebe, J. Boyce, G. Briggs, A. Bunker, S. A. Collins, C. Hansen, T. V. Johnson, J. L. Mitchell, R. J. Terrile, A. F. Cook, J. N. Cuzzi, J. B. Pollack, G. E. Danielson, A. P. Ingersoll, M. E. Davies, G. E. Hunt, D. Morrison, T. Owen, C. Sagan, J. Veverka, R. Strom, and V. E. Suomi. A new look at the Saturn system - The Voyager 2 images. *Science*, 215:504–537, January 1982. doi: 10.1126/science.215.4532.504.
- E. I. Smith and A. G. Sanchez. Fresh lunar craters: Morphology as a function of diameter, a possible criterion for crater origin. *Modern Geology*, 4:51–59, 1973.
- A. M. Stickle and P. H. Schultz. Investigating Pressure Magnitudes

- at Depth for Oblique Impacts into Layered Targets: Applications to Impacts into Sedimentary Targets. *Meteoritics and Planetary Science Supplement*, 74:5482, September 2011.
- P. C. Thomas. Sizes, shapes, and derived properties of the saturnian satellites after the Cassini nominal mission. *Icarus*, 208:395–401, July 2010. doi: 10.1016/j.icarus.2010.01.025.
- G. Tobie, O. Čadež, and C. Sotin. Solid tidal friction above a liquid water reservoir as the origin of the south pole hotspot on Enceladus. *Icarus*, 196:642–652, August 2008. doi: 10.1016/j.icarus.2008.03.008.
- E. P. Turtle and B. A. Ivanov. Numerical Simulations of Impact Crater Excavation and Collapse on Europa: Implications for Ice Thickness. In *Lunar and Planetary Institute Science Conference Abstracts*, volume 33 of *Lunar and Planetary Inst. Technical Report*, page 1431, March 2002.
- E. P. Turtle and E. Pierazzo. Thickness of a European Ice Shell from Impact Crater Simulations. *Science*, 294:1326–1328, November 2001. doi: 10.1126/science.1062492.
- A. J. Verbiscer and J. Veverka. A photometric study of Enceladus. *Icarus*, 110:155–164, July 1994. doi: 10.1006/icar.1994.1112.
- J. Veverka and L. Wasserman. Effects of surface roughness on the photometric properties of Mars. *Icarus*, 16:281–290, April 1972. doi: 10.1016/0019-1035(72)90073-5.
- R. West, B. Knowles, E. Birath, S. Charnoz, D. di Nino, M. Hedman, P. Helfenstein, A. McEwen, J. Perry, C. Porco, J. Salmon, H. Throop, and D. Wilson. In-flight calibration of the Cassini imaging science sub-system cameras. *Planetary and Space Science*, 58:1475–1488, September 2010. doi: 10.1016/j.pss.2010.07.006.
- G. W. Wetherill. Late heavy bombardment of the moon and terrestrial planets. In *Lunar and Planetary Science Conference Proceedings*, volume 6 of *Lunar and Planetary Science Conference Proceedings*, pages 1539–1561, 1975.

Chapitre 7

Compléments à l'article.

Table des matières

7.1	Navigation des images et extraction des observables	163
7.2	Résultats	166
7.2.1	Étude de la régionalité des propriétés des cratères et du régolithe qui les recouvre	166
7.2.2	Profondeur vs Diamètre	168
7.2.2.1	Régimes de cratérisation	168
7.2.2.2	Relaxation post-impact	171
7.3	Discussion: Mise en perspective de la rhéologie d'Encelade par rapport aux autres corps du système solaire	173
7.3.1	Comparaison aux autres corps du système solaire	173
7.3.2	Implication pour Encelade	176
7.3.3	Contraintes sur les modèles de formation	176

Ce chapitre vise à compléter et rappeler les conclusions importantes de l'article soumis au journal *Icarus*, présentant mon travail sur les cratères d'Encelade afin de le mettre en relation avec la problématique globale de la thèse. Le modèle ayant déjà été décrit en détail au chapitre 5 et dans l'article, je ne reviendrai pas sur ce dernier. En revanche, pour la fluidité de l'article, une partie du travail de réduction de données n'a pas été détaillé. Il me semble nécessaire de préciser certaines parties de ce travail. Enfin les conclusions seront détaillées, les perspectives à plus ou moins long terme de cette étude étant résumées dans le chapitre 11 de ce manuscrit.

7.1 Navigation des images et extraction des observables

Pour ce travail sur Encelade, j'ai utilisé les images de l'instrument ISS-NAC de la sonde *Cassini* (voir chapitre 1). De plus, à l'aide de la combinaison de roues à filtres, une sélection spectrale est possible. Nous avons sélectionné la combinaison de filtres avec lesquels l'instrument ISS/NAC a le plus imagé Encelade, CLR-GRN (pour Clear et Green, centré à 568nm pour une largeur à mi-hauteur d'environ $\pm 50nm$ (Porco et al. (2004))). Bien qu'assez large, ce filtre permet tout de même une sélection spectrale suffisante pour que l'on puisse considérer que

le régolithe a globalement les mêmes propriétés de diffusion à l'intérieur de cet intervalle de longueurs d'onde.

Comme nous l'avons vu dans le chapitre 5, les observables calculables par le modèle sont le facteur de radiance moyen $\langle I/F \rangle$ ainsi que l'écart-type du facteur de radiance à l'intérieur du cratère $\sigma_{I/F}$, pourvu que la géométrie d'observation et d'illumination soit connue. Afin d'ajuster les paramètres du modèles, et ainsi mesurer la profondeur des cratères, il est par conséquent nécessaire d'extraire $\langle I/F \rangle$ et $\sigma_{I/F}$ des images, ainsi que la géométrie précise de la scène.

Toute la difficulté vient de la précision de la navigation des images. En effet, bien que les positions théoriques des cratères référencés par l'USGS¹ soient très précises, la précision de la navigation de la sonde est parfois insuffisante pour extraire correctement les observables nécessaires. La figure 7.1 illustre cet effet.

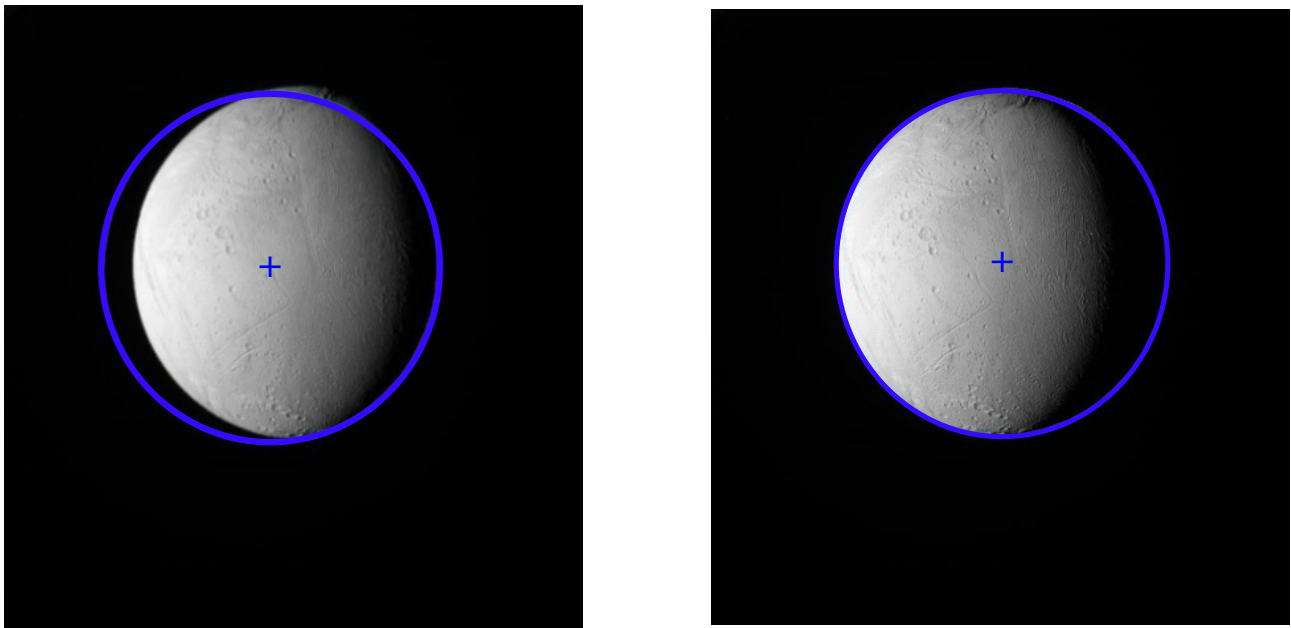


FIGURE 7.1 – Illustration de l'effet d'erreur de navigation sur l'image ISS/NAC N1489034080_2. La figure de gauche montre la position théorique d'Encelade calculée à partir des éphémérides de du JPL/NASA superposée à l'image d'Encelade. La figure de droite montre la position théorique d'Encelade une fois la correction de navigation effectuée.

Pour corriger la navigation, nous utilisons un logiciel interne à l'équipe LADP (Laboratoire Anneaux Disques et Planètes du CEA/Saclay) nommé CIA. Afin de naviguer correctement les images un décalage est appliqué jusqu'à faire correspondre la position théorique du satellite à celle de l'image (ce décalage est supposé être dû à l'incertitude sur le pointage de l'instrument). La matrice de rotation à appliquer au champ de vue théorique est ainsi déterminée, permettant d'effectuer plus précisément, les calculs de navigation pour chaque pixel de l'image : c'est l'étape de "re-navigation au limbe". Cette étape nécessaire de re-navigation nécessite la présence du limbe ou d'une partie du limbe sur l'image ce qui limite la résolution d'image accessible.

On construit par ce biais un cube composé de six plans nommé géocube dont chaque plan correspond à l'information physique ou géométrique suivante pour chaque pixel (figures 7.2,

1. <http://planetarynames.wr.usgs.gov/SearchResults?target=ENCELADUS&featureType=Crater,%20craters>

7.3, 7.4, 7.5, 7.6 et 7.7) :

- Le facteur de radiance local I/F
- La longitude "Encelado-centrique"
- La latitude "Encelado-centrique"
- L'angle d'incidence local i
- L'angle d'émergence local e
- L'angle de phase local α

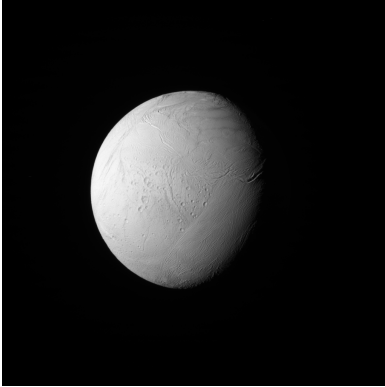


FIGURE 7.2 – Facteur de radiance I/F associé à l'image naviguée N1500045793_2.

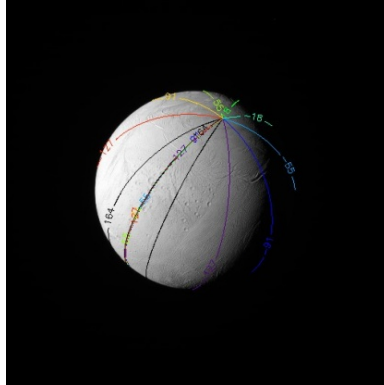


FIGURE 7.3 – Longitude Enceladocentrique.

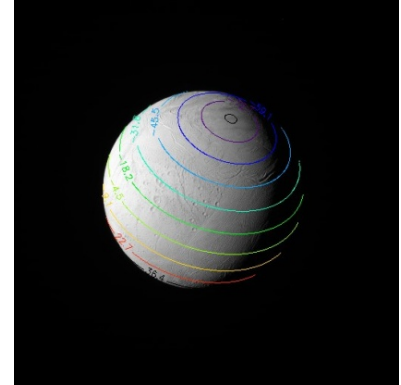


FIGURE 7.4 – Latitude Enceladocentrique.

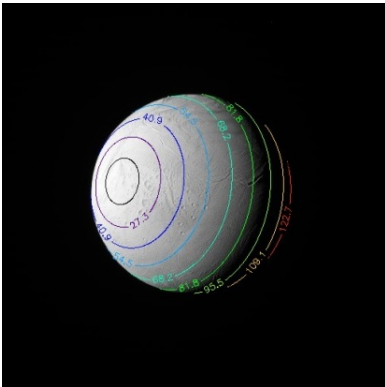


FIGURE 7.5 – Angle d'incidence i .

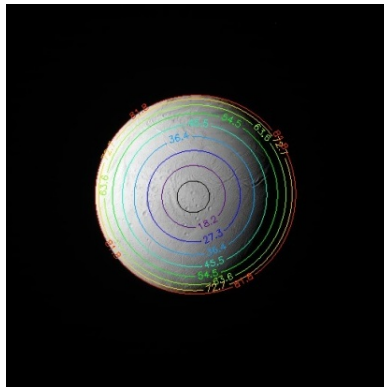


FIGURE 7.6 – Angle d'émergence e .

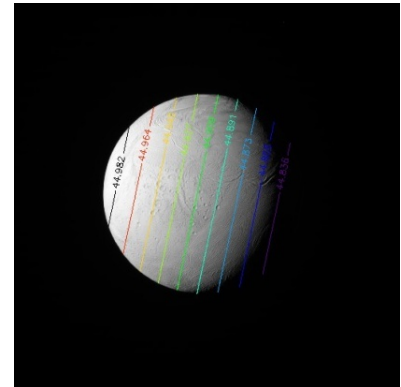


FIGURE 7.7 – Angle de Phase α .

Malgré la navigation des images par la méthode exposée précédemment, les mouvements de libration d'Encelade, non-inclus dans les éphémérides NASA/JPL, décalent légèrement la position réelle du cratère recherché de manière non-uniforme en longitude et en latitude. En effet, les position théoriques des cratères référencées sur l'USGS sont déterminées pour une date donnée. Ces mouvements de librations sont de l'ordre de quelques dixièmes de degrés pour chaque direction, sur des périodes de 1.4 jours, 3 ans 11mois et 11 ans ([Rambaux et al. \(2010\)](#)) ce qui peut être conséquent lorsqu'on cherche à étudier des cratères de quelques kilomètres de diamètre sur un intervalle de temps de plusieurs années. De plus, le logiciel que nous utilisons, fait l'hypothèse implicite que les satellites sont sphériques et non ellipsoïdes, ce qui induit une légère erreur supplémentaire sur la position des cratères. La figure 7.8 illustre un exemple de

décalage résiduel existant après la "re-navigation au limbe".

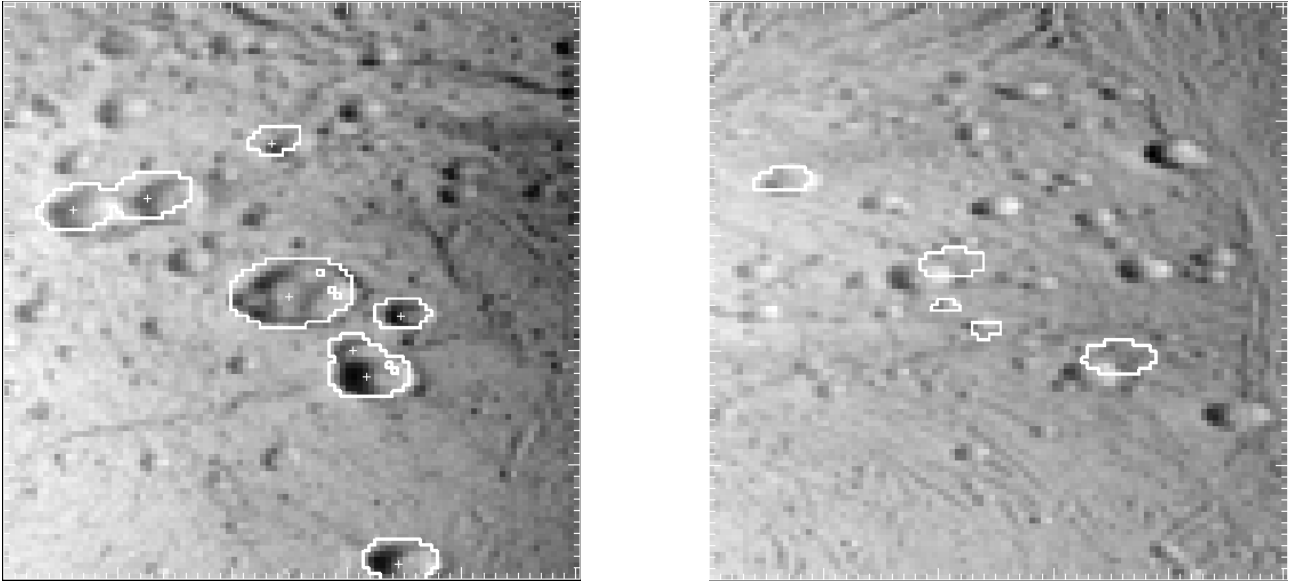


FIGURE 7.8 – Superposition de la position théorique des cratères avec leur position observée sur l'image ISS N1489034080_2. Deux zones ont été agrandies, celle autour de Zumurrud (grand cratère de 21km au centre de la figure de gauche) et celle autour de Otbah (9.4km), Jansha (9.8km), et Perizadah (10.5km) (la diagonale de gauche à droite de la figure de droite).

Afin de m'affranchir de ces décalages résiduels, j'ai développé un logiciel qui permet de repositionner manuellement les positions théoriques des cratères avec leurs positions réelles puis d'extraire les pixels appartenant à ces cratères. Bien que manuelle et fastidieuse, cette procédure est primordiale dans l'extraction des observables pertinentes à notre étude. Naviguer les images directement à l'aide des cratères par détection automatique de ces derniers est une des perspectives qu'il serait intéressant de développer dans le cadre d'un stage d'ingénieur ou de Master.

7.2 Résultats

7.2.1 Étude de la régionalité des propriétés des cratères et du régolithe qui les recouvre

La figure 7.9 présente l'ensemble des propriétés que nous avons extraits des ajustements pour les 75 cratères sélectionnés. Le tableau 7.1 résume ces mêmes résultats.

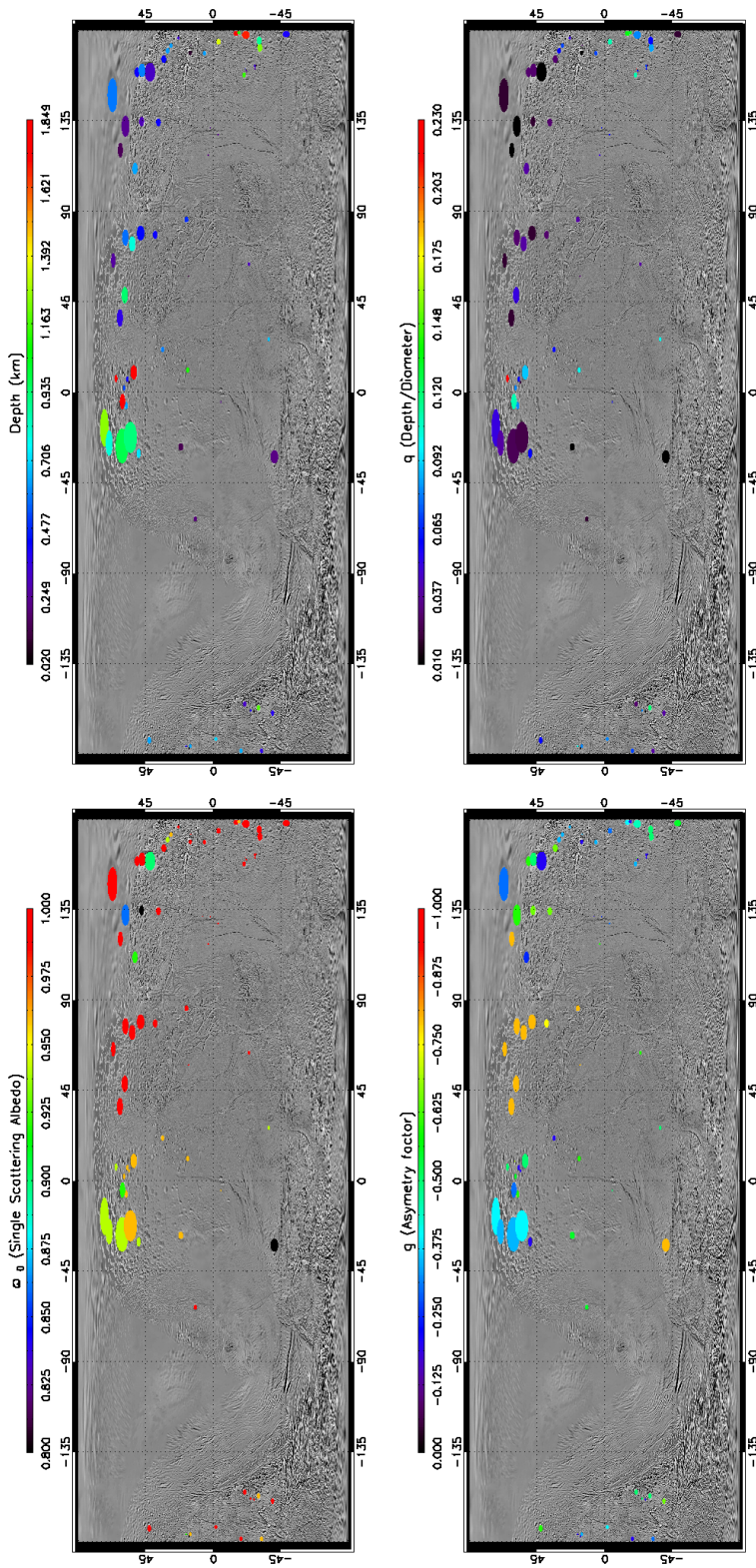


FIGURE 7.9 – Carte des paramètres physiques calculés pour notre échantillon de 75 cratères: (a) Albédo de simple diffusion (ω_0), (b) Paramètre d'asymétrie de diffusion (g), (c) Profondeur et (d) Rapport d'aspect (*profondeur/diamètre*: q). Les cartes sont en projection rectangulaire (0° longitude au centre). Les longitudes sont en degrés Est. La carte d'Encelade utilisée pour le fond est extraite de [Roatsch et al. \(2008\)](#). La résolution est de 0.35° en longitude et latitude (≈ 1.5 km par pixel à l'équateur). Les valeurs des paramètres (ω_0 , g , d , q) sont symbolisées sur chaque cratère par la couleur dont l'échelle est indiquée par la barre de couleurs.

Bien qu'il semble émerger une légère régionalité des propriétés du régolithe (ω_0 et g), il n'est en réalité pas possible de quantifier cette dernière. En effet, du fait des incertitudes qui entachent la détermination de ces paramètres, notamment celui d'asymétrie de diffusion, une conclusion rigoureuse n'est pas possible. De plus, comme nous l'avons vu dans le chapitre 2, relier de si faibles différences de g à une propriété physique du régolithe n'est pas évident et ne sera donc pas commenté.

La carte de rapport d'aspect quant à elle semble indiquer que les cratères autour de Zumurrud (entre $[150^\circ-180^\circ]$ longitude et $[-40^\circ-0^\circ]$ latitude) ont des rapports d'aspects plus élevés que partout ailleurs sur Encelade. Les différences étant réellement faibles compte tenu des barres d'erreurs, je ne vois pas d'explication permettant d'expliquer ce fait. Néanmoins, on observe que les cratères de grand diamètre ont globalement tendance à avoir un rapport d'aspect plus faible que les plus petits cratères. C'est la trace de régimes de cratérisation différents selon la taille de l'impacteur. Nous développons cette idée dans la section suivante.

7.2.2 Profondeur vs Diamètre

7.2.2.1 Régimes de cratérisation

Le phénomène de cratérisation est défini comme la création d'un cratère lorsqu'un corps impacte un satellite ou une planète tellurique. Les propriétés de ce cratère résultent des effets conjoints de la masses des deux corps (et ainsi de la gravité de surface du corps impacté), de la vitesse de l'impacteur, de l'angle d'impact, du rapport des masses volumiques, ainsi que des propriétés de cohésion et de viscosité des deux corps (Fink et al. (1984), Chapman and McKinnon (1986), Melosh (1989)). La stratigraphie et la taille du corps impacté change aussi la forme du cratère d'impact (Turtle and Pierazzo (2001), Schenk (2002), Miljkovic et al. (2011)), voir l'article de Dones et al. (2009).

Du point de vue morphologique, il existe trois familles de cratères : simples, complexes et larges bassins d'impact. Me concentrant sur Encelade, corps sur lequel aucun bassin d'impact évident n'est observé (Schenk and McKinnon (2009)), je ne m'intéresse qu'aux familles de cratères simples et complexes (voir figure 7.12). Les cratères simples sont reconnaissables à leur forme paraboloidale tandis que les cratères complexes sont caractérisés par la présence de pic central, de terrasse d'effondrement, d'anneaux concentriques. L'évolution de la profondeur des cratères d'Encelade que nous avons extrait par notre étude, en fonction de leurs diamètres révèle que les cratères complexes ont un rapport d'aspect plus faible que les cratères simples. De plus, une analyse visuelle de ces cratères montre que tous les cratères complexes ont un diamètre plus grands que les cratères simples. Le diamètre à partir duquel les cratères deviennent complexes est appelé diamètre de transition (Ligne verticale verte sur la figure 7.12, voir Chapman and McKinnon (1986)). Pour comprendre l'origine de cette transition il est nécessaire de décrire rapidement la physique des impacts.

Lors d'un impact, le sol du corps impacté se déforme sous l'effet de l'impacteur. Ce dernier a deux effets principaux : l'excavation et l'augmentation d'énergie interne du matériel impacté. L'énergie cinétique de l'impacteur est transférée au milieu impacté par compression ce qui fait fondre et vaporiser l'impacteur et une partie de l'impacté. Le résidu d'énergie cinétique est dissipé par l'excavation du cratère à l'aide d'ondes de chocs creusant ainsi ce qu'on appelle la *cavité transitoire*. La forme finale du cratère dépend ensuite de la façon dont il s'affaisse et donc

Cratère	D (en km)	d (en km)	q ($\frac{d}{D}$)	g	$\tilde{\omega}_0$	Cratère	D (en km)	d (en km)	q ($\frac{d}{D}$)	g	$\tilde{\omega}_0$
AY1	10.50	$0.630^{+0.597}_{-0.255}$	$0.060^{+0.056}_{-0.024}$	$-0.35^{+0.156}_{-0.196}$	$0.940^{+0.031}_{-0.091}$	AY2	9.000	$0.630^{+0.310}_{-0.255}$	$0.070^{+0.034}_{-0.028}$	$-0.35^{+0.153}_{-0.197}$	$0.960^{+0.008}_{-0.083}$
AY3	7.000	$0.350^{+0.139}_{-0.135}$	$0.050^{+0.019}_{-0.019}$	$-0.35^{+0.166}_{-0.259}$	$0.990^{+0.009}_{-0.000}$	AY4	9.500	$0.095^{+0.016}_{-0.095}$	$0.010^{+0.001}_{-0.010}$	$-0.20^{+0.010}_{-0.100}$	$0.999^{+0.000}_{-0.006}$
AY5	3.000	$0.090^{+0.044}_{-0.034}$	$0.030^{+0.014}_{-0.011}$	$-0.35^{+0.190}_{-0.383}$	$0.990^{+0.010}_{-0.000}$	AY6	4.000	$0.400^{+0.082}_{-0.002}$	$0.100^{+0.020}_{-0.000}$	$-0.20^{+0.006}_{-0.153}$	$0.920^{+0.051}_{-0.065}$
AY7	4.000	$0.040^{+0.038}_{-0.040}$	$0.010^{+0.009}_{-0.010}$	$-0.20^{+0.011}_{-0.363}$	$0.800^{+0.136}_{-0.19}$	AY8	8.000	$0.640^{+0.443}_{-0.253}$	$0.080^{+0.055}_{-0.031}$	$-0.35^{+0.154}_{-0.190}$	$0.960^{+0.005}_{-0.055}$
Ahmad	18.70	$0.935^{+0.192}_{-0.321}$	$0.050^{+0.010}_{-0.017}$	$-0.80^{+0.031}_{-0.200}$	$0.990^{+0.003}_{-0.000}$	Ajib	15.20	$0.152^{+0.016}_{-0.152}$	$0.010^{+0.001}_{-0.010}$	$-0.80^{+0.029}_{-0.200}$	$0.990^{+0.010}_{-0.000}$
Al-Bakbuk	9.000	$0.630^{+0.334}_{-0.193}$	$0.070^{+0.037}_{-0.021}$	$-0.35^{+0.156}_{-0.231}$	$0.999^{+0.000}_{-0.003}$	Al-Haddar	14.00	$0.420^{+0.238}_{-0.176}$	$0.030^{+0.017}_{-0.012}$	$-0.60^{+0.170}_{-0.150}$	$0.999^{+0.001}_{-0.009}$
Al-Kuz	9.300	$0.651^{+0.300}_{-0.315}$	$0.070^{+0.032}_{-0.033}$	$-0.20^{+0.011}_{-0.099}$	$0.999^{+0.000}_{-0.008}$	Al-Mustazi	10.30	$1.133^{+0.331}_{-0.369}$	$0.110^{+0.032}_{-0.035}$	$-0.35^{+0.160}_{-0.221}$	$0.992^{+0.005}_{-0.002}$
Aladdin	37.40	$2.618^{+1.059}_{-0.515}$	$0.070^{+0.028}_{-0.013}$	$-0.35^{+0.110}_{-0.177}$	$0.940^{+0.020}_{-0.022}$	Ali-Baba	39.20	$3.136^{+0.799}_{-0.566}$	$0.080^{+0.020}_{-0.014}$	$-0.40^{+0.178}_{-0.083}$	$0.960^{+0.000}_{-0.021}$
Aziz	11.00	$1.100^{+0.239}_{-0.351}$	$0.100^{+0.021}_{-0.031}$	$-0.60^{+0.125}_{-0.071}$	$0.960^{+0.004}_{-0.031}$	BF1	8.000	$1.840^{+0.006}_{-1.098}$	$0.230^{+0.000}_{-0.137}$	$-0.50^{+0.163}_{-0.085}$	$0.940^{+0.021}_{-0.030}$
BF2	8.000	$0.640^{+0.115}_{-0.221}$	$0.080^{+0.021}_{-0.027}$	$-0.60^{+0.221}_{-0.151}$	$0.960^{+0.002}_{-0.014}$	BF3	2.000	$0.020^{+0.003}_{-0.020}$	$0.010^{+0.001}_{-0.010}$	$-0.70^{+0.254}_{-0.300}$	$0.800^{+0.061}_{-0.19}$
BF4	6.500	$0.520^{+0.131}_{-0.174}$	$0.080^{+0.020}_{-0.026}$	$-0.55^{+0.208}_{-0.176}$	$0.960^{+0.001}_{-0.019}$	BF5	4.000	$0.080^{+0.107}_{-0.034}$	$0.020^{+0.026}_{-0.008}$	$-0.20^{+0.030}_{-0.387}$	$0.960^{+0.014}_{-0.115}$
BF6	7.000	$0.420^{+0.306}_{-0.160}$	$0.060^{+0.043}_{-0.022}$	$-0.20^{+0.032}_{-0.230}$	$0.960^{+0.005}_{-0.065}$	BF7	12.00	$0.720^{+0.291}_{-0.246}$	$0.060^{+0.024}_{-0.020}$	$-0.20^{+0.007}_{-0.164}$	$0.940^{+0.021}_{-0.027}$
Bahman	10.30	$0.206^{+0.125}_{-0.029}$	$0.020^{+0.012}_{-0.002}$	$-0.55^{+0.379}_{-0.183}$	$0.990^{+0.009}_{-0.008}$	Behram	13.70	$1.849^{+0.552}_{-0.657}$	$0.135^{+0.040}_{-0.048}$	$-0.40^{+0.169}_{-0.159}$	$0.997^{+0.002}_{-0.002}$
Cassim	3.000	$0.090^{+0.037}_{-0.038}$	$0.030^{+0.012}_{-0.012}$	$-0.20^{+0.025}_{-0.208}$	$0.999^{+0.000}_{-0.005}$	Dalilah	16.00	$0.640^{+0.591}_{-0.334}$	$0.040^{+0.036}_{-0.020}$	$-0.25^{+0.056}_{-0.141}$	$0.920^{+0.047}_{-0.081}$
Duban	19.00	$0.570^{+0.207}_{-0.313}$	$0.030^{+0.010}_{-0.016}$	$-0.80^{+0.151}_{-0.200}$	$0.990^{+0.002}_{-0.000}$	Dunyazad	30.90	$0.309^{+0.041}_{-0.309}$	$0.010^{+0.001}_{-0.010}$	$-0.20^{+0.006}_{-0.063}$	$0.900^{+0.066}_{-0.086}$
Ghanim	13.90	$0.417^{+0.065}_{-0.146}$	$0.030^{+0.004}_{-0.010}$	$-0.75^{+0.300}_{-0.250}$	$0.990^{+0.007}_{-0.000}$	HS1	2.000	$0.020^{+0.001}_{-0.020}$	$0.010^{+0.000}_{-0.010}$	$-0.20^{+0.024}_{-0.219}$	$0.990^{+0.002}_{-0.000}$
HS2	4.000	$0.200^{+0.070}_{-0.069}$	$0.050^{+0.017}_{-0.017}$	$-0.60^{+0.413}_{-0.400}$	$0.999^{+0.000}_{-0.001}$	HS3	4.000	$0.240^{+0.126}_{-0.065}$	$0.060^{+0.031}_{-0.016}$	$-0.25^{+0.076}_{-0.319}$	$0.999^{+0.000}_{-0.001}$
HS4	4.000	$0.240^{+0.105}_{-0.086}$	$0.060^{+0.026}_{-0.021}$	$-0.30^{+0.146}_{-0.479}$	$0.999^{+0.000}_{-0.003}$	Harun	13.90	$0.417^{+0.211}_{-0.150}$	$0.030^{+0.015}_{-0.010}$	$-0.65^{+0.214}_{-0.084}$	$0.994^{+0.006}_{-0.004}$
Hassan	14.50	$1.232^{+0.419}_{-0.245}$	$0.085^{+0.028}_{-0.016}$	$-0.50^{+0.200}_{-0.162}$	$0.999^{+0.002}_{-0.005}$	Hisham	22.10	$0.442^{+0.283}_{-0.153}$	$0.020^{+0.012}_{-0.006}$	$-0.80^{+0.061}_{-0.200}$	$0.990^{+0.003}_{-0.000}$
Ishak	14.40	$0.288^{+0.173}_{-0.065}$	$0.020^{+0.012}_{-0.004}$	$-0.65^{+0.185}_{-0.098}$	$0.800^{+0.123}_{-0.19}$	Jaafar	9.900	$0.594^{+0.645}_{-0.178}$	$0.060^{+0.065}_{-0.017}$	$-0.20^{+0.041}_{-0.569}$	$0.960^{+0.004}_{-0.056}$
Jansha	9.800	$1.176^{+0.632}_{-0.791}$	$0.120^{+0.064}_{-0.080}$	$-0.50^{+0.185}_{-0.122}$	$0.960^{+0.002}_{-0.038}$	Julnar	19.00	$1.710^{+0.459}_{-0.576}$	$0.090^{+0.024}_{-0.030}$	$-0.50^{+0.319}_{-0.126}$	$0.960^{+0.001}_{-0.029}$
Kamar	22.00	$0.220^{+0.495}_{-0.220}$	$0.010^{+0.024}_{-0.010}$	$-0.80^{+0.027}_{-0.200}$	$0.800^{+0.006}_{-0.19}$	Kasim	10.70	$0.642^{+0.460}_{-0.248}$	$0.060^{+0.043}_{-0.023}$	$-0.60^{+0.280}_{-0.167}$	$0.997^{+0.003}_{-0.007}$
Khusrau	12.30	$1.353^{+0.387}_{-0.488}$	$0.110^{+0.031}_{-0.039}$	$-0.30^{+0.110}_{-0.170}$	$0.995^{+0.000}_{-0.008}$	MS1	20.00	$0.400^{+0.285}_{-0.061}$	$0.020^{+0.014}_{-0.003}$	$-0.55^{+0.195}_{-0.125}$	$0.999^{+0.000}_{-0.002}$
Maaruf	6.800	$0.680^{+0.292}_{-0.292}$	$0.100^{+0.042}_{-0.040}$	$-0.50^{+0.204}_{-0.162}$	$0.940^{+0.026}_{-0.058}$	Masrur	13.00	$0.260^{+0.243}_{-0.053}$	$0.020^{+0.018}_{-0.004}$	$-0.80^{+0.223}_{-0.200}$	$0.990^{+0.003}_{-0.000}$
Morgiana	14.30	$0.429^{+0.108}_{-0.175}$	$0.030^{+0.007}_{-0.012}$	$-0.65^{+0.112}_{-0.131}$	$0.999^{+0.000}_{-0.001}$	Musa	25.00	$1.250^{+0.926}_{-0.322}$	$0.050^{+0.037}_{-0.012}$	$-0.40^{+0.182}_{-0.164}$	$0.940^{+0.033}_{-0.064}$
Mustafa	14.70	$0.882^{+0.559}_{-0.118}$	$0.060^{+0.038}_{-0.008}$	$-0.50^{+0.209}_{-0.203}$	$0.995^{+0.004}_{-0.003}$	Omar	12.00	$0.480^{+0.075}_{-0.200}$	$0.040^{+0.006}_{-0.016}$	$-0.80^{+0.200}_{-0.200}$	$0.990^{+0.005}_{-0.000}$
Otbah	9.400	$0.376^{+0.195}_{-0.190}$	$0.040^{+0.020}_{-0.020}$	$-0.65^{+0.172}_{-0.141}$	$0.991^{+0.008}_{-0.001}$	PA1	5.000	$0.400^{+0.118}_{-0.097}$	$0.080^{+0.023}_{-0.019}$	$-0.50^{+0.322}_{-0.287}$	$0.990^{+0.009}_{-0.000}$
PA2	4.000	$0.040^{+0.028}_{-0.040}$	$0.010^{+0.007}_{-0.010}$	$-0.20^{+0.033}_{-0.406}$	$0.999^{+0.000}_{-0.008}$	Parwez	14.60	$0.146^{+0.114}_{-0.146}$	$0.010^{+0.007}_{-0.010}$	$-0.55^{+0.206}_{-0.245}$	$0.960^{+0.002}_{-0.019}$
Peri-Banu	18.00	$0.360^{+0.204}_{-0.050}$	$0.020^{+0.011}_{-0.002}$	$-0.80^{+0.123}_{-0.200}$	$0.990^{+0.006}_{-0.000}$	Perizadah	10.50	$0.315^{+0.123}_{-0.127}$	$0.030^{+0.011}_{-0.012}$	$-0.50^{+0.203}_{-0.186}$	$0.993^{+0.006}_{-0.003}$
Rayya	9.000	$0.360^{+0.304}_{-0.154}$	$0.040^{+0.033}_{-0.017}$	$-0.30^{+0.114}_{-0.245}$	$0.960^{+0.002}_{-0.011}$	Sabur	7.600	$0.304^{+0.121}_{-0.097}$	$0.040^{+0.015}_{-0.012}$	$-0.60^{+0.190}_{-0.157}$	$0.999^{+0.000}_{-0.007}$
Salih	4.000	$0.240^{+0.209}_{-0.120}$	$0.060^{+0.052}_{-0.030}$	$-0.50^{+0.500}_{-0.500}$	$0.960^{+0.040}_{-0.03}$	Samad	16.30	$1.793^{+1.156}_{-0.816}$	$0.110^{+0.070}_{-0.050}$	$-0.30^{+0.115}_{-0.219}$	$0.920^{+0.038}_{-0.043}$
Shahrazad	20.00	$0.600^{+0.352}_{-0.211}$	$0.030^{+0.017}_{-0.010}$	$-0.50^{+0.172}_{-0.123}$	$0.999^{+0.000}_{-0.004}$	Shahryar	24.00	$0.240^{+0.295}_{-0.240}$	$0.010^{+0.012}_{-0.010}$	$-0.60^{+0.146}_{-0.147}$	$0.860^{+0.114}_{-0.054}$
Shakashik	8.500	$1.105^{+0.652}_{-0.463}$	$0.130^{+0.076}_{-0.054}$	$-0.20^{+0.007}_{-0.144}$	$0.960^{+0.002}_{-0.040}$	Sharrkan	3.700	$0.111^{+0.031}_{-0.043}$	$0.030^{+0.008}_{-0.011}$	$-0.80^{+0.608}_{-0.200}$	$0.990^{+0.009}_{-0.000}$
Shirin	8.700	$0.696^{+0.227}_{-0.226}$	$0.080^{+0.026}_{-0.026}$	$-0.40^{+0.205}_{-0.210}$	$0.993^{+0.006}_{-0.003}$	Sindbad	29.10	$0.582^{+0.141}_{-0.582}$	$0.020^{+0.004}_{-0.020}$	$-0.30^{+0.108}_{-0.294}$	$0.999^{+0.001}_{-0.009}$
Yunan	19.70	$0.788^{+0.107}_{-0.228}$	$0.040^{+0.005}_{-0.011}$	$-0.80^{+0.197}_{-0.200}$	$0.990^{+0.003}_{-0.000}$	ZA1	2.000	$0.440^{+0.019}_{-0.002}$	$0.220^{+0.009}_{-0.001}$	$-0.55^{+0.049}_{-0.092}$	$0.996^{+0.003}_{-0.000}$
ZA2	4.000	$0.240^{+0.107}_{-0.112}$	$0.060^{+0.026}_{-0.028}$	$-0.20^{+0.038}_{-0.483}$	$0.990^{+0.008}_{-0.000}$	ZA3	4.500	$0.270^{+0.114}_{-0.091}$	$0.060^{+0.025}_{-0.020}$	$-0.20^{+0.040}_{-0.526}$	$0.999^{+0.000}_{-0.003}$
ZA4	5.000	$0.350^{+0.114}_{-0.121}$	$0.070^{+0.022}_{-0.024}$	$-0.20^{+0.038}_{-0.519}$	$0.997^{+0.002}_{-0.007}$	Zaynab	20.00	$0.800^{+0.611}_{-0.265}$	$0.040^{+0.030}_{-0.013}$	$-0.35^{+0.159}_{-0.173}$	$0.940^{+0.027}_{-0.096}$
Zumurrud	21.00	$1.680^{+0.617}_{-0.470}$	$0.080^{+0.029}_{-0.022}$	$-0.45^{+0.152}_{-0.127}$	$0.997^{+0.002}_{-0.002}$						

TABLE 7.1 – Résumé des résultats des ajustements pour les 75 cratères sélectionnés pour notre étude. Les erreurs indiquées sur les paramètres correspondent aux incertitudes à 1σ sur les ajustements.

du matériau formant la croûte du corps impacté.

Le comportement du sol lors de l'impact est décrit dans le cadre du modèle rhéologique de [Bingham \(1929\)](#), qui mêle plasticité et élasticité du milieu. Contrairement à un fluide Newtonien, un fluide dit de Bingham ne s'écoule qu'une fois passé un seuil de contrainte de cisaillement. En dessous de ce seuil le milieu est plastique (il peut se déformer mais sans se rompre) et devient fluide au delà. Le seuil de cisaillement est caractérisé par la *cohésion effective* du milieu noté ' c ' en Pa (qui s'apparente à la pression nécessaire que doit subir le milieu pour commencer à se comporter comme un fluide). La diffusion de quantité de mouvement au sein du milieu déformable une fois le seuil de cisaillement dépassé, est quant à elle caractérisée par la *viscosité effective* ' η_{eff} '. Dans le cas d'un impact, si l'énergie cinétique n'est pas suffisante pour dépasser le seuil de cisaillement et la cohésion due à la gravité du corps impacté, alors la forme de la cavité transitoire est conservée. Seule l'effondrement des bords du cratère vers l'intérieur change légèrement la forme du cratère jusqu'à obtenir un cratère paraloïdal, simple. Ce seuil de cisaillement au delà duquel un cratère devient complexe est donné par la formule ([Melosh \(1989\)](#)):

$$\frac{\rho \cdot g \cdot H_T}{c} \geq 5 \quad (7.1)$$

où ρ est la masse volumique du milieu impacté (en $kg \cdot m^{-3}$), g la gravité de surface du corps impacté (en $m \cdot s^{-2}$), et H_T la profondeur de transition (en m), (profondeur correspondant au diamètre de transition indiqué sur la figure 7.12).

Si l'énergie est suffisante pour dépasser le seuil de cisaillement, le milieu impacté est fluidifié sur une zone d'environ 0.75 fois le diamètre de la cavité transitoire, par propagation d'ondes acoustiques aussi appelée ondes de fluidification dans ce cas ([Melosh \(1989\)](#)). Le comportement fluide permet alors au milieu d'osciller sous l'effet des ondes acoustiques et de créer des structures telles que des anneaux et/ou un pic central. Ce nombre d'oscillation(s) est donné par l'équation 7.2

$$N = \frac{1}{\pi} \left[\left(0.75 g \rho^2 \lambda^3 / \eta_{eff}^2 \right) - 1 \right]^{0.5} \ln \left\{ \left(\frac{R}{5\sqrt{(3)}} \frac{\rho g H}{\lambda c} \right) \right\} \quad (7.2)$$

où R est le rayon de la cavité transitoire, assimilé au rayon du cratère final et λ le rayon de la zone fluidifiée.

En inversant cette équation en se plaçant dans le cas transitoire entre cratère simple et complexe, $N = 1$ (la création du pic central correspond à une seule oscillation), $\lambda = 0.75 D_T$ et $(\rho g H)/c = 5$ (d'après l'équation 7.1) d'où:

$$\eta_{eff} \approx 0.16 \times g^{1/2} \times \rho \times D_T^{3/2} \quad (7.3)$$

Ainsi on lie directement la profondeur et le diamètre de transition du corps impacté (accessibles grâce à notre étude) aux propriétés rhéologiques de la croûte η_{eff} et c (g et ρ étant connus par ailleurs).

Tout le raisonnement effectué précédemment est exact lorsque le processus d'impact est terminé. Il ne prend pas en compte des possibles changements morphologiques "indépendants" du processus d'impact ayant lieu entre l'époque de cratérisation et l'observation, telle que la relaxation.

7.2.2.2 Relaxation post-impact

Si l'on reprend l'image du cratère Ali-Baba (voir figure 7.10) on constate que le rebond central est bien plus important qu'un simple pic, celui-ci occupe pratiquement les 2/3 de la surface du cratère. Pour le cratère Aladdin (au centre de la vignette), la largeur du rebond correspond à environ 1/3 du diamètre du cratère. De plus, le profil de hauteur de ces cratères indique que le rebond central est plus haut que les bords du cratères (voir figure 7.11).

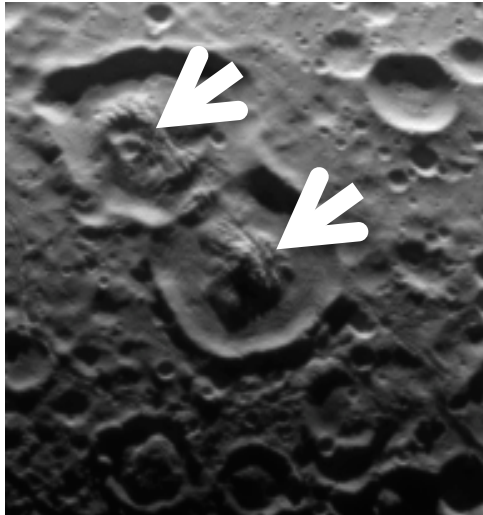


FIGURE 7.10 – Vignette des cratères Ali-Baba (en haut) et Aladdin (au centre) (centrée en longitude -26.6° latitude 60.7° 37.4km de diamètre).

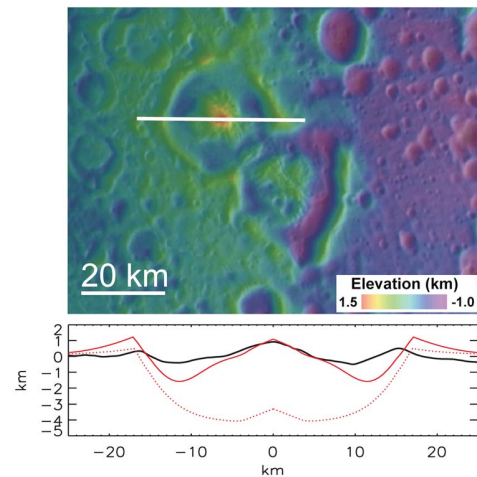


FIGURE 7.11 – Extraction stereographique contrôlée par photoclinoétrie de la même zone que la figure 7.10. La coupe indiquée en blanc sur l'image est représentée dans le graphique du dessous. Le profil topographique extrait correspond à la courbe noire, les autres relevant de modèles de relaxations après cratérisation. Figure tirée de [Bland et al. \(2012\)](#).

Ces déformations importantes ne sont pas des processus ayant lieu lors de l'impact, mais sont créées par des processus post-impacts. Selon les derniers modèles en date, l'ensemble de ces phénomènes sont liés au mécanisme de relaxation elasto-visco-plastique (voir [Zhong et al. \(2003\)](#), [Dombard and McKinnon \(2006\)](#), [Robuchon et al. \(2011\)](#), [Bland et al. \(2012\)](#)). Plusieurs mécanismes sont pris en compte: La disparition de la masse présente autrefois à la place du cratère d'impact provoque un rebond isostatique. Les sous-couches plus profondes ont tendance à remonter du fait de la pression plus forte en profondeur qu'à la surface. De plus, la présence d'un flux thermique provenant de l'intérieur du corps impacté vers la surface du satellite, chauffe la surface du cratère ce qui rend plus ductile le matériau de surface et tend à modifier la forme globale du cratère. À ces mécanismes il faut ajouter l'érosion des bords du cratère qui par éboulements remplis les zones plus proches du centre du cratère et change ainsi son rapport d'aspect. Enfin, dans le cas d'Encelade en particulier, l'anneau E d'une part et les éjections de matière depuis le pôle sud d'autre part, remplissent les cratères au fil du temps. Il a été montré par [Kirchoff and Schenk \(2009\)](#) que ce remplissage de cratère change la distribution de taille de cratère, effaçant notamment une grande partie de ceux dont le diamètre est inférieur à 2km.

Dans le cadre de notre étude, nous ne nous intéressons pas aux cratères inférieurs à 4km de

diamètre (nous n'avons pas la résolution suffisante pour cela). Nous sommes par conséquent plus susceptible d'être impacté par les effets de relaxations elasto-visco-elastiques que par les autres. Or, pour quantifier la relaxation post-impact il est nécessaire de connaître quatre informations: l'époque de l'impact, la forme initiale du cratère après impact, le flux thermique existant depuis l'époque de cratérisation, la forme actuelle du cratère. Dans notre cas, nous ne connaissons que la dernière information. En général, il est usuel de faire l'hypothèse que le flux thermique est constant au cours de temps et que les formes initiales des cratères sont données par une loi d'échelle dépendant de la taille moyenne des cratères de Ganymède (voir [Bland et al. \(2012\)](#) et [Robuchon et al. \(2011\)](#)). L'approche générale est d'inverser la question en donnant les durées nécessaires pour relaxer un cratère en fonction du flux thermique et de comparer aux âges prédits par les taux de comptage des cratères.

Cette approche fait l'hypothèse implicite que tous les corps glacés ont des propriétés rhéologiques identiques. De plus, elle ne prend pas du tout en compte les possibles fluctuations de flux thermique au cours de l'histoire du corps impacté. Le but principal de mon travail sur Encelade étant d'étudier ces propriétés rhéologiques, il n'est plus possible de faire ces hypothèses. Par conséquent, l'approche utilisée, inspirée de [Singer et al. \(2012\)](#), est de considérer que les cratères dont le rapport d'aspect est le plus élevé (pour un diamètre donné) sont "les plus frais" et par conséquent faiblement ou pas relaxés. C'est de cette façon que je détermine les deux régimes de cratérisation représentés par les courbes bleue et rouge respectivement (voir figure 7.12) et par conséquent la hauteur et le diamètre de transition.

Par conséquent, afin de déterminer les valeurs des diamètre et profondeur de transition d'Encelade et ainsi d'évaluer les paramètres rhéologiques de ce corps, l'évolution de la profondeur des cratères, sélectionnés et mesurés par notre étude, en fonction de leur diamètre a été tracée (voir figure 7.12).

Sur ce graphique, chaque cratère est représenté par un point, les barres d'erreurs correspondent à la détermination de la profondeur à 1σ dans l'espace des paramètres. La description de la nomenclature utilisée est décrite dans la légende de cette figure. Pour déterminer le diamètre de transition, nous avons ajusté à l'aide d'une loi de puissance l'évolution de la profondeur des cratères simples, les moins relaxés (rapport d'aspect les plus grands) en fonction de leur diamètre et de même la profondeur des cratères complexes en fonction de leur diamètre. Les valeurs utilisées pour Ali-Baba et Aladdin ont été déterminées à l'aide de la technique photogramétrique décrite dans l'article. L'intersection entre ces deux régimes définit le diamètre et la profondeur de transition d'Encelade, mesurées pour la première fois pour ce corps, respectivement $18.4^{+7.9}_{-4.6}$ km et $1.8^{+0.7}_{-0.5}$ km. Ce diamètre de transition est tout à fait compatible avec la valeur évaluée par [Schenk \(1989\)](#) 15 ± 5 km. Ce diamètre de transition étant déterminé par inspection visuelle de la présence ou non de pic central, [Schenk \(1989\)](#) n'a pu déterminer la valeur de la profondeur de transition.

Ces longueurs de transitions permettent de calculer, pour la première fois, les propriétés rhéologiques d'Encelade: viscosité effective $\eta_{eff} = 1.2^{+0.9}_{-0.4} \times 10^7$ Pa.s et cohésion effective $c = 37^{+14}_{-10}$ kPa.

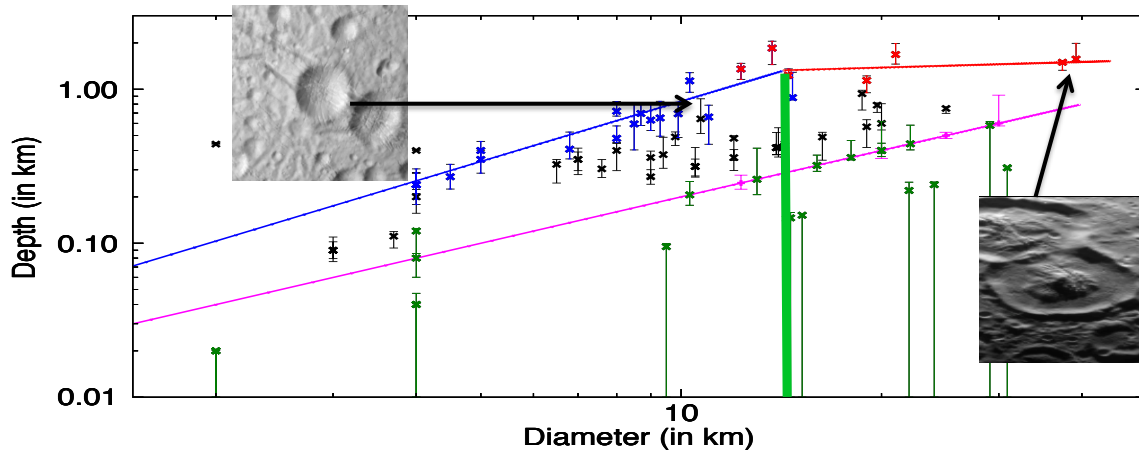


FIGURE 7.12 – Évolution de la profondeur des cratères (en km) en fonction de leurs diamètres (en km) pour Encelade. Les valeurs sont issues de notre étude. La courbe rose est représentative des valeurs de profondeur déterminées pour des zones plates d'Encelade (points roses) à l'aide de notre méthode. Les cratères dont les profondeurs sont inférieures à cette courbe sont considérés comme indiscernables d'une zone plate (cratères de couleurs verte). La courbe bleue est le meilleur ajustement de l'évolution de la profondeur de cratères "frais" simples (points bleus) en fonction de leurs diamètres. La courbe rouge est le meilleur ajustement de cette évolution mais cette fois pour les cratères complexes (points rouges). L'intersection de ces deux courbes définit le diamètre et la profondeur de transition d'Encelade. Les autres points noirs représentent la profondeur de cratères simples ou complexes relaxés (voir discussion dans la section suivante). Le cratère simple de gauche est nommé Hassan (longitude 171.5° latitude -31.3° 14.5km de diamètre), celui de droite, complexe, est nommé Aladdin (longitude -26.6° latitude 60.7° 37.4km de diamètre).

7.3 Discussion: Mise en perspective de la rhéologie d'Encelade par rapport aux autres corps du système solaire

7.3.1 Comparaison aux autres corps du système solaire

La figure 7.13 synthétise l'ensemble des connaissances sur les diamètres de transition des corps du système solaire à l'heure actuelle (voir légende de la figure pour plus de précision sur les sources). Nous avons ajouté la valeur de celui d'Encelade issue de notre étude (en rouge). Comme prédit par la théorie brièvement développée dans la sous-section 7.2.2.1, le diamètre de transition est inversement proportionnel à la gravité de surface (Melosh (1989)). Le coefficient de proportionnalité ne dépend pas de la masse volumique des corps considérés (glacés ou rocheux). Cependant un décalage conséquent est nettement visible entre ces deux familles de corps. C'est l'effet de la différence du matériau impacté, en particulier sa masse volumique, qui est ainsi visible.

Notre valeur du diamètre de transition pour Encelade ($18.4^{+7.9}_{-4.6}$ km) s'inscrit totalement dans la tendance générale des autres satellites de glace. La proximité des propriétés rhéologique des différentes lunes de glace est visible sur le tableau 7.2

Ce qui ressort de ce tableau est la grande homogénéité des valeurs de viscosité effective, que ce soit pour les corps silicatés ou glacés. Cela signifie qu'une fois fluidifié, le sol de ces corps se

Planet	Surface gravity (m.s^{-2})	Surface Density (10^3kg.m^{-3})	d/D Transition diameter (km)	Effective Cohesion (kPa)	Effective Viscosity (10^7Pa.s)
Earth	9.8	3			
Crystalline			1.9	2230	1.6
Sediments			1.9	2230	14
Moon	1.62	3			
Highlands			10.9	2120	15
Mare			8.6	1680	19
Mercury	3.69	3	4.7	2130	10
Mars	3.7	3	3.1	1380	14
Ganymede	1.43	0.93	2.0 ± 0.5	<330	$1.6^{+0.6}_{-0.5}$
Callisto	1.23	0.93	2.9 ± 0.6	<290	$2.6^{+0.8}_{-0.7}$
Iapetus ⁽¹⁾	0.222	0.93	11 ± 3.0	40	$8.1^{+3.5}_{-3.1}$
Rhea	0.263	0.93	9^{+13}_{-5}	60	6^{+18}_{-4}
Ariel	0.269	0.93	$17^{+4.5}_{-3.5}$	100	$17.1^{+7.2}_{-5.0}$
Dione	0.231	0.93	$17.5^{+8.6}_{-5.7}$	90	$16.5^{+13.6}_{-7.4}$
Tethys	0.144	0.93	26	110	27
Mimas	0.052	0.93	16^{+18}_{-8}	30	7^{+14}_{-5}
Enceladus *	0.112	0.93	$18.4^{+7.9}_{-8.4}$	37^{+14}_{-10}	$12.4^{+8.8}_{-4.3}$

TABLE 7.2 – Compilation des paramètres rhéologiques pour les planètes rocheuses et les satellites de glaces recalculés à partir des diamètres de transitions tirés du [Schenk \(1989\)](#) et [Schenk \(2002\)](#). (*) Notre travail (1) [Giese et al. \(2008\)](#). Les valeurs des gravités de surfaces sont issues du [Thomas \(2010\)](#). La masse volumique de la glace d'eau est prise à 930kg.m^{-3} et celle des silicates à 3000kg.m^{-3} .

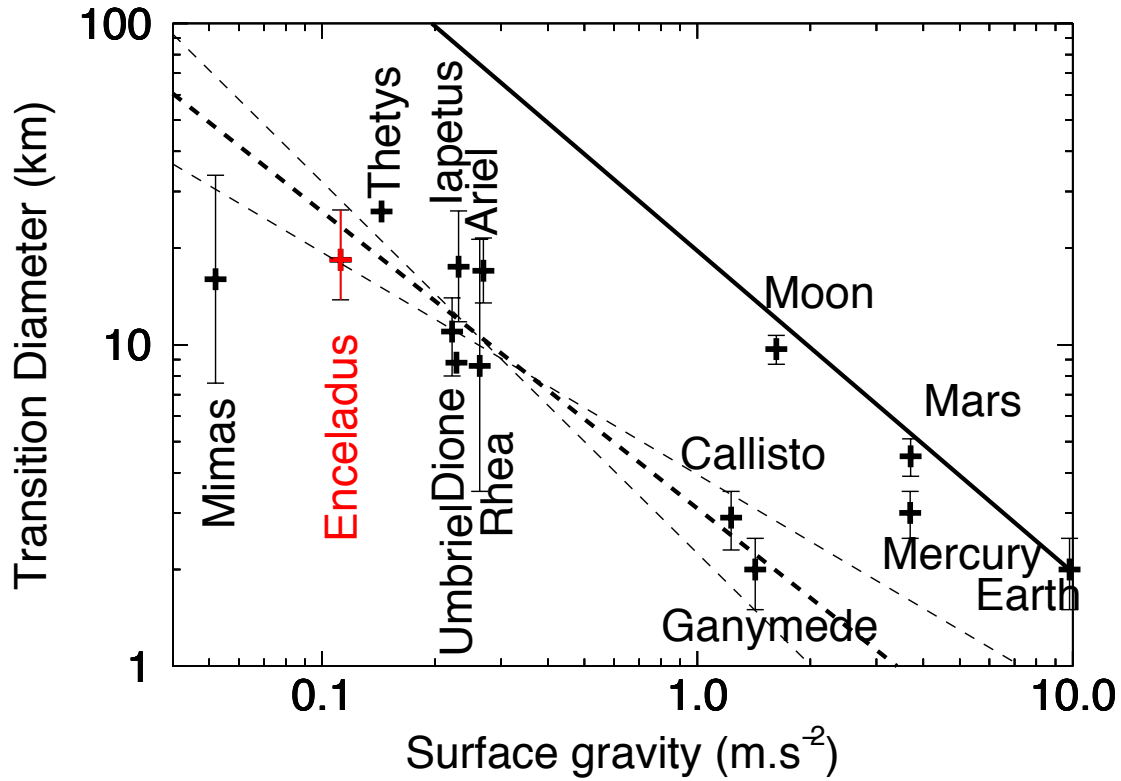


FIGURE 7.13 – Diamètre de transition pour différents corps rocheux et glacés du système solaire en fonction de leur gravité de surface. Toutes les valeurs et barres d'erreurs sont tirées de la figure 16b de [Schenk \(1989\)](#), à l'exception de Japet, issue de [Giese et al. \(2008\)](#), et d'Encelade (en rouge), issue de notre travail. La courbe noire en trait plein montre la loi empirique pour les corps rocheux (Lune, Mars, Mercure et la Terre ([Chapman and McKinnon \(1986\)](#))). La courbe en trait pointillé noire montre celle suivie par les lunes de Jupiter, Saturne et Uranus. Le régime "glacé" a été ajusté par mes soins par une loi de puissance sur les points représentatifs de Thetys (hypothèse de 10% d'erreur), Dione, Ariel, Umbriel, Rhea, Japet, Callisto and Ganymede. Les estimations d'erreurs à $2\text{-}\sigma$ sur la régression sont indiqués par les deux courbes en pointillés plus fins. La loi empirique suivie par les corps glacés est une loi de puissance telle que $D_T = (3.1 \pm 0.4) \times g^{(-0.92 \pm 0.12)}$. Elle est inversement proportionnelle à g , et parallèle à la loi empirique pour les corps rocheux. Ce résultat est en accord avec [Chapman and McKinnon \(1986\)](#). Mimas est la seule lune qui semble s'écarter significativement de la loi générale des corps glacés.

comporte de la même manière. En revanche, les cohésions effectives des corps rocheux ou glacés sont très différentes, allant jusqu'à des différences de près de deux ordres de grandeurs. C'est pourquoi, à même gravité de surface, pour exhiber des structures complexes il est nécessaire d'être impacté par un corps plus gros (et donc de diamètre plus grand) sur les corps silicatés que sur les corps glacés.

7.3.2 Implication pour Encelade

Notre étude porte sur les zones cratérisées d'Encelade. Ces zones sont considérées comme agées ($> 4.10^9$ années [Kirchoff and Schenk \(2009\)](#)) contrairement aux plaines peu cratérisées ainsi qu'aux zones proches des Tiger Stripes ($< 10^8$ années [Spencer et al. \(2009\)](#)). Le fait que les paramètres rhéologiques des terrains cratérisés d'Encelade soient proches de ceux des autres lunes de glaces, considérées comme géologiquement peu actives indique qu'aucune activité géologique intense n'a eu lieu sur ces terrains et ce, depuis l'époque de cratérisation. Cela implique que l'activité géologique intense observée au pôle sud d'Encelade actuellement a toujours été localisée en ce même lieu. Cette conclusion est cohérente avec les travaux de [Tobie et al. \(2008\)](#) qui explique cette activité notamment par la présence d'une hétérogénéité de viscosité localisée au pôle sud, couplée avec la présence d'un réservoir interne proche du cœur d'Encelade. [Nimmo and Pappalardo \(2006\)](#) montre à l'aide de simulations numériques qu'une telle hétérogénéité, initialement positionnée aléatoirement au sein d'Encelade, s'alignera rapidement avec l'axe de rotation du corps par effet dynamique, ce qui explique sa présence actuelle sur le pôle sud de ce corps.

Néanmoins, cette conclusion est contradictoire avec les travaux de [Bland et al. \(2012\)](#) qui, par l'étude de la relaxation des cratères Ali-Baba et Aladdin notamment, mesure un flux thermique de $150 mW.m^{-2}$ contre $110 - 270 mW.m^{-2}$ pour les régions tectoniquement actives du pôle sud. N'ayant pas étudié la relaxation des cratères de mon étude, il est difficile de trancher sur le modèle le plus à même de reproduire l'histoire de ce corps.

Tant que l'effet de la relaxation sur la détermination des diamètre et hauteur de transition n'est pas précisé il sera difficile de contraindre plus fortement l'activité de ce corps. Pour ce faire, seules les simulations numériques peuvent nous renseigner sur cet effet. La démarche serait de créer une distribution de tailles de cratères par simulations numériques d'impacts qui échantillonne les deux régimes. Cela permet de déterminer le diamètre et la hauteur de transition en fonction des paramètres rhéologiques du corps. Une fois ces cratères créés, on applique les modèles de relaxations et on trace l'évolution du diamètre et hauteur de transition au cours du temps. Une telle étude, bien que d'une grande utilité pour notre communauté n'a jamais été effectuée pour l'instant du fait de la nécessité de nombreuses heures de calculs et des différents outils numériques souvent appartenant à des équipes différentes.

7.3.3 Contraintes sur les modèles de formation

Nous avons vu que la masse volumique du sol impacté influe sur η_{eff} et c (voir équation [7.3](#) et [7.1](#)), or les fractions massiques de silicates au sein de ses corps sont très différentes (voir figure [7.14](#)). Pour un corps indifférencié et par conséquent homogène, la masse volumique est directement liée à la fraction de masse de silicate. Ainsi, si toutes ces lunes étaient indifférenciées lors de leur cratérisation, du fait des différences de masses volumiques elles devraient avoir des paramètres rhéologiques nettement différents, notamment pour la cohésion effective. Ce n'est pas le cas. Par conséquent cette homogénéité rhéologique indique que le matériau impacté sur toutes ces lunes était le même. D'après [Turtle and Pierazzo \(2001\)](#), l'épaisseur de croûte sondée lors d'un impact est à peu près équivalente au rayon du cratère créé. Sur Encelade, le cratère le plus large est Ali-Baba et mesure 39km de diamètre. Ainsi, la croûte d'Encelade est sondée au mieux jusqu'à environ 20km de profondeur. De manière générale, d'après les

tailles de cratères présents sur les lunes de glace du système solaire, on peut raisonnablement considérer que les surfaces de ces lunes sont sondées sur les premières dizaines de kilomètres.

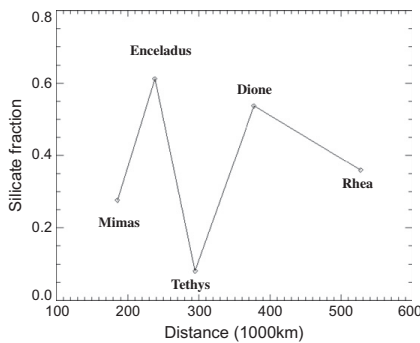


FIGURE 7.14 – Fraction massique de silicates pour Mimas, Encelade, Dione et Rhéa. Fractions calculées pour $\rho_{\text{glace}} = 930 \text{ kg.m}^{-3}$ et $\rho_{\text{silicate}} = 3000 \text{ kg.m}^{-3}$. Figure tirée de [Charnoz et al. \(2011\)](#).

Il est donc possible de suggérer que toutes les lunes de glaces présentes sur la figure 7.13 étaient déjà recouvertes d'une couche de glace de quelques dizaines de kilomètres d'épaisseur lors de leur cratérisation.

Dans l'hypothèse où la population d'impacteurs est celle du LHB (Late Heavy Bombardment) ([Wetherill \(1975\)](#)) dont l'épisode est situé autour de 800 millions d'années après les inclusions de calcium et d'aluminium (CAI) (considéré comme l'instant 0 du système solaire), notre étude donne une contrainte temporelle sur la rapidité de différenciation de ces corps. Il faut créer cette croute de glace de quelques dizaines de kilomètres d'épaisseur en moins de 800 millions d'années pour toutes ces lunes. Les modèles de différenciations évoqués par [Matson et al. \(2009\)](#) n'indiquent pas la durée nécessaire pour créer cette croute mais peinent à différencier totalement un corps en moins d'un milliard

d'années. Par conséquent, les modèles de formation permettant une différenciation rapide des lunes de glaces semblent favorisés par rapport aux modèles classiques (voir introduction). Le modèle de Charnoz par exemple, ([Charnoz et al. \(2011\)](#)) produit directement des proto-lunes différenciées créées à partir d'un anneau différencié. Néanmoins, de nombreuses questions restent en suspens dans le cadre de ce modèle. Quelle est l'origine de cet anneau pré-différencié? Il est possible qu'il soit dû à la destruction par effet de marées d'un corps différencié. Dans ce cas comment expliquer l'existence d'un corps suffisamment massif pour créer toutes les lunes (un corps pour chaque planète géantes) dors et déjà différencié dès la naissance du système solaire? De plus, une fois ces proto-lunes formées, elles s'agglomèrent pour former des lunes plus massives. Comment fusionnent les coeurs de ces proto-lunes pour former rapidement un corps différencié? Il n'est pas possible de trancher actuellement sur le modèle le plus à même d'expliquer les observations. La seule conclusion rigoureuse possible est la nécessité de différencier suffisamment rapidement les premiers kilomètres de surfaces des lunes de glaces, et ce pour toutes les planètes géantes du système solaire.

Liste de la bibliographie incluse dans l'article afin qu'elles apparaissent dans la bibliographie du manuscrit :

[Baratoux et al. \(2002\)](#) [Běhouňková et al. \(2012\)](#) [Bland et al. \(2012\)](#) [Buratti and Veverka \(1985\)](#) [Buratti et al. \(2004\)](#) [Buratti et al. \(2006\)](#) [Chapman and McKinnon \(1986\)](#) [Charnoz et al. \(2011\)](#) [Fink et al. \(1984\)](#) [Giese et al. \(2008\)](#) [Hameen-Anttila et al. \(1965\)](#) [Hapke \(1984\)](#) [Hapke \(2002\)](#) [Helfenstein and Shepard \(1999\)](#) [Howett et al. \(2011\)](#) [Kargel and Pozio \(1996\)](#) [Kempf et al. \(2010\)](#) [Matson et al. \(2009\)](#) [Melosh \(1989\)](#) [Nimmo and Pappalardo \(2006\)](#) [Passey \(1983\)](#) [Phillips et al. \(2010\)](#) [Pike \(1975\)](#) [Pike \(1980\)](#) [Pike and Spudis \(1987\)](#) [Porco et al. \(2006\)](#) [Quaide and Oberbeck \(1968\)](#) [Schenk \(1989\)](#) [Schenk \(2002\)](#) [Schubert et al. \(2007\)](#) [Simonelli et al. \(2004\)](#) [Smith et al. \(1982\)](#) [Smith and Sanchez \(1973\)](#) [Stickle and Schultz \(2011\)](#) [Thomas \(2010\)](#) [Tobie et al. \(2008\)](#) [Turtle and Ivanov \(2002\)](#) [Turtle and Pierazzo \(2001\)](#) [Verbiscer and Veverka \(1994\)](#) [Veverka and Wasserman \(1972\)](#) [West et al. \(2010\)](#) [Wetherill \(1975\)](#)

Quatrième partie

Anneaux de Saturne

Dans l'objectif de mieux contraindre les modèles de formation du système de Saturne, une meilleure connaissance sur le mode de formation des anneaux est nécessaire. En particulier, l'âge des anneaux reste pour l'instant une énigme, les observables accessibles par la sonde *Cassini* indiquant des anneaux jeunes, tandis que les modèles de formations postulés jusqu'à maintenant prédisent une création des anneaux lors de la naissance du système de Saturne. Néanmoins, ces théories reposent sur des propriétés mal connues des anneaux, en particulier leur masse.

Nous avons vu dans le chapitre 4 que les caractéristiques de l'effet d'opposition dû à l'anneau (R-SHOE) dépend de la densité et du rapport épaisseur sur rayon moyen des particules de l'anneau. Par conséquent la comparaison entre les observations de la sonde *Cassini* de l'effet d'opposition et notre modèle donne accès à ces propriétés de l'anneau, et indirectement à leur masse.

C'est la description des observations de l'effet d'opposition dans les anneaux de Saturne, la comparaison entre notre modèle et ces données, et l'exploitation des résultats associés que nous développons dans les deux chapitres suivants.

Chapitre 8

Description des jeux de données de *Cassini* et des algorithmes d'inversions

Table des matières

8.1	Extraction des courbes de phases	184
8.1.1	Assemblage composite d'images	184
8.1.2	Complémentarité ISS/VIMS	188
8.2	Sélections des anneaux et longueurs d'onde d'intérêt	190
8.2.1	Structures d'anneaux sélectionnées	190
8.2.2	Choix des longueurs d'onde d'observations	195
8.3	Comportement photométrique observé	198
8.3.1	Influence de l'épaisseur optique τ	198
8.3.2	Influence de la géométrie d'observation de d'illumination	201
8.3.3	Influence de la longueur d'onde	202
8.4	Processus d'ajustement	204
8.4.1	Algorithmes d'inversions	204
8.4.1.1	Algorithme de Levenberg-Marquardt	204
8.4.1.2	Algorithme génétique	204
8.4.2	Validation de la méthode d'inversion	205
8.4.2.1	Test de sensibilité	205
8.4.2.2	Stratégie d'inversion	209

Dans ce chapitre nous nous intéressons à la description des données de la sonde *Cassini* ainsi qu'aux techniques d'inversion utilisées pour retrouver la structure et la composition des anneaux de Saturne. En particulier nous décrirons les données des instruments ISS et VIMS. Dans le chapitre 4, nous avons décrit la modélisation générale de la photométrie des anneaux, avec une attention toute particulière à la prise en compte de l'effet d'opposition dû à l'anneau dans le but de contraindre sa structure macroscopique. De plus, nous avons montré que deux approches complémentaires sont nécessaires pour lever la dégénérescence entre les effets dus au régolithe et les effets dus à l'anneau:

- L'approche multi-longueurs d'onde: Les variations morphologiques de l'effet d'opposition dans les anneaux à différentes longueurs d'onde ne peuvent être attribuées qu'à l'effet du régolithe, le R-SHOE étant par essence purement géométrique (voir discussion 4.2.3).
- L'approche multi-géométrique: Seul le R-SHOE est sensible aux variations de la géométrie d'observation et d'illumination de la scène (μ , μ_0 , ϕ et ϕ_0) contrairement aux effets du régolithe, sensibles principalement à l'angle de phase lui-même largement dégénéré par rapports à ces angles.

Enfin, nous avons vu que la photométrie de l'anneau est extrêmement sensible aux variations d'épaisseur optique. L'épaisseur optique des anneaux étant extrêmement variable au sein des anneaux, il est essentiel d'être très précis dans la sélection des zones étudiées pour ne pas moyenner l'effet de R-SHOE.

Pour toutes ces raisons, l'utilisation des données de la sonde Cassini semble particulièrement pertinente pour répondre à nos objectifs. Les observations des anneaux, étalées sur plus de 8 ans, permettent une approche multi-géométrique, tandis que les imageurs ISS (dotés d'une résolution spatiale élevée) et VIMS (doté de la capacité à produire des spectres), rendent possible une sélection précise des zones d'intérêt ainsi que l'approche multi-longueur d'onde.

Les caractéristiques des données issues de ces instruments sont détaillées dans la première section, tandis que la méthode d'inversion utilisée une fois les données sélectionnées sera décrite dans la seconde section. En effet, le modèle photométrique général possédant un grand nombre de paramètres libres ($D_{anneaux}$, H/R , ω_0 , g , a , ϕ_{reg} , B_{0SHOE} et B_{0CBOE}), la nécessité de processus d'ajustements sophistiqués et robuste est primordiale.

8.1 Extraction des courbes de phases

Lors de notre présentation du modèle d'anneau (chapitre 4), nous étudions l'influence des paramètres du modèle sur la courbe de phase de l'anneau (évolution du facteur de radiance en fonction de l'angle de phase). Afin de comparer notre modèle aux observations il est par conséquent nécessaire d'extraire ces courbes de phase des données. Il a aussi été montré que pour lever la dégénérescence entre les différents effets d'opposition, il est important de couvrir une plage d'angle de phases allant de quelques millièmes de degrés à quelques dizaines de degrés. Le champ de vue des instruments ISS et VIMS n'excédant pas 3° , la construction des courbes de phase nécessite l'utilisation de plusieurs jeux de données *Cassini*.

8.1.1 Assemblage composite d'images

Pour extraire les courbes de phase, il est au préalable nécessaire de naviguer et d'étalonner les images ISS et VIMS. En effet, les images brutes téléchargées en librs accès par le biais du site de référencement PDS nodes¹ ne donnent comme information que la nombre de photons reçu par chaque pixel codé en unité arbitraire sur 8 bits, l'information géométrique n'existe pas.

1. <http://pds-rings.seti.org/search>

La navigation des images fait correspondre à chaque pixels la géométrie d'observation et d'illumination dans le référentiel particulo-centrique de ces pixels (α , μ , μ_0 , ϕ et ϕ_0), la distance au centre de Saturne et la longitude de ce pixel dans le référentiel Saturno-centrique ainsi que l'épaisseur optique associée à ce pixel calculée d'après les profils d'épaisseur optique fournies par l'instrument UVIS (voir chapitre 1). Ces angles sont calculés à l'aide des kernels fournis par la NASA donnant les orientations respectives de Saturne, de la sonde, des instruments et des anneaux lors de l'observation de ces corps.

L'étalonnage quant à lui permet de transformer le nombre de photons reçu par la sonde en facteur de radiance, rapport entre le flux émergent d'un élément de surface de la surface observée et le flux solaire reçu par cet élément de surface, noté I/F . Pour l'étalonnage nous utilisons des procédures fournies par la NASA, le logiciel CISSCAL.

Pour les données ISS, un logiciel de navigation et d'étalonnage nommé CIA a été développé par l'équipe LADP (Laboratoire Anneaux Disques et Planètes du CEA/Saclay). J'ai donc réutilisé ce logiciel dont l'intérêt majeur est l'existence d'un module de navigation spécialement conçu pour l'étude des anneaux permettant une navigation sub-pixellaire par détection de bords de structure et minimisation des écarts entre les positions théoriques des anneaux et leurs positions sur l'image (module ARSENIC développé par Julien Salmon). Néanmoins, malgré ce logiciel, il est difficile de naviguer les images de l'instrument ISS/NAC à cause du faible champ de vue de cet instrument. C'est pourquoi nous n'utilisons que les données issues de ISS/WAC. Les données ISS une fois naviguées et étalonnées forment un cube que l'on appelle géocube composé de 9 plans 1024×1024 ou 512×512 correspondant chacun aux paramètres physiques ou géométriques de chaque pixel:

- Facteur de radiance I/F
- Longitude du pixel
- Angle d'incidence local¹ μ_0
- Angle d'émergence local μ
- Angle de phase local α
- Épaisseur optique τ
- Distance à Saturne du pixel D
- Longitude de la sonde locale ϕ
- Longitude du soleil locale ϕ_0

Pour les données VIMS, j'ai dû développer moi même un logiciel de navigation pour les anneaux, l'étalonnage des données VIMS étant procuré par la chaîne de réduction de données de l'équipe VIMS (Brown et al. (2004)).

L'instrument VIMS étant hyperspectral, il est nécessaire de construire un spectre pour chaque pixel de l'image. L'acquisition de ce spectre se fait un pixel après l'autre ce qui demande un temps d'acquisition total pour une image, beaucoup plus longue que pour ISS (plusieurs secondes contre quelques millisecondes). Ainsi la géométrie d'observation diffère d'un pixel à l'autre, la sonde se déplaçant lors de l'acquisition d'un cube. On peut voir chaque pixels comme un détecteur individuel nécessitant sa propre navigation. Pour créer ce logiciel (voir annexe D), j'ai fusionné les procédures de navigation VIMS pour les satellites, et celle de CIRS pour

1. L'adjectif local signifie dans le référentiel particulo-centrique lié à la zone d'anneau visible sur le pixel.

les anneaux. Les nouveaux plans correspondants aux propriétés physiques et géométriques de chaque image VIMS sont rajoutés au cube de données déjà existant pour cet instrument (voir chapitre 1).

L'information géométrique sur chaque image étant connue, il est maintenant possible de construire, pour une zone d'anneau, la courbe de phase.

Trois façons différentes et complémentaires de procéder. Sur une image, on construit une partie de la courbe de phase grâce à l'information donnée par chaque pixel appartenant à la zone d'anneau sélectionnée (voir figure 8.1). Ces extractions sur des zones précises d'anneaux ont été faites à l'aide du logiciel créé par mes soins décrit dans l'annexe D.

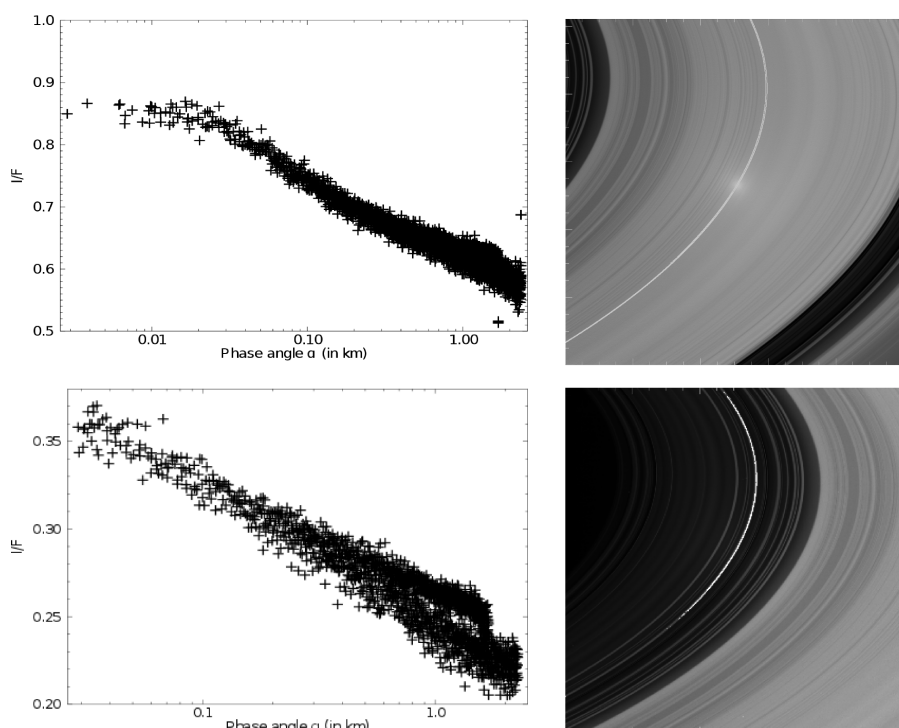


FIGURE 8.1 – Exemple d'extraction de pixels d'intérêt pour la zone $B3_2$ et P7 (définie par le tableau 8.2, section 8.2.1). Les images ISS/WAC de droite montrent le contour en blanc de la zone d'extraction tandis que les graphiques de gauches tracent le rapport I/F en fonction de l'angle de phase α (courbe de phases) associées aux pixels extraits sur une plage d'angles allant de 2×10^{-3} à 2.3° . L'effet d'opposition est nettement visible au centre de l'image du haut.

L'utilisation de l'information géométrique de chaque pixels appartenant à l'annelet sélectionné permet de décrire très précisément la courbe de phase proche de l'opposition. Pour le cas d'images ISS, il est possible de descendre jusqu'à 0.001° d'angle de phase. À titre de comparaison le minimum d'angle de phase atteint par Poulet et al. (2003) est de 0.6° et de 0.01° pour French et al. (2007), tous deux par des observations HST. C'est tout l'apport de la mission Cassini.

La deuxième façon de construire la courbe de phase est d'utiliser une séquence d'images enregistrée à une même date, ce qui permet l'approche de l'opposition sur une gamme plus large d'angles de phase (quelques degrés, voir figure 8.2).

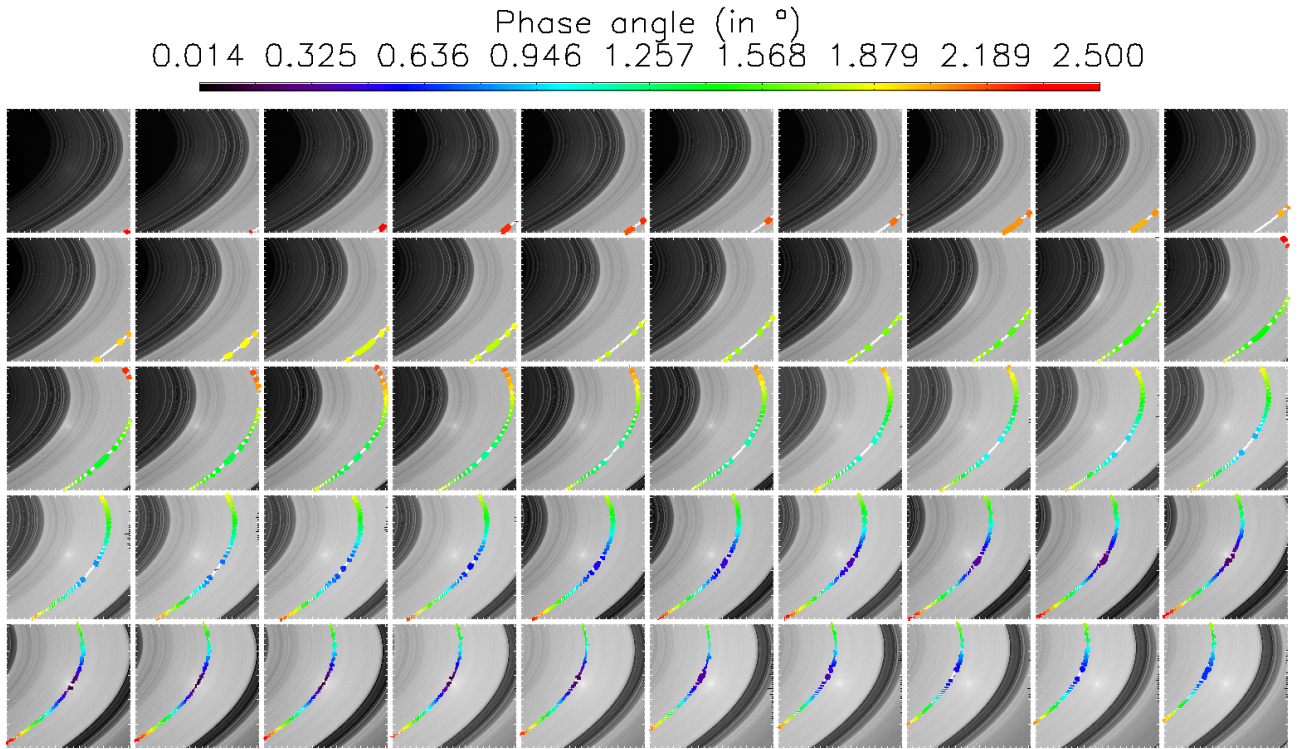


FIGURE 8.2 – Séquence d'observation de W1498450256_1 à W1498455152_1 étalée sur 1H20min, exhibant un effet d'opposition sur l'anneau C puis l'anneau B, la lecture des images se fait de gauche à droite puis de haut en bas. La zone blanche représente les contours de l'annelet $B3_4$ caractérisé par une épaisseur optique de 7.0 ± 0.9 . L'échelle de couleurs, identique sur toute cette séquence, donne la variation d'angle de phase le long de cet anneau.

Enfin des observations à différentes dates et donc à différentes géométries donnent la possibilité de construire une courbe de phase sur une très large gamme d'angles de phases (quelques dizaines de degrés, voir figure 8.3).

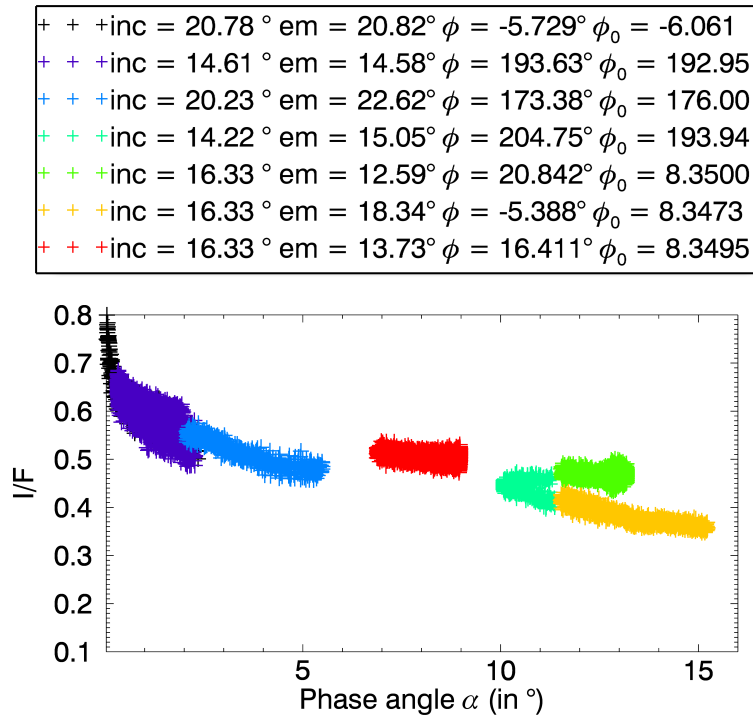


FIGURE 8.3 – Construction d’une courbe de phase pour une même zone observée sous différentes géométries. Les images utilisées sont tirées de l’instrument ISS/WAC sans filtre en longueur d’onde, pour l’annelet $B3_2$. Les géométries correspondantes aux images W1498453520_1, W1543793733_1, W1503158656_1, W1546278468_1, W1532382452_1, W1532376301_1 et W1532381301_1 sont indiquées dans la légende.

8.1.2 Complémentarité ISS/VIMS

Comme il l’a été remarqué dans le chapitre 4, l’aspect multi-longueur d’onde est primordial dans notre étude pour distinguer l’effet du régolithe de l’effet de l’anneau, ce qui justifie totalement l’utilisation de l’instrument VIMS. Néanmoins, la faible résolution spatiale de cet instrument peut brouter les courbes de phases nécessaires aux ajustements en moyennant l’effet de zones d’épaisseur optique différentes et donc au comportement photométrique différent. En contrepartie, l’imageur ISS doté d’une résolution spatiale élevée permet l’étude des plateaux de l’anneau C mais l’importante plage de sensibilité de la WAC (tout le spectre visible) moyenne l’effet du régolithe ce qui rend impossibles les ajustements, les albédos du régolithe changeant avec la longueur d’onde. Le tableau 8.1 résume les caractéristiques de ces deux instruments.

Par conséquent, la méthode utilisée est la suivante:

- Sélection des zones d’intérêt à l’aide de l’instrument ISS-WAC.
- Inversion des données VIMS des anneaux épais à différentes longueurs d’ondes afin de valider les résultats sur la structure des l’anneaux, insensibles à la longueur d’onde.
- Sélection fine des pixels VIMS appartenant aux plateaux de l’anneau C.



FIGURE 8.4 – Vignettes des images VIMS (à gauche) et ISS/WAC (à droite) respectivement CM_1543793454_1 et W1543793433_1. Seules une vingtaine de secondes séparent ces deux images. L'image du milieu est l'image ISS dont la résolution a été divisée par 32 et le champ de vue divisé par deux afin d'avoir les mêmes caractéristiques que l'instrument VIMS. La longueur d'onde choisie pour l'image VIMS est 637nm, longueur d'onde la plus proche du centre de sensibilité de l'instrument ISS-WAC.

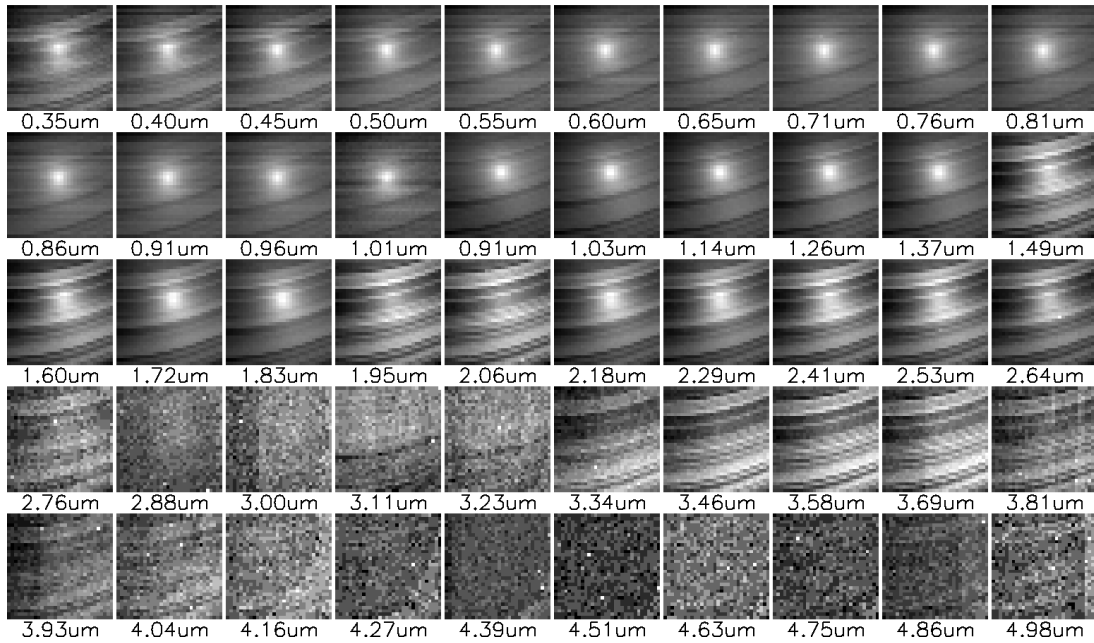


FIGURE 8.5 – Vignettes du cube VIMS CM_1543793454_1 pour cinquante longueurs d'ondes.

	Résolution Angulaire	Couverture spectrale	Échantillonnage spectral	Largeur de bande d' un canal	Nombres de pixels maximum	Champ de vue intégré
ISS	$59.7\mu rad$	$635nm$	—	$150nm$	1024×1024	$3.5^\circ \times 3.5^\circ$
VIMS-IR	$500\mu rad$	$0.85 - 5.1\mu m$	$16.6nm$	$\approx 10nm$	64×64	$1.8^\circ \times 1.8^\circ$

TABLE 8.1 – Tableau récapitulatif des caractéristiques des instruments VIMS canal Infra-Rouge et ISS-WAC. [Brown et al. \(2004\)](#) pour VIMS, [Porco et al. \(2004\)](#) pour ISS.

8.2 Sélections des anneaux et longueurs d'onde d'intérêt

Si l'on regarde les images de la figure 8.1, on constate que l'effet d'opposition, nettement visible au centre de l'image sur l'anneau B n'est pratiquement pas visible sur le plateau de l'anneau C. De même, la figure 8.5 montre que la largeur à mi-hauteur et l'amplitude de cet effet est différent en fonction de la longueur d'onde d'observation. Il est par conséquent important de sélectionner les zones et longueur d'ondes qui nous permettent de remonter à la structure des anneaux.

8.2.1 Structures d'anneaux sélectionnées

Si l'on reprend la figure 8.6, traçant l'épaisseur optique des anneaux en fonction de la distance au centre de Saturne, on distingue de nombreuses structures. Les anneaux principaux, A, B, et C ainsi que la division de Cassini sont visibles. Un zoom sur ces différents anneaux montrent qu'ils sont eux-mêmes très structurés (figures 8.10).

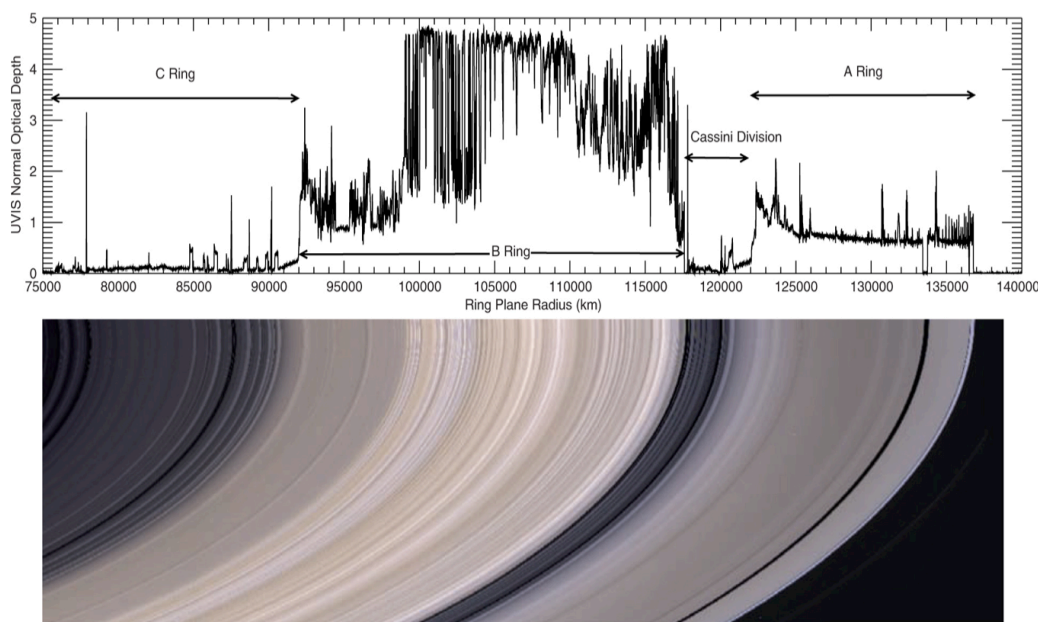


FIGURE 8.6 – Épaisseur optique des anneaux en fonction de la distance au centre de Saturne pour une résolution d'un kilomètre. Figure tirée du Colwell et al. (2009).

La majorité des structures exhibant une épaisseur optique constante et supérieure à 0.1 ont une extension radiale inférieure à 100 km voir même quelques dizaines de kilomètres dans les régions les plus denses de l'anneau B. Par conséquent, il est essentiel dans notre étude d'avoir une résolution spatiale du même ordre de grandeur que ces échelles. C'est particulièrement important pour l'étude des sous-structures de l'anneau C appelé plateaux (P1, P2, etc...). Si la résolution n'est pas suffisante alors l'épaisseur optique du plateau sera moyennée avec des zones "vides" (dont l'épaisseur optique est très faible), biaisant ainsi les caractéristiques extraites des observations. Nous reviendrons sur ce problème dans le chapitre suivant 9.

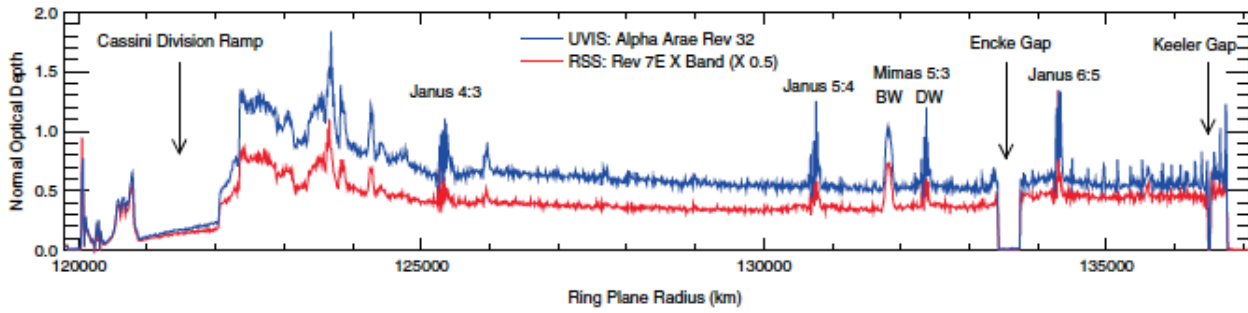


FIGURE 8.7 – Zoom sur l'anneau A

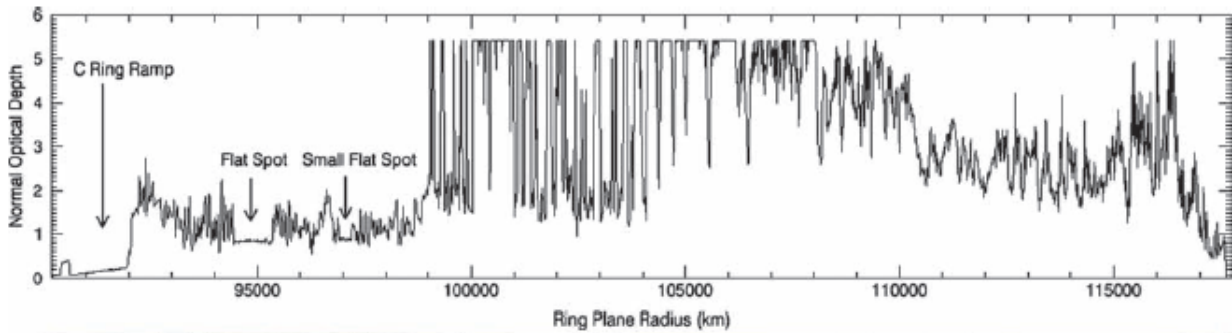


FIGURE 8.8 – Zoom sur l'anneau B

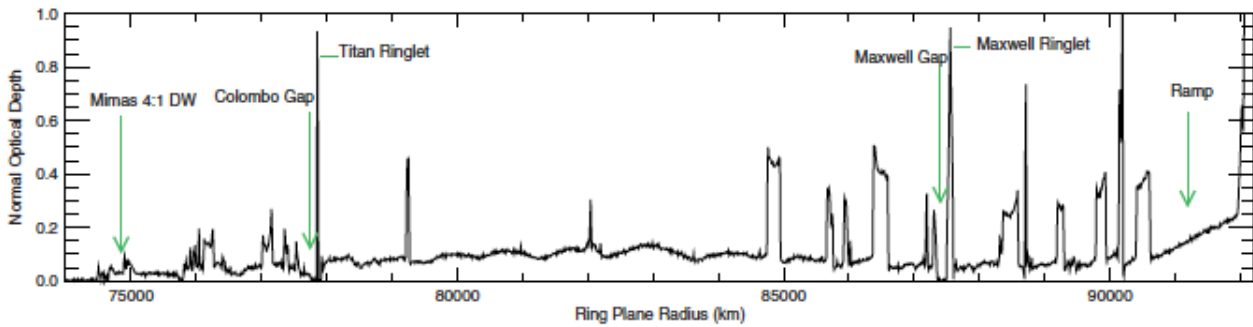


FIGURE 8.9 – Zoom sur l'anneau C

FIGURE 8.10 – Épaisseur optique des 4 anneaux principaux en fonction de la distance au centre de Saturne. Colwell et al. (2009). Les courbes bleue et rouge sont issues respectivement d'occultations réduites par les instruments UVIS et RSS. Les flèches vertes dans l'anneau C indiquent une résonance ou des structures particulières.

Ainsi nous nous sommes fixés deux contraintes pour l'extraction des données:

- Extraire des zones d'intérêts scientifique de manière à réaliser un échantillonnage radial de l'anneau et de comparer aux données ou travaux en cours existants sur ces zones.
- Extraire des zones suffisamment homogènes en épaisseur optique et stable dynamiquement pour pouvoir les considérer invariantes d'une observation à l'autre et considérer que la courbe de phase extraite a bien été composée pour une zone d'épaisseur optique constante.

Les annellets qui répondent simultanément à ces deux contraintes définissent nos zones d'intérêts.

Nous avons montrés dans l'introduction que les anneaux abritent des structures dynamiques (ondes de gravités, ondes de courbures, sillage de satellites, sillage d'auto-gravité) qui perturbent l'anneau observé ce qui impacte le comportement photométrique de ces zones et ce de manière variable dans le temps ce qui est problématique pour notre étude. La majorité de ces phénomènes sauf les sillages d'auto-gravité, sont surtout visibles dans l'anneau A. C'est pourquoi nous n'étudierons pas cet anneau. Lors de l'extraction des courbes de phases effectuées dans la section 8.1 nous avons implicitement fait l'hypothèse de symétrie azimutale des anneaux. Du fait des sillages d'auto-gravité, cette symétrie est brisée dans l'anneau A. En effet, ces sillages sont inclinés de 20° à 25° pas rapport à direction azimutale de cet anneau (Colwell et al. (2009)). Ainsi selon l'azimute auquel on observe les anneaux, on voit "à travers" ces sillages ou non ce qui change énormément les épaisseurs optique. Cependant, dans l'anneau B, aucune variation azimutale importante n'est visible ce qui permet de conserver l'hypothèse de symétrie Colwell et al. (2009). On observe toujours cet anneau dans la même configuration. Ces sillages ayant des longueurs caractéristiques bien inférieures aux limites de résolutions d'ISS et VIMS que nous utilisons (quelques dizaines de mètres Colwell et al. (2009)) l'effet des sillages d'auto-gravité est moyenné et n'est par conséquent pas nécessaire de modéliser.

Ainsi, nous avons sélectionné des structures stables, relativement homogènes présentes dans les anneaux C et B listées dans le tableau (8.2). Les zones d'intérêt sont affichées sur les figures 8.11 et 8.12. *Remarque: L'article Ferrari and Reffet (2013) étudie la structure d'une zone de l'anneau B situé à 105000km du centre de Saturne grâce à l'instrument CIRS avec une résolution spatiale de ± 1000 km. Par conséquent nous avons échantillonné cette zone afin de pouvoir comparer nos résultats à terme.*

Nom	Anneaux	Bord Interne (en km)	Bord externe (en km)	τ_{moyen} (UVIS)
$Vide_1$	C	84 100	84 300	0.093 ± 0.005
P5	C	84 800	84 860	0.42 ± 0.02
P7	C	86 430	86 480	0.40 ± 0.01
P8	C	88 435	88 515	0.225 ± 0.007
P10	C	89 930	89 880	0.30 ± 0.01
P11	C	90 445	90 555	0.32 ± 0.02
C Ramp	C	91 500	91 700	0.14 ± 0.01
Flat Spot	B	94 500	95 300	0.83 ± 0.03
Small Flat Spot	B	96 900	97 200	0.87 ± 0.04
$B2_1$	B	100 100	100 300	8.3 ± 1.2
$B2_{faible_1}$	B	101 550	101 650	1.6 ± 0.25
$B2_2$	B	101 760	101 880	7.3 ± 1.2
$B2_3$	B	102 875	103 000	7.1 ± 0.9
$B2_{faible_2}$	B	104 010	104 060	1.9 ± 0.2
$B3_1$	B	104 500	104 650	7.2 ± 1.0
$B3_2$	B	104 800	104 900	7.7 ± 1.0
$B3_3$	B	105 100	105 480	7.5 ± 1.1
$B3_4$	B	106 900	107 050	7.0 ± 0.9
$B3_{faible}$	B	108 070	108 170	3.6 ± 0.5
$B4_1$	B	112 940	113 140	3.3 ± 0.6
$B4_2$	B	114 400	114 600	2.6 ± 0.4

TABLE 8.2 – Tableau récapitulatif des zones d'intérêt sélectionnées dans l'anneau C et l'anneau B. Les noms des plateaux de l'anneau C sont issus de [Colwell et al. \(2009\)](#). Nous avons donné des noms génériques aux autres zones. Les limites internes et externes de chaque zones sont définies de sorte que l'écart type de l'épaisseur optique au sein de cette zone ne soit jamais supérieur à 20% de la moyenne.

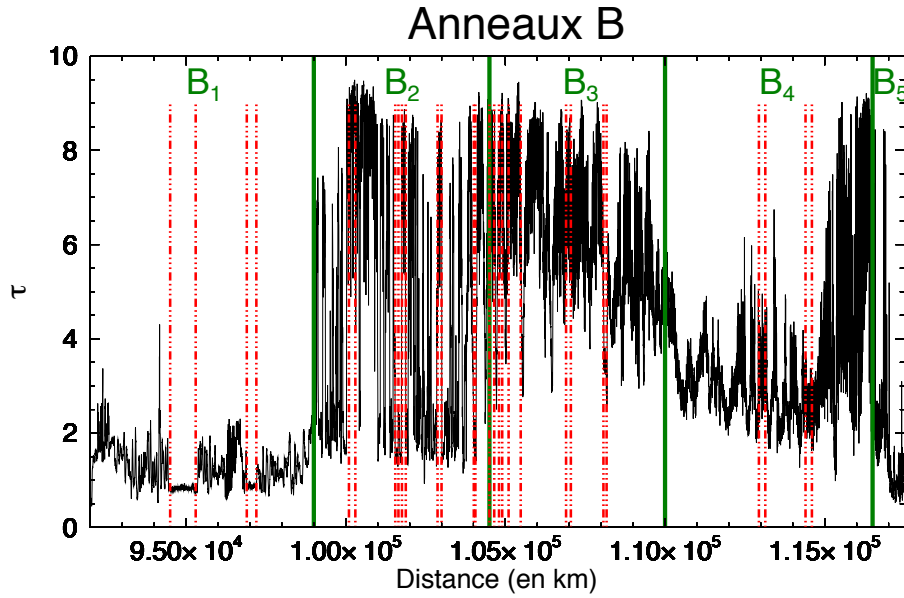


FIGURE 8.11 – Épaisseur optique de l’anneau B en fonction de la distance au centre de Saturne. Les lignes vertes délimitent les sous-structures de l’anneau B nommé B_1 , B_2 , B_3 , B_4 et B_5 . Les pointillés rouges délimitent les zones d’intérêt que nous avons sélectionnées. Les noms, limites et épaisseurs optiques moyennes de ces zones sont référencées dans le tableau 8.2.

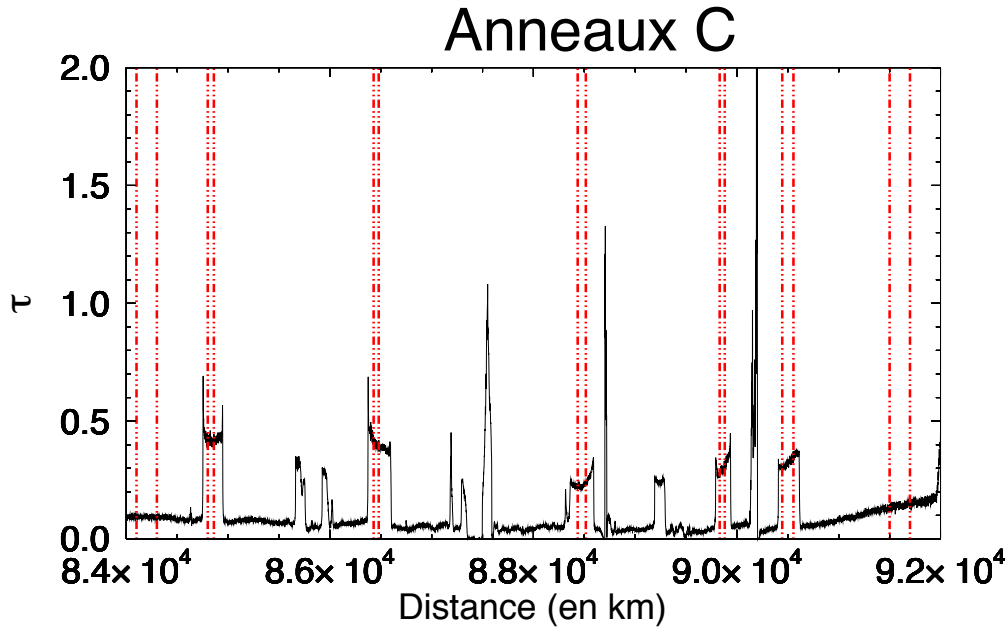


FIGURE 8.12 – Épaisseur optique de l’anneau C en fonction de la distance au centre de Saturne. Les pointillés rouges délimitent les zones d’intérêt que nous avons sélectionnées, principalement les plateaux dont la nomenclature est indiquée dans Colwell et al. (2009). Les noms, limites et épaisseurs optiques moyennes de ces zones sont référencées dans le tableau 8.2.

8.2.2 Choix des longueurs d'onde d'observations

En plus de la structure macroscopique des anneaux, une meilleure connaissance des caractéristiques du régolithe est accessible grâce aux données de la sonde *Cassini* et à notre modélisation. C'est l'aspect spectral de l'effet d'opposition qui permet d'accéder à cette connaissance. Ainsi, un choix judicieux de longueur d'onde d'observation est nécessaire pour discriminer entre les propriétés physiques et chimiques des grains. Cette sous-section décrit les arguments amenant au choix de ces longueurs d'ondes discriminantes. Deux paramètres principaux déterminent le spectre du régolithe et par conséquent des anneaux:

- La composition chimique des grains de régolithe.
- La taille des grains de régolithe.

Les hypothèses que nous avons faites pour la construction du modèle général d'anneau, en particulier celles de grains de régolithe monotaille et de composition unique pour le formalisme d'Hapke nécessitent de prendre quelques précautions de langage. En effet, durant notre étude la notion de taille de grains (et de particules pour l'anneau) a toujours signifié taille moyenne de la population de grains. En réalité, deux distributions de taille de grains peuvent produire un comportement photométrique différent même si la taille moyenne des grains est la même. Par conséquent il est plus rigoureux de voir le paramètre de taille du régolithe comme étant le rayon effectif de la collection de particules reproduisant le comportement de la distribution de taille réelle du régolithe.

De la même manière, nous avons fait l'hypothèse que les grains ont tous la même composition chimique. Une composition différente nécessiterait de changer le formalisme d'Hapke afin d'intégrer, dès les premières étapes de l'écriture du modèle, un rapport de mélange entre les constituants des grains. Par conséquent, il faut considérer les paramètres du régolithe du modèle comme étant représentatif du comportement moyen des grains à condition qu'ils aient tous la même composition de mélange et le même agencement spatial. Ainsi, il faut imaginer les grains du régolithe, non pas comme étant plusieurs sortes de grains homogènes, mélangés à la surface des particules d'anneaux mais plutôt comme une même sorte de grains de composition interne hétérogène. Ces deux types de mélanges sont couramment dénotés par les termes de mélange intime et de mélange moléculaire.

L'article [Poulet et al. \(2003\)](#) donne des mélanges de glace d'eau, de carbone amorphe et de tholins dans des proportions proches de 99.53-0.07-0.41% pour l'anneau C et 97-2.3-0.7 % pour l'anneau B, en volume. Par conséquent, on considère les grains de régolithe comme étant majoritairement de la glace d'eau à laquelle est incorporée de petites inclusions de tholins et de carbone amorphe. L'hypothèse de mélange moléculaire est parfaitement justifié dans ce cas.

Les figures [8.13](#) et [8.14](#) présentent le spectre de grains de régolithe en fonction de la longueur d'onde respectivement pour de la glace d'eau cristalline à 70K et différentes tailles de grains (figure [8.13](#)), ainsi que pour différents mélanges de composition chimique pour des grains de 100 μm de diamètre (figure [8.14](#)). La nécessité de conserver une taille de grain grande devant la longueur d'onde pour rester dans le cadre du modèle d'Hapke impose de ne pas descendre en dessous de 10 μm de diamètre. Les calculs nécessaires pour tracer ces graphiques ont été effectués par mes soins.

La figure [8.13](#) montre, pour une taille de régolithe donnée des bandes d'absorptions autour de 1.5 μm , 2.02 μm , 3 μm , ainsi que la large bande d'absorption à 4,5 μm créées par les

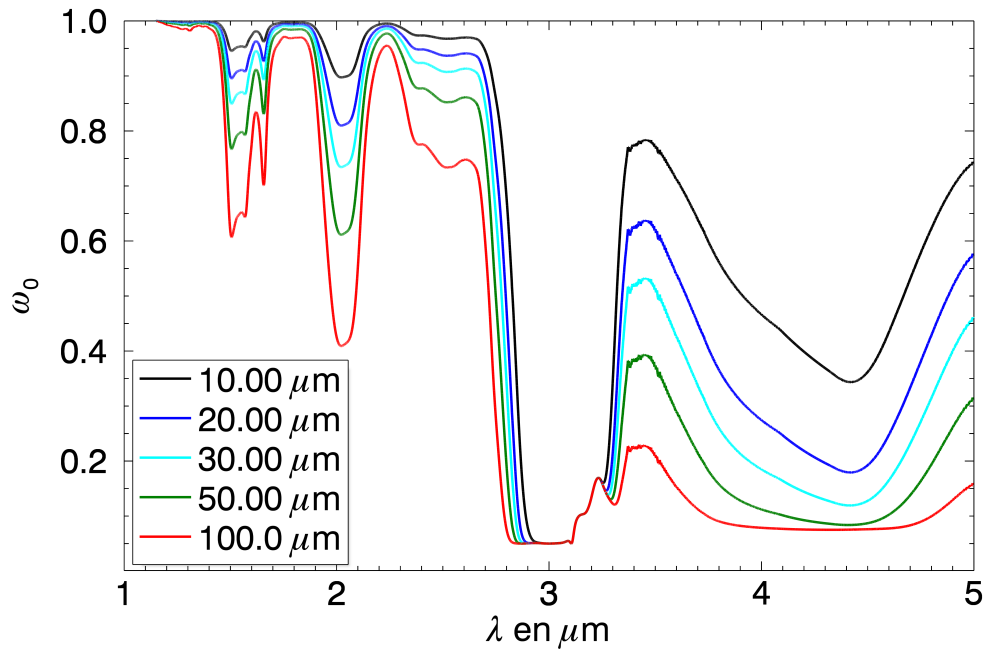


FIGURE 8.13 – Albédo de simple diffusion de glace d'eau cristalline à 70K pour des grains de régolithe dont le diamètre est compris entre 10 et 100 μm . Les indices de réfractifs complexes utilisés pour calculer ces albédos sont tirés du [Mastrapa et al. \(2009\)](#). La méthode de calculs des albédos de simple diffusion à partir des indices de réfractifs et de la taille des particules est tirée du [Lucey \(1998\)](#) et calculée par mes soins.

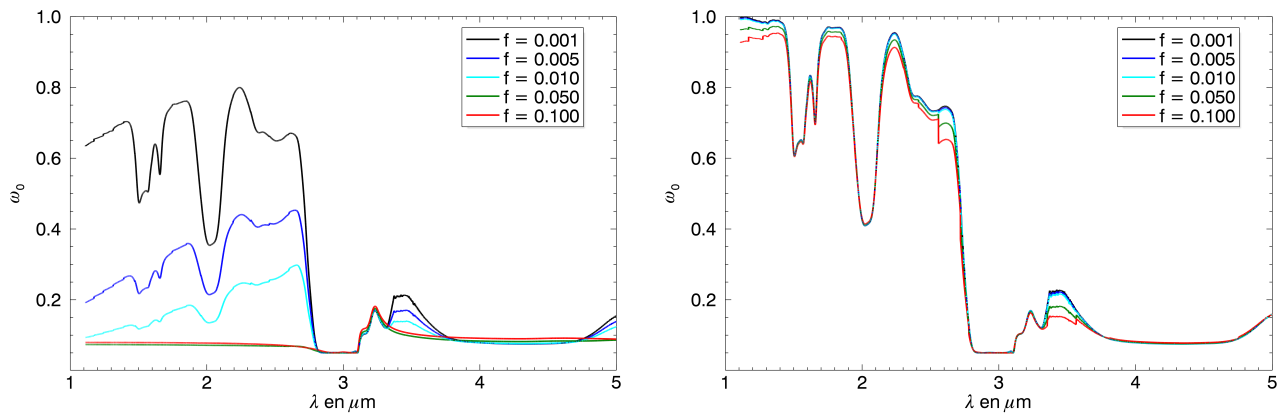


FIGURE 8.14 – Albédo de simple diffusion de grains de régolithe de 100 μm de diamètre à 70K, composés de différents mélanges moléculaires de glace d'eau cristalline et de tholins pour la figure de droite et de glace d'eau cristalline et de carbone amorphe pour la figure de gauche. Les couleurs indiquent la fraction volumique de composé mineur. Les indices de réfraction complexes utilisés pour calculer ces albédos sont tirés du [Mastrapa et al. \(2009\)](#) pour la glace d'eau, du [Khare et al. \(1984\)](#) pour le tholins (à 90K) et du [Preibisch et al. \(1993\)](#) pour le carbone amorphe. La méthode de calcul des albédos de simple diffusion à partir des indices de réfraction et de la taille des particules est tirée du [Lucey \(1998\)](#). La méthode de calcul du mélange moléculaire est tirée de [Bohren and Huffman \(1983\)](#).

différentes résonances entre le rayonnement Infra-Rouge et les modes de vibrations des molécules d'eau au sein de la structure cristalline de la glace. La largeur des bandes est principalement

contrôlée par l'agitation thermique au sein du cristal ce qui permet par exemple, à 70K, de distinguer les deux bandes d'absorption à 1.505 et 1.655 μm .

De plus, cette figure met en évidence que plus le grain de régolithe est gros plus son albédo simple diffusion diminue à température fixée. En effet plus le volume du grain est important plus l'efficacité d'extinction augmente (à efficacité d'extinction linéique constant). Ainsi, la profondeur des bandes d'absorptions est diagnostic de la taille des particules, comme on le voit pour les profondeurs de bandes d'absorptions à 1.5, 2.02 et 4.5 μm ainsi que celle de la faible absorption à 3.35 μm .

La figure 8.14 quant à elle, révèle l'effet de la composition chimique sur le spectre d'albédo simple diffusion du régolithe. Pour une taille unique, choisie à 100 μm , la présence d'un composé mineur au sein de la glace d'eau influe radicalement sur ce spectre. En particulier, le carbone amorphe absorbe une grande partie du rayonnement compris entre 1 et 5 μm (voir 8.14). Une proportion volumique de 0.1% suffit à diminuer l'albédo d'environ 20% sur toute cette la gamme de longueurs d'onde considérée. De plus, cette absorption supplémentaire crée une pente globale d'augmentation de l'albédo entre 1 et 2.3 μm entraînant ainsi un rougissement du spectre. La présence de carbone amorphe au sein du régolithe des anneaux reste à ce jour une des hypothèses pour expliquer le rougissement observé (voir Poulet et al. (2003), Cuzzi et al. (2009)).

Bien que les tholins influent eux aussi sur le spectre du régolithe, l'effet est bien moindre que le carbone amorphe. Même pour une fraction volumique de 10%, la variation d'albédo ne dépasse que rarement 10%. Elle est en fait maximale pour 1.1, 2.6 et 3.45 μm .

Ainsi, la détermination des albédos de simple diffusion en fonction de la longueur d'onde, donne accès à la composition chimique des grains de régolithe ainsi qu'à leur taille. En observant les spectres des figures 8.14 et 8.13 nous avons sélectionné les longueurs d'onde correspondant aux pics et aux ailes de ces bandes d'absorptions. La synthèse de tous ces comportements spectraux définit les longueurs d'ondes d'intérêts, résumées dans la table 8.3.

λ en (μm)	Canal VIMS le plus proche	Candidats ou paramètres physiques ciblés
1.141	1.146	Carbone Amorphe
1.317	1.310	Carbone Amorphe
1.408	1.409	Combinaison des trois
1.501	1.507	Taille grain + Carbone Amorphe
1.509	1.507	Carbone Amorphe
1.566	1.573	Taille grain + Carbone Amorphe
1.655	1.655	Taille grain + Carbone Amorphe
1.800	1.804	Combinaison des trois
2.026	2.034	Taille grain + Carbone Amorphe
2.240	2.232	Combinaison des trois
2.414	2.418	Combinaison des trois
2.515	2.516	Combinaison des trois
2.620	2.615	Combinaison des trois
2.820	2.816	Taille grain
3.141	3.146	Carbone Amorphe
3.235	3.231	Combinaison des trois
3.320	3.316	Combinaison des trois
3.460	3.464	Combinaison des trois
3.620	3.613	Taille grain + Carbone Amorphe
4.001	3.996	Taille grain
4.439	4.431	Taille grain
4.903	4.902	Taille grain + Carbone Amorphe

TABLE 8.3 – Tableau récapitulatif des longueurs d’ondes d’intérêt pour évaluer la taille et la composition chimique des grains de régolithe. Les trois effets physiques sont: La détermination de la taille de grain, la proportion de carbone amorphe, la proportion de tholins.

8.3 Comportement photométrique observé

Dans cette section nous nous intéressons à l’étude des comportements photométriques observés dans les données *Cassini*. L’extraction des courbes de phases pour les zones d’anneaux et les longueurs d’onde sélectionnées a été faite en suivant la méthode décrite dans la section 8.1. Nous étudions les trois paramètres dont nous avons prédits les effets dans le chapitre 4 : L’épaisseur optique, la géométrie d’observation et d’illumination, la longueur d’onde.

8.3.1 Influence de l’épaisseur optique τ

La figure 8.15 présente le facteur de radiance de trois coupes radiales dans les anneaux en fonction de leur distance à Saturne. L’épaisseur optique de ces coupes est aussi représentée en fonction de la distance à Saturne. Ces différentes coupes diffèrent seulement par la géométrie de la scène. En effet, seule la longitude dans les anneaux est différente ce qui implique une

variation de ϕ , ϕ_0 , μ et μ_0 . La superposition de ces coupes met en évidence deux effets déjà prédis par le modèle:

- Considérée individuellement, chaque coupe montre l'influence de l'épaisseur optique sur le comportement photométrique de l'anneau. En particulier, le léger rebond du facteur de radiance entre 108 000 et 109 000 km de la courbe bleue (2 sur l'image) correspondant aux longitudes $\in [251.6^\circ, 252.6^\circ]$ est dû à l'augmentation de l'épaisseur optique visible sur le graphique du haut de la figure 8.15. L'angle de phase diminuant entre ces deux zones, à épaisseur optique constante, le facteur de radiance aurait dû diminuer.
- De même, à épaisseur optique constante, soit sur un anneau de distance à Saturne constante (en prenant l'hypothèse de symétrie azimutale), l'augmentation du facteur de radiance, notamment le pic d'opposition à $\approx 107\,000$ km (1 sur l'image), montre l'influence de l'angle de phase sur le facteur de radiance. Plus l'angle de phase diminue, plus le facteur de radiance augmente. C'est l'effet d'opposition que nous observons.

De plus, à distance constante, on remarque que l'écart entre les différentes courbes n'est pas le même. C'est l'effet conjoint de la variation d'épaisseur optique et de la géométrie qui provoque ces différences.

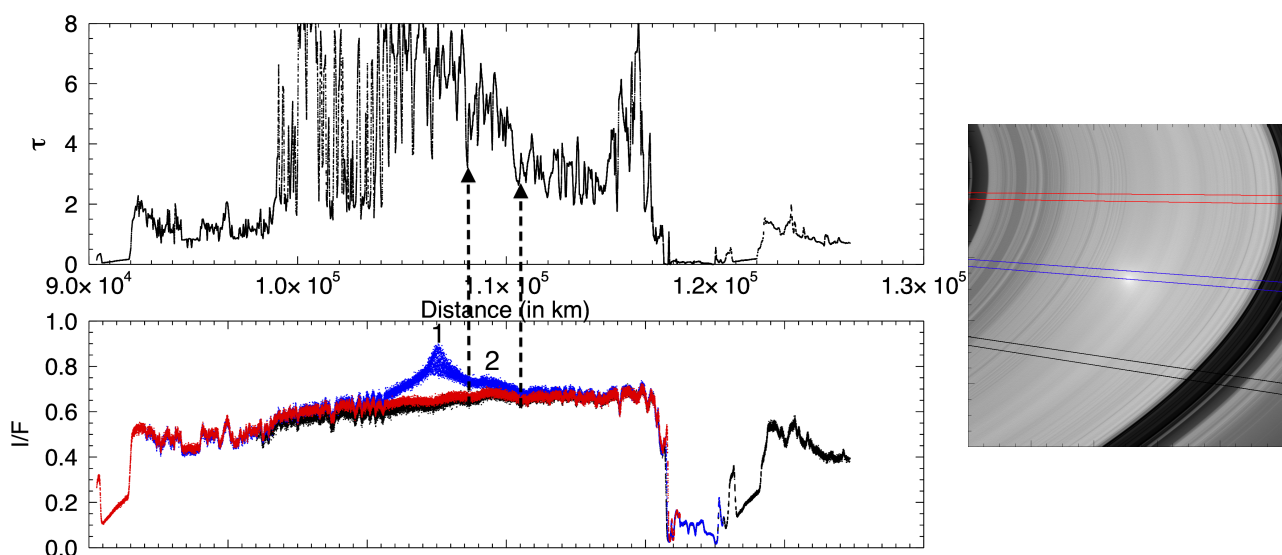


FIGURE 8.15 – Superposition de coupes radiales dans les anneaux B et A. La figure de gauche montrent le facteur de radiance I/F et l'épaisseur optique τ de ces coupes en fonction de la distance à Saturne. Les épaisseurs optiques sont issues du profil UVIS (1km de résolution radiale). Les trois courbes de couleurs pour le facteur de radiance correspondent aux coupes radiales dont les contours sont superposés à l'image ISS/WAC de droite (W1498454288_1). Elles correspondent respectivement à des longitudes comprises entre $[241.6^\circ, 242.6^\circ]$, $[251.6^\circ, 252.6^\circ]$ et $[261.6^\circ, 262.6^\circ]$.

Pour mettre en évidence ces effets, l'évolution de la courbe de phase en fonction de la géométrie et de l'épaisseur optique est présentée sur la figure 8.16. Pour construire ces courbes, j'ai utilisé un logiciel de ma création qui permet d'afficher les différentes courbes extraites des zones d'intérêt et de les superposer pour construire les courbes de phases composites allant de 0° à $\approx 35^\circ$ (voir annexe D pour plus de détail sur ce logiciel). La figure 8.16 montre l'évolution du facteur de radiance en fonction de l'angle de phase pour différentes zones d'anneaux référencées

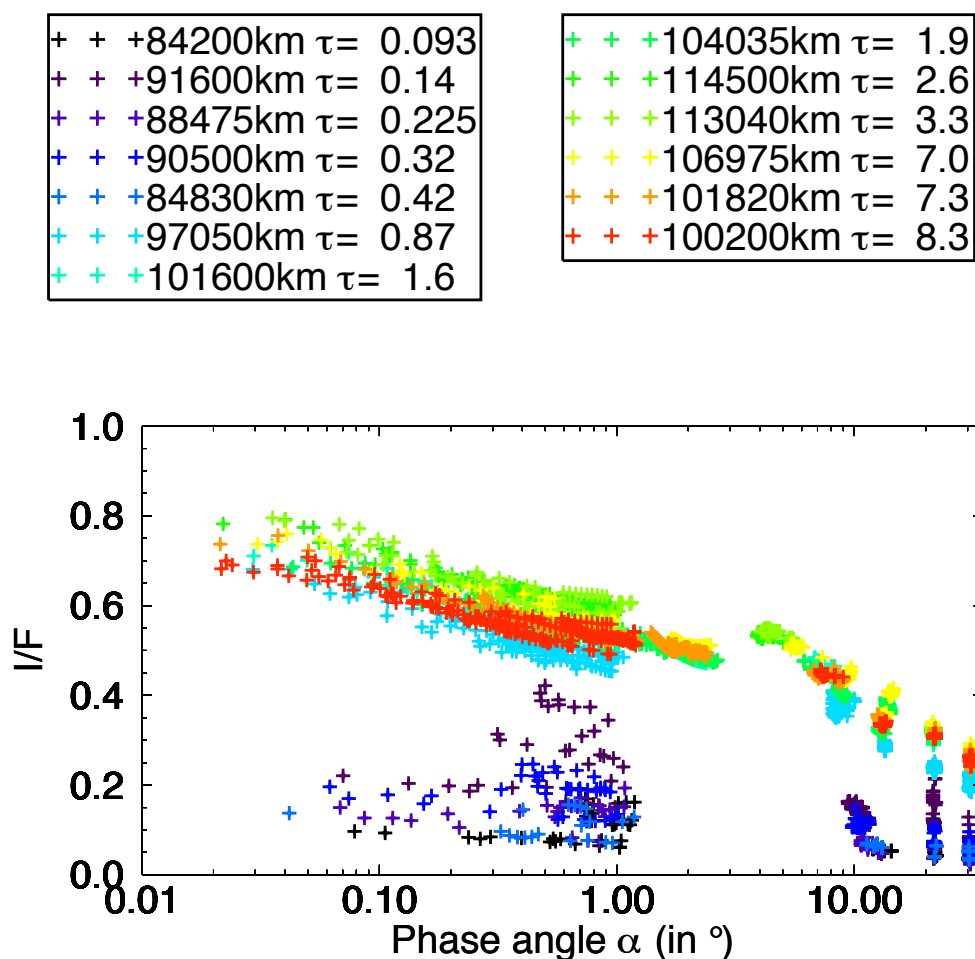


FIGURE 8.16 – Évolution du facteur de radiance en fonction de l'angle de phase pour un panel d'épaisseurs optiques correspondant à certaines zones d'intérêt de la table 8.2. La figure de est issue d'un composite de cubes VIMS à $1.310 \mu\text{m}$ dont les angles de phases sont compris entre 0.02° et 35° .

dans la table 8.2, dont l'épaisseur optique est comprise entre 0.09 et 8.3. Globalement, le facteur de radiance augmente sur toute la gamme d'angles de phase lorsque l'épaisseur optique augmente. Néanmoins, au delà de $\tau = 2$, on observe un phénomène de saturation. Le même comportement est observé pour le modèle de R-SHOE (voir figure 3.7). Au delà d'une épaisseur optique égale à 2-3, l'effet d'opposition est maximal. Les figures 3.9 et 3.10 du chapitre 4 prédisait une saturation du R-SHOE aux alentours de ces valeurs. Ce sont les propriétés du régolithe qui expliquent les différences observées entre les courbes de phase, à forte épaisseur optique.

À faible épaisseur optique, les comportements sont plus complexes à interpréter, les points extraits de chaque zone étant très dispersés. Cette dispersion provient principalement de l'utilisation des données VIMS qui ne possèdent pas toujours la résolution spatiale suffisante pour n'extraire que les zones des plateaux de l'anneau C (dispersion surtout visible pour la zone à 91600km)). Ainsi le facteur de radiance de ces zones est moyenné en intégrant des zones de bien

plus faible épaisseur optique situées autour de ces plateaux. De la même façon le moyennage du facteur de radiance avec les zones contiguës au plateau à 91600km (C Rampe) augmente l'épaisseur optique effective de cette zone, ce qui explique l'amplitude supérieure de cet anneau par rapport aux autres. Une conclusion claire sur les variations du facteur de radiance à faible épaisseur optique est par conséquent délicate. Néanmoins, compte tenu de ces effets de résolution, il est tout de même possible de remarquer que le facteur de radiance suit lui aussi une augmentation avec l'épaisseur optique, comportement déjà observé pour les plus fortes épaisseurs optiques. Tout ceci est conforme aux variations prédites par le modèle général d'anneau.

8.3.2 Influence de la géométrie d'observation de d'illumination

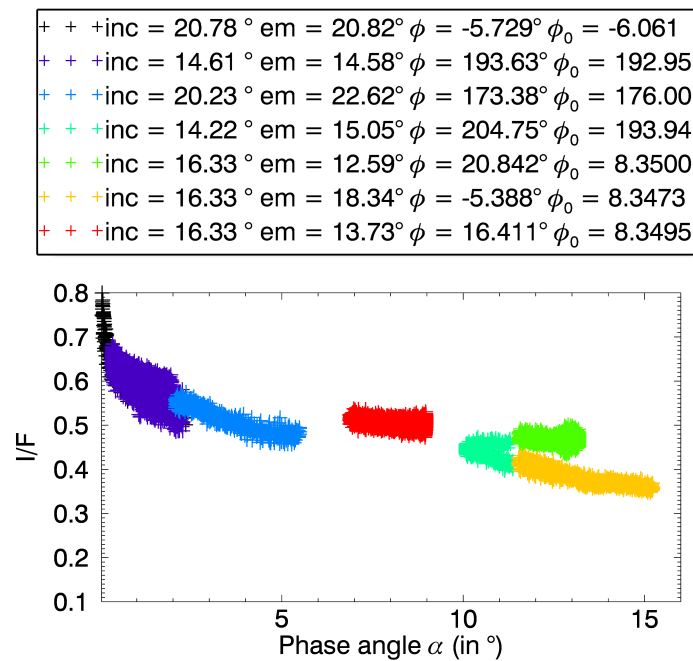


FIGURE 8.17 – Évolution du facteur de radiance pour l'annelet $B3_2$ observé sous différentes géométries. Les images utilisées sont tirées de l'instrument ISS/WAC sans filtre en longueur d'onde. Les géométries correspondantes aux images W1498453520_1, W1543793733_1, W1503158656_1, W1546278468_1, W1532382452_1, W1532376301_1 et W1532381301_1 sont indiquées dans la légende.

De la même manière, la figure 8.17 représente la courbe de phase de l'annelet $B3_2$ ($\tau = 7.7 \pm 1.0$) observé sous différentes géométries à l'aide de l'instrument ISS/WAC. On observe des variations d'amplitude en fonction de la géométrie d'observation notamment, pour les parties verte et jaune correspondant au passage de la sonde de part et d'autre de l'opposition (i-e change de signe ainsi que ϕ). Ainsi on décrit les deux branches de la courbe de phase déjà observé pour de plus petits angles de phase sur la figure 8.1. Nous avons vu dans le chapitre 3 que l'écart entre ces branches est aussi une trace du R-SHOE, il dépend donc de la structure de l'anneau. Enfin, les variations de géométries ont un impact plus fort autour d'angle de phase proche de 10° qu'à l'opposition comme l'indiquent la superposition des courbes noire et violette.

8.3.3 Influence de la longueur d'onde

Enfin, l'évolution du facteur de radiance en fonction de la longueur d'onde d'observation pour une même épaisseur optique pour une géométrie constante est tracée sur la figure 8.18:.

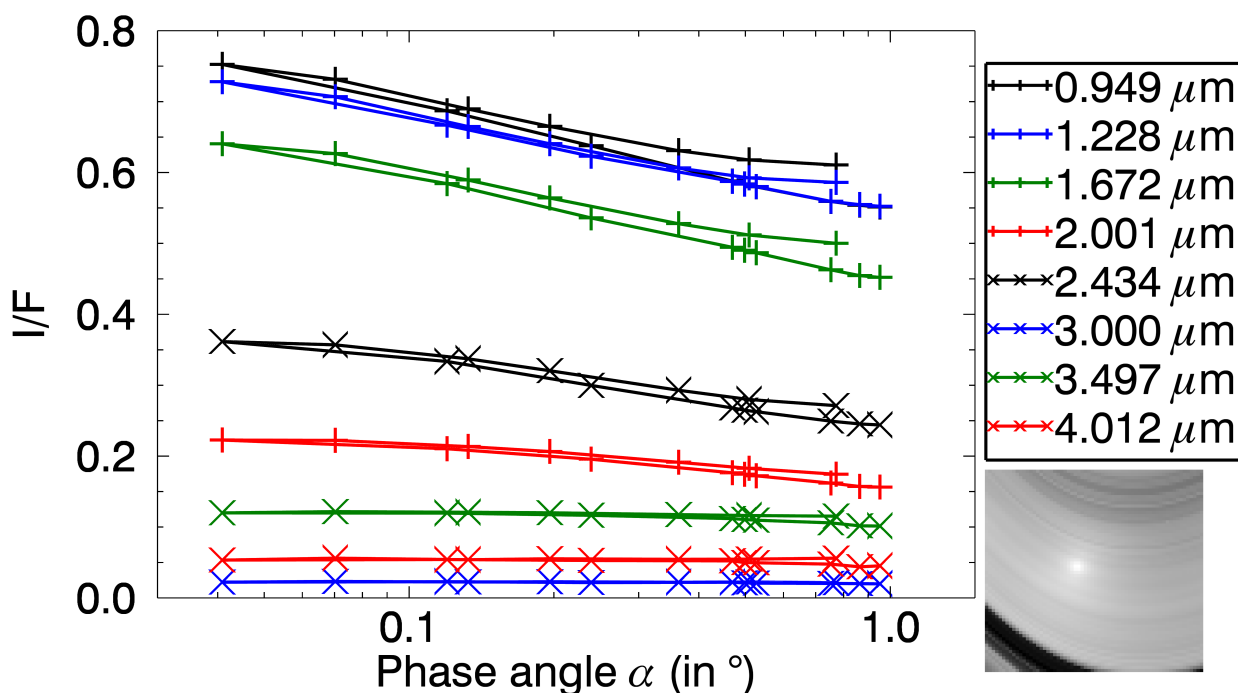


FIGURE 8.18 – Évolution du facteur de radiance en fonction de l'angle de phase pour différentes longueurs d'ondes. Ces courbes de phases sont extraites du cube VIMS CM_1495274848_1 qui exhibe un effet d'opposition sur la zone $B3_2$.

L'amplitude de l'effet d'opposition est fortement corrélé à la longueur d'onde d'observation. L'amplitude de l'effet d'opposition n'est pas proportionnel à la valeur de la longueur d'onde comme le montre bien l'inversion des courbes entre 2.001 et 2.434 μm . C'est l'albédo du régolithe recouvrant les particules qui contrôle les amplitudes de ces pics. Ainsi il est théoriquement possible de remonter au spectre d'absorption de ce régolithe, à condition d'évaluer proprement ces amplitudes c'est à dire de bien modéliser les autres mécanismes d'effets d'oppositions. Le modèle du chapitre 4 prédit que ces variations ne sont dues qu'au régolithe recouvrant les particules d'anneaux. L'épaisseur optique et la géométrie étant fixées, seule la contribution du régolithe peut en effet expliquer le comportement observé.

Outre l'évolution de l'amplitude et de l'effet d'opposition observé dans la figure 8.18, lorsqu'on regarde une courbe de phase extraite d'un anneau dont l'angle de phase varie de part et d'autre de l'opposition, on constate une asymétrie du facteur de radiance (voir graphique en bas à gauche de la figure 8.1). Cette asymétrie est due à la variation des angles ϕ , ϕ_0 , μ et μ_0 le long de l'anneau. Elle est quantifiée par l'écart entre les deux branches ainsi visibles à un angle de phase donné. Nous voyons sur la figure 8.18 que cet écart semble lié à la longueur d'onde d'observation. Nous avons donc tracé l'écart entre les branches à $\alpha = 0.61^\circ$ en fonction de la longueur d'onde d'observation. Le résultat est visible sur la figure 8.19:

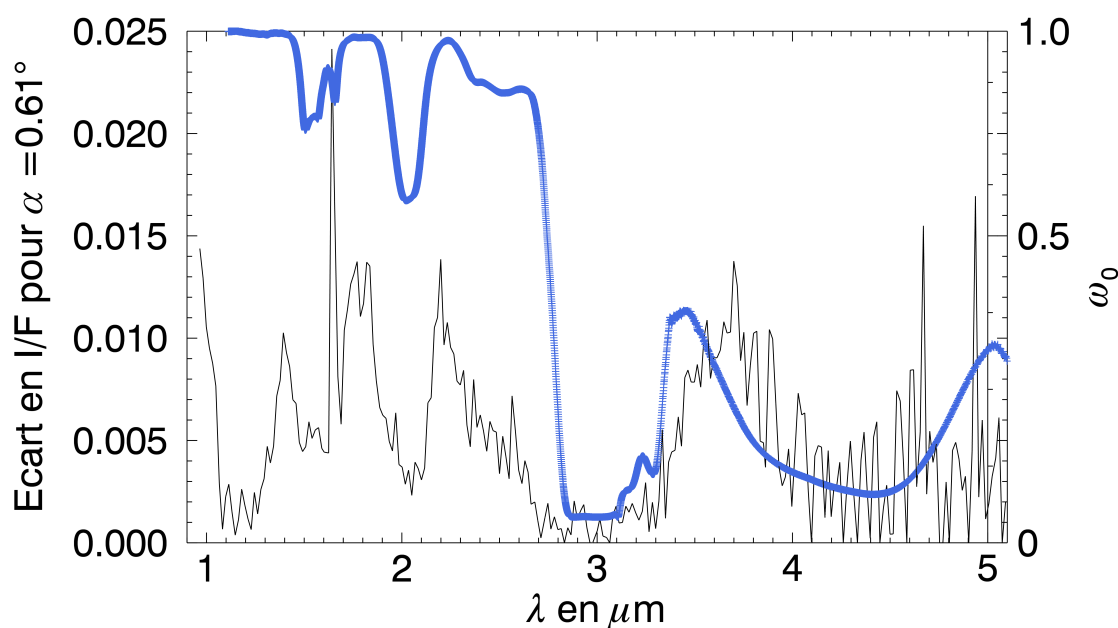


FIGURE 8.19 – Écart entre les branches de facteur de radiance en fonction de la longueur d’onde d’observation pour un effet d’opposition visible sur la zone B_{22} d’épaisseur optique $\tau = 7.3$. L’effet d’opposition est extrait du cube VIMS CM_1560341420_1 pour $\lambda \in [0.949, 5.1] \mu m$. L’écart entre les branches est quantifié en valeur de I/F . Les écarts pour des longueurs d’ondes supérieures à $4 \mu m$ sont très bruitées du fait des très faibles facteurs de radiance à ces longueurs d’ondes, proches de la limite de sensibilité de l’instrument. Le spectre solaire étant très faible à ces longueurs d’ondes le rapport signal sur bruit des données est plus faible ce qui augmente aussi le bruit des données. Le pic à $1.6 \mu m$ est lié à un chevauchement de filtres spectraux sur ce canal et n’est donc pas significatif sur ce graphique. En bleu est superposé un spectre de glace d’eau à 70K pour un taille de grains de $40 \mu m$ calculé de la même façon que pour les spectres des sections 8.2.2.

La similitude avec le comportement d’un spectre de glace d’eau, visible sur la figure 8.13 est très intéressante. En effet, l’écart entre les branches est un effet purement géométrique qui est prédit aussi bien par le modèle classique d’anneau que par celui de R-SHOE. Il ne devrait donc pas y avoir de dépendance avec la longueur d’onde d’observation. L’interprétation que nous faisons est que l’écart entre les branches du facteur de radiance est fixé par l’effet de l’anneau puis plus ou moins amplifié en fonction de la valeur de l’albédo simple diffusion du régolithe, lui même fonction de la composition du régolithe. Néanmoins, les paramètres du régolithe varient potentiellement eux aussi avec la longueur d’onde ce qui explique la non proportionnalité exacte visible sur cette figure. Il n’est donc pas possible d’inverser directement cet écart en spectre de composition du régolithe. Néanmoins, une étude plus poussée des paramètres influant sur ces écarts présentera certainement des perspectives d’après thèse des plus intéressantes.

8.4 Processus d'ajustement

Pour ajuster notre modèle avec les observations, nous avons choisi un estimateur classique de minimisation par les moindres carrés (χ^2). Contrairement à la méthode utilisée pour le travail sur Encelade, le nombre élevé de paramètres de notre modèle multi-échelles d'anneaux, ne permet pas d'utiliser une méthode explorant l'ensemble de l'espace des paramètres de manière exhaustive. Avec 8 paramètres, une grille échantillonnée tous les dix pas implique 10^8 calculs de modèles. Pour un temps moyen de 5 millisecondes de calcul par jeu de paramètres pour un processeur de 2.4Ghz, on obtient 5×10^5 s soit ≈ 6 jours. Une simple division par 2 du pas de la grille pour chaque paramètre fait passer ce temps de calcul à 4 ans et 21 jours et ce pour une seule zone d'intérêt à une longueur d'onde. Il n'est clairement pas raisonnable d'envisager ce mode d'ajustement. C'est pourquoi nous avons dû utiliser des procédures d'ajustement plus sophistiquées, rapides, permettant de s'affranchir d'un calcul exhaustif tout en restant précis.

8.4.1 Algorithmes d'inversions

8.4.1.1 Algorithme de Levenberg-Marquardt

L'algorithme de Levenberg-Marquardt porte le nom des deux mathématiciens qui ont développé cette méthode de manière indépendante ([Levenberg \(1944\)](#), [Marquardt \(1963\)](#)). Le principe est de coupler la méthode de minimisation de χ^2 de Gauss-Newton avec la méthode d'algorithme de gradient. On cherche le jeu de paramètres qui minimise l'écart entre la sortie du modèle et les données. Pour ce faire, on part d'un jeu initial de paramètres donné par l'utilisateur auquel on applique une petite variation. Ainsi on détermine la pente local dans l'espace des paramètres ce qui permet de "choisir" dans quel sens faire varier les paramètres afin d'approcher le modèle des données.

Bien que très rapide, cette méthode souffre d'un biais très important. En effet, la nécessité de donner un jeu initial de paramètres rend cet algorithme sensible à ce jeu initial. Il est alors courant d'obtenir des résultats sensiblement différents selon le jeu fournis. Cet effet est lié à la méthode même de minimisation qui est tout aussi sensible aux minima locaux et qu'au minimum global de l'espace des paramètres. La majorité des algorithmes basés sur la détection de pente maximale ont le même défaut (méthode de Nelder et Mead ou algorithme de Powell par exemple). Ne voulant pas biaiser le processus d'ajustement par un mauvais choix de jeu initial de paramètres, nous avons décidé d'utiliser un autre type d'algorithme: l'algorithme génétique.

8.4.1.2 Algorithme génétique

L'algorithme génétique est un concept bien plus récent qui a vu le jour dans les années 60 avec l'équipe de [Holland \(1975\)](#) et a été popularisé par [Goldberg \(1989\)](#) à la fin des années 80.

La philosophie générale est d'utiliser le principe de sélection naturelle de la même manière que le vivant. Ainsi, on associe au modèle une population. Chaque individu de cette population correspond à un jeu de paramètres auquel est associé la valeur du χ^2 entre cette réalisation du modèle et les données. Ce jeu de paramètre est codé dans le "gène" de l'individu sous la forme d'un ou plusieurs octets. Le choix des réalisations (ou des jeux de paramètres) initial est aléatoire. Seules les bornes de chaque paramètre sont nécessaires. Ensuite, la population évolue

par deux moyens:

- Par croisement: Deux individus "se reproduisent" en échangeant des parties de leurs patrimoines génétiques. Par exemple, si le modèle est codé sur 1 octet, les 4 premiers bits du premier individu et les 4 derniers du deuxième individu forment un nouvel individu. Les 4 derniers bits du premier individu et les 4 premiers bits du deuxième individu forment un autre descendant. Plus le χ^2 associé à un individu est faible plus la probabilité de transmettre un nombre de gène élevé augmente, favorisant ainsi les individus se rapprochant le plus des données.
- Par mutation: On permet à un individu de muter spontanément. Pour ce faire, la méthode la plus simple consiste à changer un bit de $0 \rightarrow 1$ ou de $1 \rightarrow 0$ selon une probabilité définie initialement. De fait, grâce à ces mutations spontanées, la population peut désormais "sortir" d'un minimum local si un des individus "mutants" possède un χ^2 plus faible que le reste de la population. On s'affranchi ainsi du problème des conditions initiales rencontré avec l'algorithme de Levenberg-Marquardt.

Le principal défaut de l'algorithme génétique est de devoir évaluer le modèle un grand nombre de fois, une fois par individu et par génération. Néanmoins nous verrons dans la section suivante que ce nombre est bien inférieur à un ajustement exhaustif ce qui rend tout à fait pertinent son utilisation dans notre cas. Enfin, le nombre d'octets codant les paramètres du modèle ainsi que la taille de la population nécessaire pour échantillonner suffisamment l'espace des paramètres n'est pas fixée et dépend du problème. Il est souvent requis d'effectuer quelques tests avant d'ajuster convenablement ces paramètres. C'est l'objectif de la section suivante.

8.4.2 Validation de la méthode d'inversion

Une des méthodes classiques pour tester le processus d'ajustement choisi est de créer des données synthétiques à partir du modèle que l'on bruite de manière aléatoire, puis de les ajuster de la même manière que des données réelles. Ainsi, on s'affranchit des problèmes liés à la modélisation choisie puisque ces données sont exactement reproductibles par le modèle. Trois caractéristiques principales quantifient l'efficacité de l'algorithme d'ajustement:

- La fidélité du résultat par rapport aux paramètres synthétiques.
- La reproductibilité de l'ajustement.
- La rapidité de calcul.

8.4.2.1 Test de sensibilité

Plusieurs tests sont effectués en faisant varier l'épaisseur optique de l'anneau. En effet, nous avons vu que le modèle d'anneau ne se comporte pas de la même façon en fonction de τ . Il est important de s'assurer que notre méthode d'ajustement est efficace pour extraire les paramètres d'anneaux optiquement fins comme d'anneau optiquement épais, la sensibilité du modèle aux paramètres étant différente dans ces cas (voir discussion chapitre 4).

Le premier cas étudié est celui d'un anneau d'épaisseur optique est de 11, dont les paramètres sont les suivants:

$D = 0.5$; $H/R = 60/2$; $\omega_0 = 0.95$; $g = -0.4$; $B_{0_{SHOE}} = 0.9$; $a_{reg} = 0.0001$; $B_{0_{CBOE}} = 0.7$; $\phi_{reg} = 0.9$ (voir tables 8.4 et 8.5).

Pour effectuer ces ajustements j'ai utilisé les géométries d'observations présentes dans les données présentées au cours de ce chapitre. En effet nous avons vu que la géométrie a un impact fort sur le R-SHOE (chapitre 4). Néanmoins les observations d'effet d'opposition n'étant que ponctuelles au cours de la mission Cassini, nous ne disposons pas d'une infinité de configurations d'observations différentes. Il est donc important de se placer dans les conditions d'ajustement que nous rencontrons dans le cas de données réelles. Le bruitage appliqué à ces données correspond à des erreurs relatives de $\pm 2\%$. Les résultats sont synthétisés dans les tableaux 8.4 et 8.5.

Cet ajustement montre que l'algorithme génétique est à même de retrouver rapidement les paramètres du modèle ce qui justifie son utilisation. Cet ajustement a pris au total 1H 6min 30s. Il faut comparer ces chiffres aux 4 années nécessaires pour l'ajustement exhaustif. Pour effectuer des ajustements similaires sur toutes nos zones d'intérêt à chaque longueur d'onde il faut compter 17jours 3h 50min sur un processeur unique, ce qui est tout à fait raisonnable dans le cadre d'une thèse. Il est à noter qu'une parallélisation des calculs permettrait de diminuer amplement ce temps de calcul.

Concernant les paramètres obtenus par cet ajustement, on observe que les paramètres de l'anneau D et H/R ainsi que les paramètres du régolithe ω_0 et g sont très proches de ceux injectés dans le modèle initial. On obtient $D = 0.56 \pm 0.06$; $H/R = 27 \pm 3$; $\omega_0 = 0.981 \pm 0.006$; $g = -0.427 \pm 0.011$. À l'inverse, les autres paramètres du régolithe, $B_{0_{SHOE}}$, a_{reg} , $B_{0_{CBOE}}$ et ϕ_{reg} sont très mal contraints avec $B_{0_{SHOE}} = 0.53 \pm 0.08$; $a_{reg} = 0.0037 \pm 0.0018$; $B_{0_{CBOE}} = 0.45 \pm 0.13$; $\phi_{reg} = 0.44 \pm 0.11$. Cela s'explique en grande partie par les courbes de corrélations tracées dans le chapitre 4 figures 4.8. Les paramètres influençant le plus le comportement photométrique de l'anneau sont l'albédo de simple diffusion du régolithe, le paramètre d'asymétrie de diffusion de régolithe ainsi que les paramètres de structure d'anneaux. Il n'est pas surprenant de mieux contraindre ces propriétés de l'anneau. Néanmoins, la mauvaise détermination, notamment des amplitudes des effets d'opposition du régolithe ($B_{0_{SHOE}}$ et $B_{0_{CBOE}}$) influe légèrement sur les valeurs des autres paramètres. Par exemple, pour le premier ajustement $B_{0_{SHOE}}$ et $B_{0_{CBOE}}$ sont très petits par rapport à leurs valeurs réelles. Le modèle a tendance à compenser la perte d'amplitude due à ces faibles valeurs en augmentant légèrement l'albédo et le paramètre d'asymétrie du régolithe et très légèrement le R-SHOE par le biais de la densité de l'anneau.

Un autre cas d'ajustement d'anneau synthétique dont l'épaisseur optique est égale à 0.3, est illustré par les tables 8.6 et 8.7. Dans ce cas les paramètres du modèles sont les suivants: $D = 0.01$; $H/R = 120/3$; $\omega_0 = 0.95$; $g = -0.4$; $B_{0_{SHOE}} = 0.9$; $a_{reg} = 0.0001$; $B_{0_{CBOE}} = 0.7$; $\phi_{reg} = 0.9$, l'ajustement a pris 1H 24min 40s.

On observe le même comportement que pour le premier ajustement avec cependant des valeurs plus faibles et plus éloignées des valeurs réelles pour la densité de l'anneau D et l'épaisseur de l'anneau H/R ($D = 0.0067 \pm 0.0020$; $H/R = 65 \pm 20$). L'épaisseur optique étant bien plus faible dans ce cas, l'effet de R-SHOE est moins dominant (voir les figures de corrélations 4.8) ce qui rend plus difficile la détermination précise de ces paramètres. Malgré cela, les valeurs déterminées sont tout de même très proches des valeurs d'origines, en particulier pour ω_0 et g

N°	D $\tau = 11$	H/R	ω_0	g	$B_{0_{SHOE}}$	a_{reg}	$B_{0_{CBOE}}$	ϕ_{reg}	χ^2	Durée (en s)
Initial	0.5	60/2	0.950	-0.4	0.90	0.00010	0.70	0.90	-	-
1	0.79	18.9	0.979	-0.443	0.46	0.00668	0.17	0.21	2.8	320
2	0.66	22.7	0.988	-0.464	0.11	0.00015	0.94	0.99	7.6	319
3	0.51	29.5	0.943	-0.438	0.68	0.00656	0.38	0.95	3.4	343
4	0.75	19.9	0.940	-0.411	0.94	0.00657	0.56	0.56	3.9	355
5	0.63	23.8	0.988	-0.402	0.58	0.00355	0.14	0.37	3.6	349
6	0.57	26.3	0.973	-0.483	0.23	0.00007	0.53	0.68	3.8	344
7	0.81	18.6	0.923	-0.489	0.40	0.00328	0.44	0.98	6.4	335
8	0.59	25.5	0.968	-0.532	0.64	0.00652	0.26	0.001	5.88	331
9	0.39	38.0	0.981	-0.482	0.22	0.00570	0.39	0.88	3.3	338
10	0.52	28.9	0.973	-0.385	0.86	0.00099	0.42	0.66	3.1	328
Moyenne	0.62	25.2	0.965	-0.453	0.51	0.0040	0.42	0.63	4.4	336
Écart-type	0.13	5.9	0.022	0.046	0.28	0.0028	0.23	0.34	1.6	12

TABLE 8.4 – Ajustements d'un anneau synthétique dont les paramètres sont indiqués dans la ligne 'Initial'. Les bornes utilisées dans ce cas sont les bornes "physiques" correspondant à ces paramètres (10^{-6} à 1 pour D, 1 à 300 pour H/R, 0 à 1 pour ω_0 , -1 à 0 pour g, 10–3 pour B_{SHOE_0} et B_{CBOE_0} , 10–5 à 10–2 pour a_{reg} et 10–4 à 1 pour ϕ_{reg} . L'ajustement est effectué par un algorithme génétique dont la population a été fixée à 1000 individus, une longueur de gènes de 20 octets, ainsi qu'un taux de mutation de 20%. L'algorithme a effectué 11000 calculs de modèles avant de converger vers les solutions indiquées. Les 10 ajustements sont indépendants les uns des autres.

N°	D $\tau = 11$	H/R	ω_0	g	$B_{0_{SHOE}}$	a_{reg}	$B_{0_{CBOE}}$	ϕ_{reg}	χ^2	Durée (en s)
Initial	0.5	60/2	0.950	-0.4	0.90	0.00010	0.70	0.90	-	-
1	0.64	23.5	0.969	-0.424	0.63	0.00450	0.45	0.55	3.1	89
2	0.51	29.2	0.987	-0.444	0.38	0.00607	0.26	0.41	2.8	61
3	0.53	28.5	0.987	-0.424	0.52	0.00123	0.58	0.35	2.8	59
4	0.60	25.2	0.984	-0.414	0.61	0.00435	0.58	0.33	2.8	60
5	0.53	28.4	0.981	-0.416	0.60	0.00612	0.23	0.48	2.8	64
6	0.50	29.7	0.983	-0.422	0.55	0.00497	0.53	0.49	2.7	61
7	0.54	27.6	0.971	-0.432	0.58	0.00190	0.48	0.66	3.1	60
8	0.50	30.2	0.985	-0.435	0.46	0.00342	0.53	0.45	2.8	60
9	0.65	23.1	0.984	-0.417	0.56	0.00202	0.36	0.33	2.9	61
10	0.63	23.9	0.982	-0.445	0.42	0.00233	0.54	0.33	3.0	59
Moyenne	0.56	27	0.981	-0.427	0.53	0.0037	0.45	0.44	2.88	63
Écart-type	0.06	3	0.006	0.011	0.08	0.0018	0.13	0.11	0.14	9

TABLE 8.5 – Tableau similaire au tableau 8.4. Cette fois les bornes données à l'algorithme génétique sont fixées par la moyenne et l'écart type des dix premiers ajustements.

N°	D $\tau = 0.3$	H/R	ω_0	g	B_{0SHOE}	a_{reg}	B_{0CBOE}	ϕ_{reg}	χ^2	Durée (en s)
Initial	0.01	120/3	0.950	-0.4	0.90	0.00010	0.70	0.90	-	-
1	0.0064	62.5	0.972	-0.393	0.88	0.00288	0.06	0.69	2.2	369
2	0.0043	93.6	0.995	-0.487	0.08	0.00204	0.07	0.01	2.5	453
3	0.0057	69.8	0.992	-0.407	0.53	0.00942	0.003	0.52	2.8	448
4	0.0040	99.5	0.989	-0.453	0.31	0.00843	0.79	0.44	2.03	447
5	0.0063	63.9	0.972	-0.421	0.69	0.00247	0.08	0.71	2.3	457
6	0.0059	68.0	0.944	-0.415	0.93	0.00748	0.19	0.73	2.7	446
7	0.0041	97.7	0.966	-0.450	0.54	0.00621	0.78	0.84	2.1	426
8	0.0142	28.1	0.919	-0.421	0.86	0.00091	0.005	0.99	3.7	404
9	0.0058	69.5	0.988	-0.393	0.71	0.00308	0.52	0.46	2.3	403
10	0.0054	73.4	0.968	-0.523	0.11	0.00169	0.90	0.74	5.3	403
Moyenne	0.0068	68.8	0.972	-0.436	0.55	0.0041	0.35	0.59	2.7	426
Écart-type	0.0034	23.6	0.023	0.040	0.30	0.0032	0.35	0.27	0.9	21

TABLE 8.6 – Ajustements d'un anneau synthétique dont les paramètres sont indiqués dans la ligne 'Initial'. L'ajustement est effectué par un algorithme génétique dont la population a été fixée à 1000 individus, une longueur de gènes de 20 octets, ainsi qu'un taux de mutation de 20%. L'algorithme a effectué 11000 calculs de modèles avant de converger vers les solutions indiquées. Les 10 ajustements sont indépendants les uns des autres.

N°	D	H/R $\tau = 0.3$	ω_0	g	B_{0SHOE}	a_{reg}	B_{0CBOE}	ϕ_{reg}	χ^2	Durée (en s)
Initial	0.01	120/3	0.950	-0.4	0.90	0.00010	0.70	0.90	-	-
1	0.0096	41.6	0.961	-0.413	0.73	0.00509	0.085	0.35	3.1	84
2	0.0041	98.6	0.950	-0.417	0.82	0.00171	0.56	0.35	3.08	81
3	0.0048	83.0	0.953	-0.418	0.74	0.00317	0.34	0.33	2.9	82
4	0.0090	44.5	0.950	-0.419	0.78	0.00363	0.55	0.33	2.8	84
5	0.0061	65.0	0.950	-0.415	0.81	0.00236	0.46	0.39	3.2	83
6	0.0073	54.7	0.951	-0.425	0.68	0.00618	0.50	0.38	3.2	82
7	0.0048	83.5	0.950	-0.431	0.67	0.00562	0.18	0.40	3.4	82
8	0.0051	78.1	0.951	-0.425	0.71	0.00432	0.65	0.36	3.0	81
9	0.0086	46.7	0.958	-0.419	0.69	0.00187	0.215	0.38	3.2	81
10	0.0077	52.0	0.952	-0.409	0.81	0.00518	0.55	0.37	2.9	81
Moyenne	0.0067	65	0.953	-0.419	0.74	0.0039	0.41	0.36	3.08	82
Écart-type	0.0020	20	0.004	0.006	0.06	0.0016	0.19	0.02	0.18	1

TABLE 8.7 – Tableau similaire au tableau 8.4. Cette fois les bornes données à l'algorithme génétique sont fixées par la moyenne et l'écart type des dix premiers ajustements.

$(\omega_0 = 0.953 \pm 0.004; g = -0.419 \pm 0.006)$.

Ainsi, bien qu'un seul ajustement n'est pas suffisant pour déterminer précisément les paramètres de l'anneau, il est nettement visible qu'une utilisation "statistique" de l'algorithme en deux étapes afin de resserrer les bornes des paramètres produit des résultats tout à fait satisfaisant avec des χ^2 réduit raisonnables.

8.4.2.2 Stratégie d'inversion

La perte de sensibilité sur les paramètres d'effet d'opposition du régolithe induite par le modèle implique une exploitation des résultats en deux temps. Dans un premier temps nous déterminons les paramètres d'anneaux D , H/R ainsi qu' ω_0 et g à différentes longueurs d'ondes, tout en laissant les autres paramètres libres. Puis, dans un second temps, nous ajustons l'albédo de simple diffusion du régolithe en fonction de la longueur d'onde aux spectres de glaces d'eau et de mélanges décrits dans la section 8.2.2 par les figures 8.13 et 8.14.

Dans le chapitre suivant nous utilisons l'algorithme présenté dans ce chapitre afin d'inverser les données des zones d'intérêt aux différentes longueurs d'ondes sélectionnées.

Chapitre 9

Résultats

Table des matières

9.1	Structure de l'anneau	211
9.1.1	Description et analyse des résultats	212
9.1.2	Comparaison aux résultats différents	215
9.2	Propriétés du régolithe	219
9.3	Contraintes sur les modèles photométriques	224

En appliquant le processus d'ajustement présenté dans le chapitre précédent (8) entre le modèle détaillé dans le chapitre 4 et les données VIMS et ISS décrites dans le chapitre 8, nous avons obtenu les paramètres du modèle complet multi-échelles (Densité D de l'anneau et rapport épaisseur sur rayon moyen des particules H/R pour l'anneau, albédo simple diffusion ω_0 , paramètre d'asymétrie de diffusion g , amplitude du SHOE B_{0SHOE} , taille moyenne des grains a_{reg} , amplitude du CBOE B_{0CBOE} , densité ϕ_{reg} pour le régolithe), pour les 21 zones du tableau 8.2 aux 22 longueurs d'ondes définies dans le tableau 8.3. En particulier, l'évolution avec la longueur d'onde des propriétés de diffusions du régolithe (ω_0 et g et dans une moindre mesure B_{0SHOE} et B_{0CBOE} (d'après la discussion de la section 8.4.2)) nous renseigne sur la taille et la composition de ce dernier. Ce chapitre vise à présenter ces résultats en s'intéressant aux deux aspects principaux de notre travail : l'évolution des paramètres physiques des anneaux (D , H/R), puis ceux du régolithe (a_{reg} et fraction massique de mélange), en fonction de la distance à Saturne et de l'épaisseur optique. Les comportements observés révèlent une partie des conditions dynamiques régnant dans cette structure, objet de notre étude.

9.1 Structure de l'anneau

L'ensemble des résultats des ajustements pour chacune des 21 zones de l'anneau en fonction des 22 longueurs d'ondes d'intérêt définis précédemment sont consultables dans l'annexe C et résumé dans le tableau 9.1.

9.1.1 Description et analyse des résultats

La densité et le rapport H/R de l'anneau étant des propriétés structurales de l'anneau, nous devrions obtenir des résultats sensiblement similaires entre les ajustements effectués à différentes longueurs d'ondes. La figure 9.1 illustre les résultats visibles dans l'annexe C.

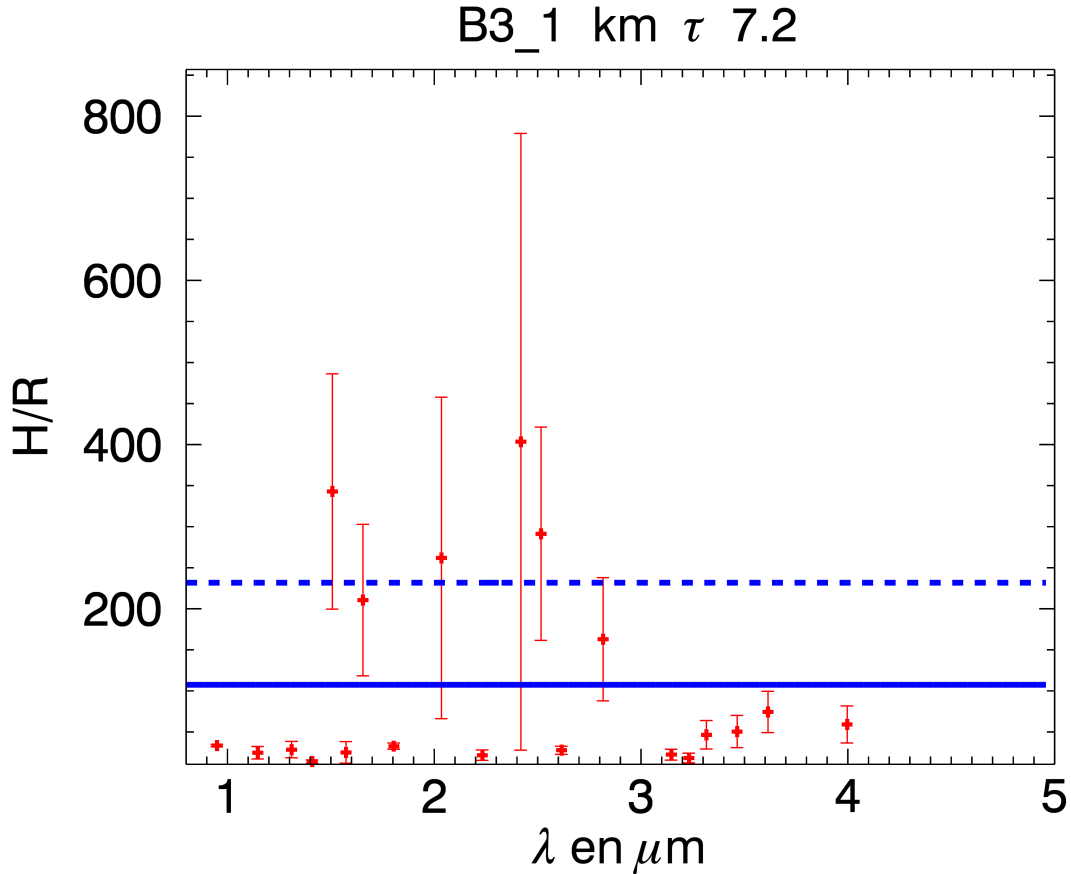


FIGURE 9.1 – Évolution du rapport H/R de la zone $B3_1$ située à 104575 km de Saturne en fonction de la longueur d'onde à laquelle l'ajustement a été effectué. Le trait plein bleu indique la moyenne des valeurs déterminées aux différentes longueurs d'ondes pondérées par les erreurs sur ces valeurs, les traits pointillés bleus indiquent l'écart-type à $\pm 1\sigma$ sur cette moyenne.

Il est clairement observable que pour certaines longueurs d'onde la valeur de H/R est nettement supérieure à celle trouvée en moyenne, en particulier pour les fortes épaisseurs optiques.

Plusieurs précisions néanmoins. Nous avons montré dans le chapitre 4 qu'au delà de $\tau = 1$ la largeur à mi-hauteur du R-SHOE est contrôlée par la densité de l'anneau. On perd la mémoire de l'épaisseur. À l'inverse, lorsque $\tau < 1$ la largeur à mi-hauteur du R-SHOE n'est déterminée que par le rapport H/R . Par conséquent, afin de limiter le nombre de paramètres libres lors des ajustements, nous ne libérons que D ou H/R selon le domaine d'épaisseur optique dans lequel nous nous trouvons. Ainsi, les valeurs de H/R présentées dans la figure 9.1 sont celles déterminées à partir de mes mesures de densité. Par ce graphique j'illustre indirectement les différences de mesure de densité en fonction de la longueur d'onde, qui se répercutent sur la

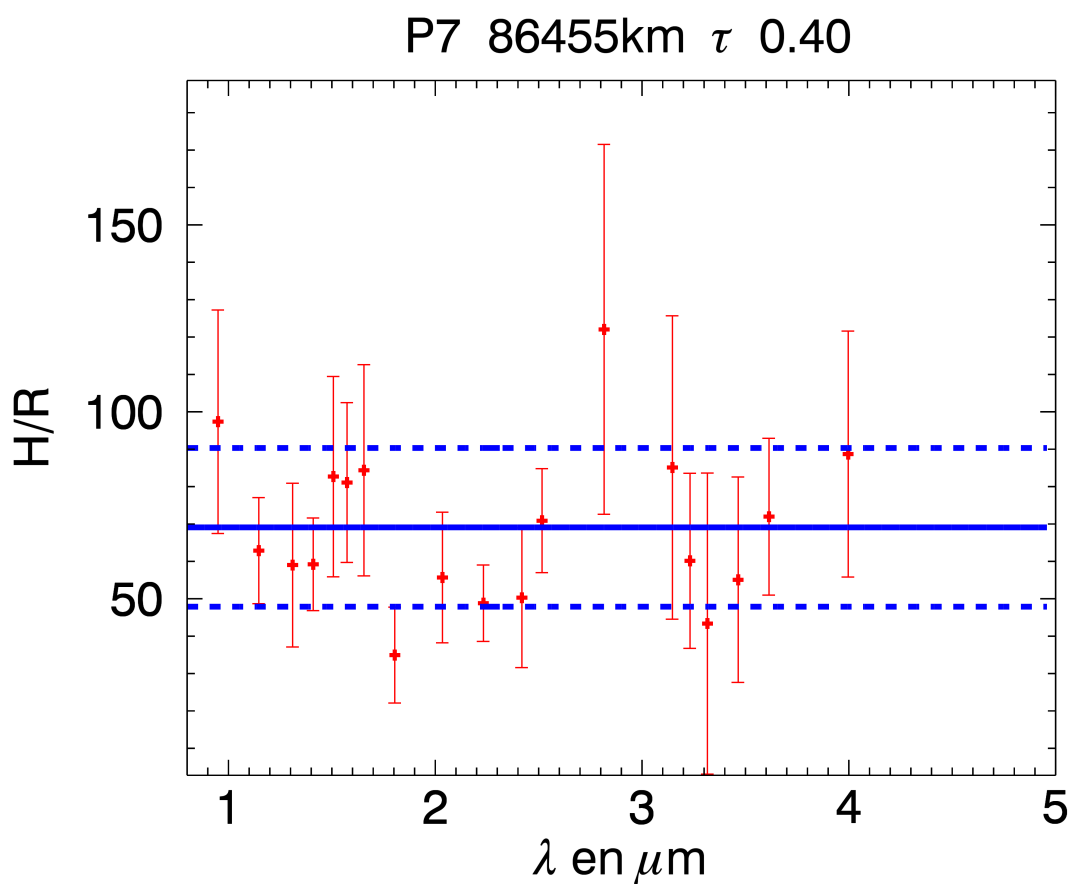


FIGURE 9.2 – Évolution du rapport H/R de la zone $P7$ située à 86455 km de Saturne en fonction de la longueur d'onde à laquelle l'ajustement a été effectué. Le trait plein bleu indique la moyenne des valeurs déterminées aux différentes longueurs d'ondes pondérées par les erreurs sur ces valeurs, les traits pointillés bleus indiquent l'écart-type à $\pm 1\sigma$ sur cette moyenne.

détermination du rapport H/R . À l'inverse, les valeurs de H/R présentées sur la figure 9.2 sont celles déterminées directement par le modèle.

Il est à noter que les points pour lesquels les valeurs de H/R sont les plus éloignées de la valeur moyenne et présentent les plus fortes incertitudes s'observent systématiquement aux mêmes longueurs d'onde, quelle que soit la zone étudiée (voir annexe C). L'origine d'une telle divergence n'est pas bien définie pour le moment (problème dans les données ? mauvais signal sur bruit ? effet physique réel ? problème lors des ajustements ?), néanmoins il est essentiel d'en tenir compte pour le calcul de la valeur de densité et d'épaisseur caractérisant ces zones. L'effet étant systématique aux longueurs d'onde $[1.507, 1.573, 1.655, 2.034, 2.418, 2.516, 2.816]$ μm nous avons décidé de ne pas les prendre en compte pour le calcul de ces valeurs moyennes pour chaque zone. Dans une volonté de transparence, je tiens à signaler que la longueur d'onde à $2.615\mu\text{m}$ a aussi été enlevé pour les calculs des valeurs moyennes des zones $B2_1$, $B3_{faible}$ et B_4 pour les mêmes raisons.

Une fois les valeurs correspondantes à ces longueurs d'ondes retirées de l'échantillon de travail les moyennes pondérées par les erreurs de chaque points et écart-type pondérés par ces

mêmes erreurs ont été calculés pour toutes les zones d'intérêt. Les valeurs de tous les paramètres du modèle issus de nos ajustements sont synthétisées dans la tableau 9.1.

Nom	Distance Moyenne (en km)	τ_{moyen}	D	H/R	a_{reg} (μm)	Fraction Massique de mélange (en $10^{-2}\%$)
$Vide_1$	84200	0.093 ± 0.005	0.0030 ± 0.0012	105 ± 63	126 ± 19	8.7 ± 2.4
P5	84830	0.42 ± 0.02	0.0018 ± 0.0009	192 ± 54	141 ± 24	10 ± 3
P7	86455	0.40 ± 0.01	0.0041 ± 0.0015	67 ± 17	155 ± 25	9.1 ± 2.4
P8	88475	0.225 ± 0.007	0.0016 ± 0.0008	154 ± 46	193 ± 30	6.5 ± 1.2
P10	89855	0.30 ± 0.01	0.0010 ± 0.0006	252 ± 44	104 ± 15	2.7 ± 0.9
P11	90500	0.32 ± 0.02	0.0013 ± 0.0005	203 ± 41	170 ± 35	3.9 ± 1.8
C Ramp	91600	0.14 ± 0.01	0.0014 ± 0.0006	136 ± 60	610 ± 160	1.1 ± 1.4
Flat Spot	94900	0.83 ± 0.03	0.007 ± 0.004	254 ± 46	180 ± 8	3.4 ± 1.3
$B2_1$	100200	8.3 ± 1.2	0.25 ± 0.09	113 ± 71	115 ± 26	1.8 ± 1.2
$B2_{faible_1}$	101600	1.6 ± 0.25	0.37 ± 0.14	31 ± 31	230 ± 40	2.1 ± 1.4
$B2_2$	101820	7.3 ± 1.2	0.31 ± 0.13	28 ± 14	141 ± 47	2.5 ± 1.3
$B2_3$	102937	7.1 ± 0.9	0.35 ± 0.12	28 ± 17	150 ± 40	1.7 ± 0.8
$B2_{faible_2}$	104035	1.9 ± 0.2	0.30 ± 0.13	40 ± 19	228 ± 77	1.5 ± 0.8
$B3_1$	104575	7.2 ± 1.0	0.35 ± 0.14	34 ± 14	182 ± 57	1.9 ± 0.06
$B3_2$	104850	7.7 ± 1.0	0.30 ± 0.14	48 ± 29	168 ± 26	1.7 ± 0.5
$B3_3$	105290	7.5 ± 1.1	0.35 ± 0.14	50 ± 40	170 ± 27	2.9 ± 1.7
$B3_4$	106975	7.0 ± 0.9	0.40 ± 0.16	40 ± 28	170 ± 22	1.2 ± 0.3
$B3_{faible}$	108120	3.6 ± 0.5	0.29 ± 0.12	39 ± 39	144 ± 22	1.9 ± 0.5
$B4_1$	113040	3.3 ± 0.6	0.42 ± 0.20	19 ± 11	188 ± 43	2.3 ± 1.1
$B4_2$	114500	2.6 ± 0.4	0.46 ± 0.20	12 ± 9	208 ± 28	1.8 ± 0.3

TABLE 9.1 – Tableau récapitulatif des résultats obtenus après ajustements des données présentées dans le chapitre 8. Les résultats indiqués sont les moyennes pondérées par les barres d'erreurs calculées selon la procédure décrite dans la section 9.1. Les erreurs correspondent à l'écart type pondérées par les erreurs de chaque points des ajustements à différentes longueurs d'onde.

Pour commenter ces résultats je divise la discussion en deux : Paramètres structuels de l'anneau / Paramètres du régolithe.

Les figures 9.3 et 9.4 présentent l'évolution des paramètres de densité et de rapport H/R en fonction de la distance à Saturne.

Ce qu'il ressort de ces deux graphiques est une nette variation des ces propriétés structurales lorsqu'on passe de l'anneau C à l'anneau B, aussi bien pour la densité (facteur 100 à 200 entre l'anneau C et l'anneau B) que pour le rapport H/R de l'anneau ($H/R \approx 150 - 200$ dans l'anneau C; $\approx 20 - 50$ dans l'anneau B). La zone à la limite de l'anneau C et celle située dans l'anneau B_1 indiquent que cette transition n'est pas brutale mais commence dès la rampe entre l'anneau C et B pour la densité tandis que l'épaisseur reste sensiblement la même. Ces deux zones (Rampe C et Flat Spot) sont connues pour leur structure très lisse, n'exhibant aucune structure à petite échelle (quelques kilomètres) et sont peut être le siège de mécanismes physiques différents des instabilités habituellement présentent dans les anneaux (Porco et al. (2005)). Ces valeurs intermédiaires de densité sont peut être une trace de ces

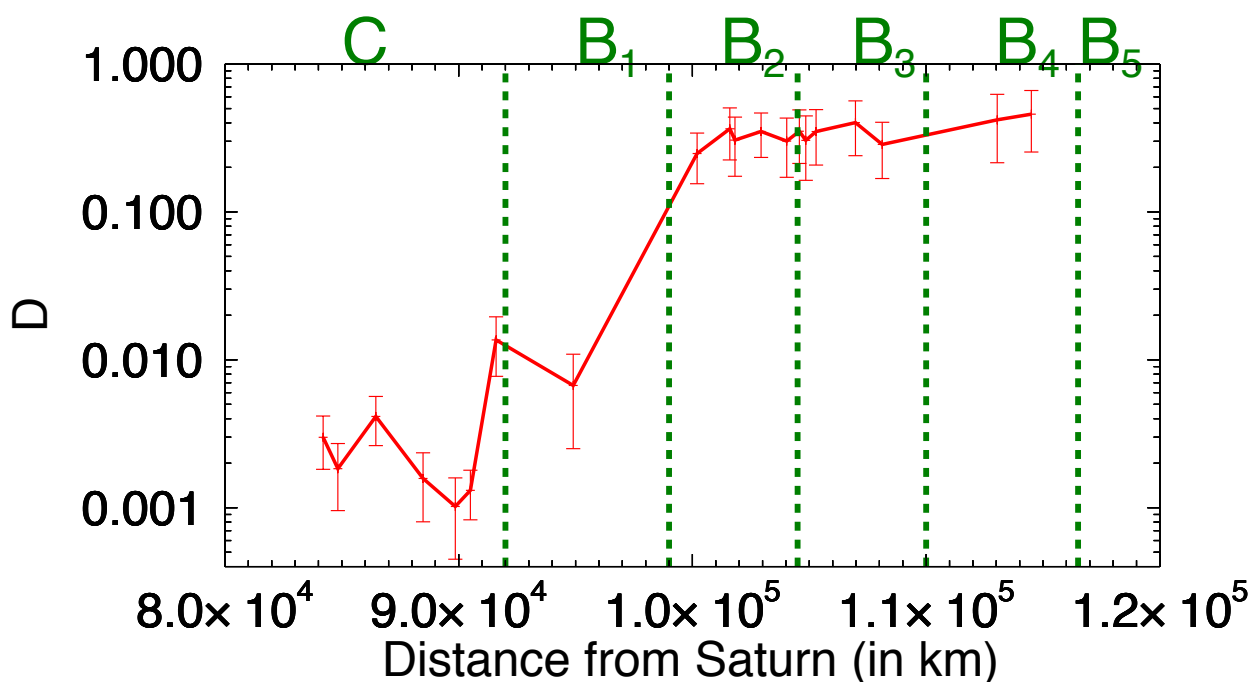


FIGURE 9.3 – Densité de l’anneau en fonction de la distance à Saturne. Chaque point correspond à la moyenne des densités issues des ajustements de chaque longueur d’ondes (Voir annexes C) pondérées par les incertitudes associées. Les zones indiquées en pointillés verts correspondent aux différents sous-anneaux de l’anneau B vus en introduction.

mécanismes inconnus.

Néanmoins ces différences entre l’anneau C et B sont également fortement connectées aux épaisseurs optiques de ces anneaux. C’est pour cette raison que nous avons tracé les mêmes graphiques en fonction de l’épaisseur optique cette fois-ci (figure 9.5 et 9.6).

À la lumière de ces graphiques, il paraît clair que l’augmentation d’épaisseur optique de ces structures est due à une augmentation de la densité des anneaux couplée à la diminution du nombre de couche de particules de ces derniers (rapport H/R). Les causes de l’augmentation de l’épaisseur optique au sein des anneaux étaient jusqu’à présents inconnues, ce résultat constitue donc une première.

9.1.2 Comparaison aux résultats différents

Les densités atteintes dans l’anneau B sont comprises entre 0.2 et 0.5 pour des rapports H/R proches de 20-60. Ces valeurs sont compatibles avec les simulations numériques effectuées par Salo (1995) ($H/R \approx 15 - 70$), Salo and Karjalainen (2003) ($0.1 < D < 0.3$), Salo and Schmidt (2010). L’étude des variations saisonnières et journalières des températures des anneaux sur leurs faces éclairée et ombragée a permis, à l’aide d’un modèle thermique, de contraindre la densité D , l’épaisseur H et la taille des particules des anneaux R pour une zone située à 105000km de Saturne (Ferrari and Reffet (2013)). La résolution de l’instrument CIRS n’étant que de 2000km, ces valeurs sont considérées comme les moyennes des différentes zones comprises entre 104000 et 106000km. Ferrari and Reffet (2013) trouvent pour cette zone une

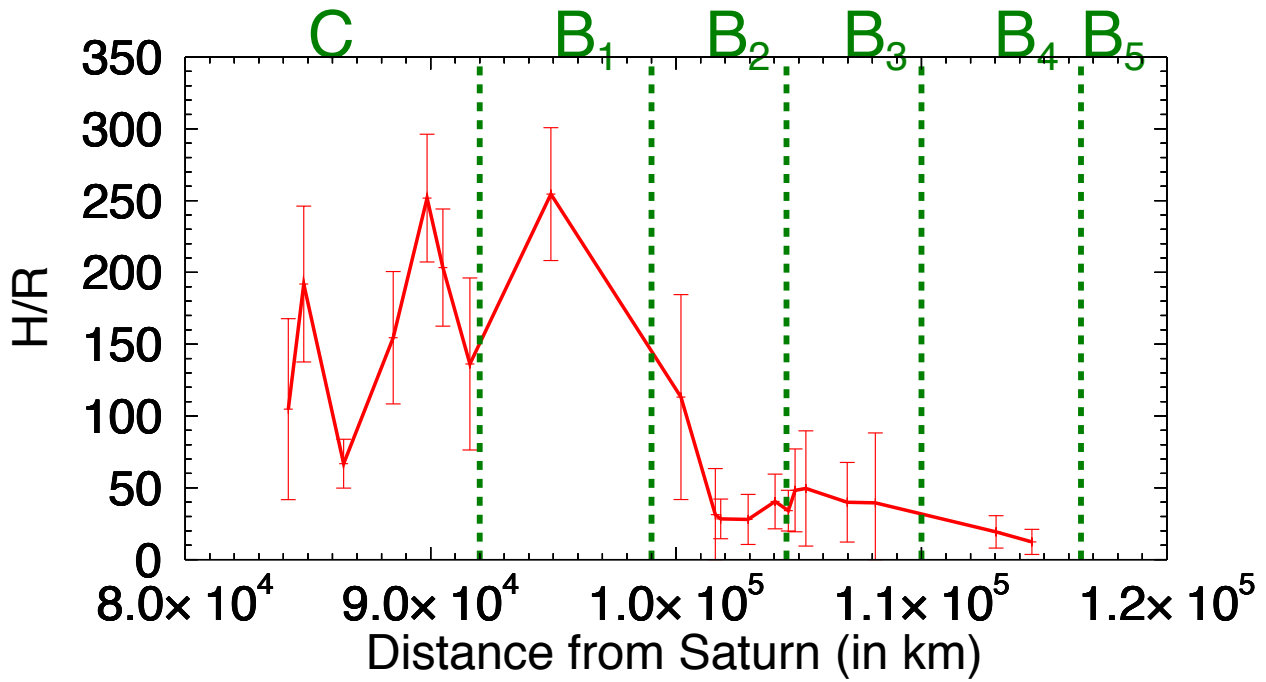


FIGURE 9.4 – Rapport entre l'épaisseur de l'anneau et le rayon moyen des particules le composant en fonction de la distance à Saturne. La même méthode de calcul que la figure précédente a été appliquée.

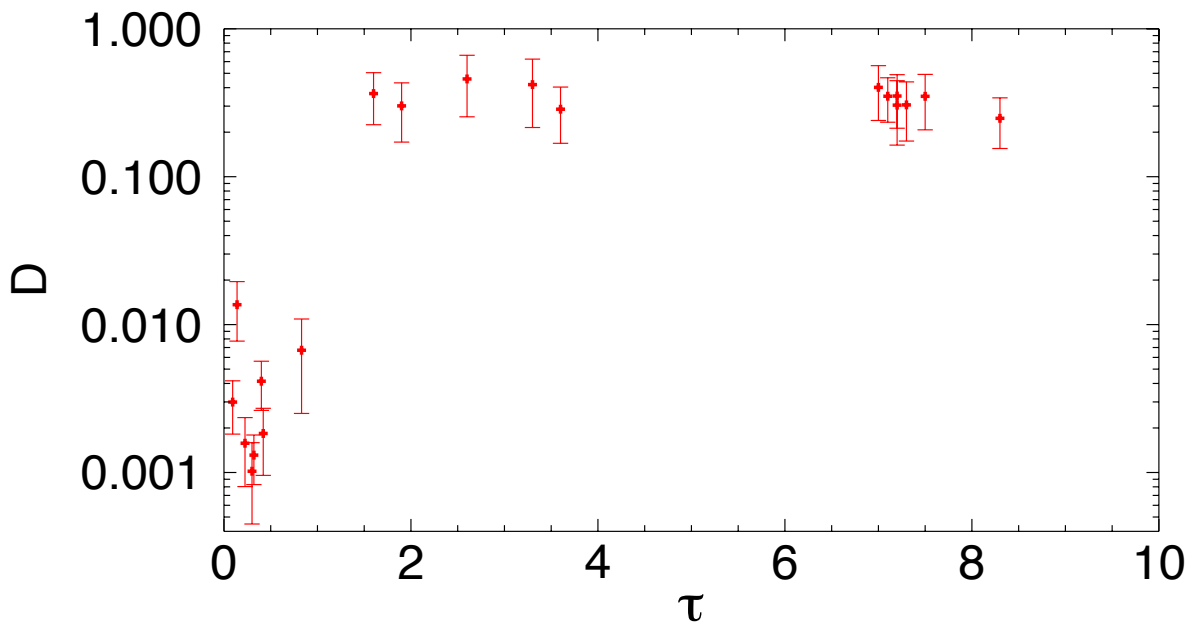


FIGURE 9.5 – Densité de l'anneau en fonction d'épaisseur optique. Chaque point correspond à la moyenne pondérée par les incertitudes de chaque point des densités obtenues pour chaque longueur d'onde (Voir annexes C).

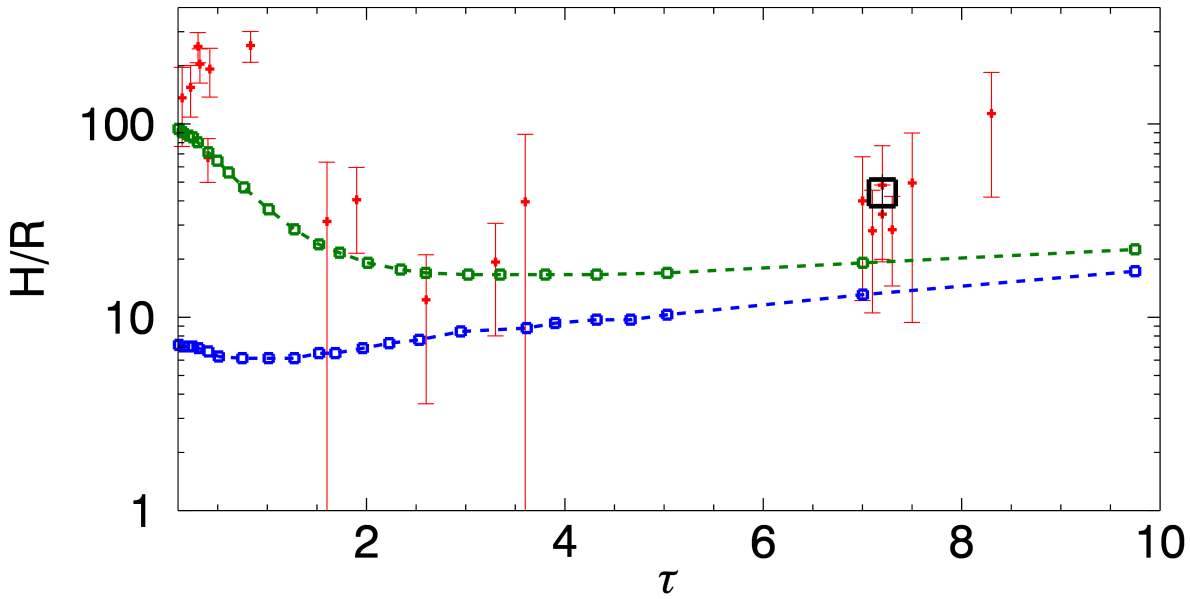


FIGURE 9.6 – Rapport H/R en fonction d'épaisseur optique. Chaque point correspond à la moyenne pondérée par les erreurs de chaque point des rapports H/R issus des ajustements de chaque longueur d'ondes (Voir annexes C). La courbe bleue correspond au modèle de particules "Frosty" tandis que la courbe verte correspond au modèle de particules "Smooth" (Schmidt et al. (2009)). Dans les deux modèles l'anneau a une densité élevée (des densité d'anneaux plus faibles donnant des H/R plus faibles). Le carré noir correspond à la valeur tirée de l'étude thermique des anneaux faite par Ferrari and Reffet (2013), la taille du carré noir reflète les incertitudes associées à cette étude.

densité inférieure à 0.25 pour un rapport H/R compris entre 33 et 55 et une taille de particules d'environ 7 – 8 cm (ce modèle thermique permettant de lever la dégénérescence sur H/R). Ces valeurs sont totalement compatibles avec les nôtres. Nous avons déterminé une moyenne des densités des zones comprises entre 104000 km et 106000 km de 0.33 ± 0.03 et un rapport H/R de 43 ± 7 . Les auteurs de cette étude nous ont indiqué que selon le modèle de conduction thermique utilisé les densités émergeant de leur ajustements peuvent varier entre 0.22 et 0.34.

Esposito et al. (1983a) du fait des faibles valeurs d'épaisseur optique de l'anneau B déterminait des valeurs de densité proches de 0.01 ce qui était en contradiction avec les simulations numériques citées précédemment. Les valeurs déterminées par notre étude réconcilient les simulations numériques aux observations. De plus, de telles densités impliquent un R-SHOE important ce qui nécessite la prise en compte de cet effet en plus des effets d'opposition issus du régolithe, lors de toute étude photométrique des anneaux à faibles angles de phase.

Nous avons ajouté sur la figure 9.6 deux "modèles dynamiques d'anneaux". Ces modèles dit "smooth" et "frosty" (Salo and Karjalainen (2003), Schmidt et al. (2009)) correspondent à l'évolution du coefficient de restitution des particules d'anneau soumises à un choc. Des particules gelées suivent le comportement "frosty" tandis que des particules de glaces (20 cm) recouvertes d'une fine couche de gel suivent le comportement "smooth", c'est à dire un compor-

tement plus élastique au sens collisionnel du terme. Un anneau composé de particules "*smooth*" a tendance à être plus étalé en H/R qu'un anneau constitué de particules "*frosty*". Colwell and Taylor (1999) ont simulé l'impact de particules sur des sphères recouvertes de régolithe. Ils ont montré que de tels objets ont tendance à suivre un comportement "*smooth*" plutôt que "*frosty*". Ainsi aux vues de nos résultats, le modèle "*smooth*" semble celui qui se rapproche le plus de nos observations, ce qui laisse supposer que les particules d'anneaux sont effectivement bien recouvertes de régolithe. Cette comparaison entre les "modèles dynamiques d'anneaux" et les rapports épaisseur sur rayon moyen des particules en fonction de l'épaisseur optique dans les anneaux de Saturne est une première, la carte du rapport H/R en fonction de τ dans les anneaux n'existant pas avant notre étude.

Ainsi, au terme de mon étude, l'image des anneaux que nous obtenons est celle d'anneaux C dont les plateaux sont relativement épais et peu denses suivis d'une zone de transition où la densité augmente graduellement avant d'atteindre les anneaux B, très denses et relativement peu étalés, composés de particules d'anneaux recouvertes de régolithe caractérisées par un coefficient de restitution collisionnel proche de celui de particules "*smooth*".

Le lien avec la masse des anneaux n'est pas immédiat, la taille des particules et leur porosité n'étant pas directement accessibles par notre modèle. Néanmoins, en prenant les valeurs issues de l'étude thermique de Ferrari and Reffet (2013), $R = 7 - 8\text{cm}$, on obtient la densité surfacique suivante pour l'anneau B :

$$\sigma_0 = D \times H \times \rho_{\text{glace}} = 0.33 \times 43 \times 7.10^{-2} \times 930 = 92 \pm 22 \text{g.cm}^{-2} \quad (9.1)$$

Cette valeur est légèrement supérieure à celles usuellement déterminées à l'aide de l'étude de l'amortissement des ondes de gravité dans les anneaux bien qu'en grande partie compatible aux vues des incertitudes liées à chaque étude ($54 \pm 10 \text{ g.cm}^{-2}$ Holberg et al. (1982) $70 \pm 10 \text{ g.cm}^{-2}$ Esposito et al. (1983b) dans l'anneau B_5 , Ferrari and Reffet (2013) $64 \pm 11 \text{ g.cm}^{-2}$ à $105\,000\text{km}$). Pour notre calcul, nous avons fait l'hypothèse que la porosité des particules d'anneaux est nulle, ce qui peut expliquer ces différences. De même, notre estimation ne comptant que pour la zone à $105\,000\text{km}$ dans l'anneau B_3 contrairement aux études précédentes, la valeur calculée est peut être sur-estimée du fait d'un anneau B_3 plus massif que l'anneau B_5 .

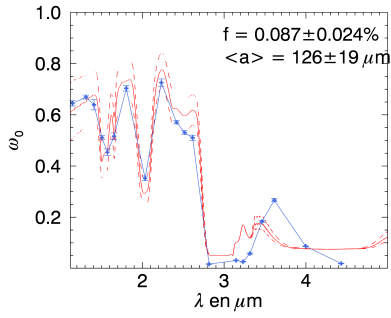
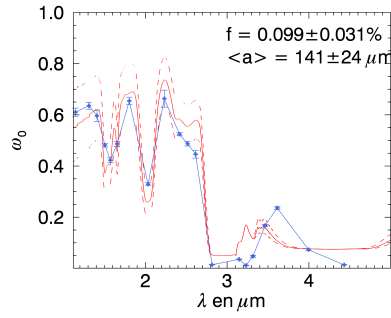
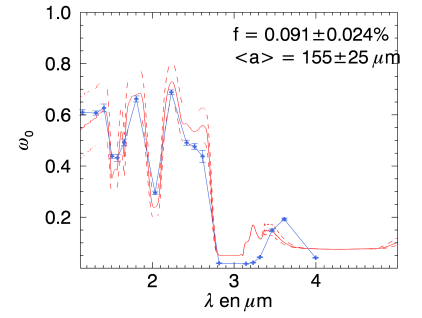
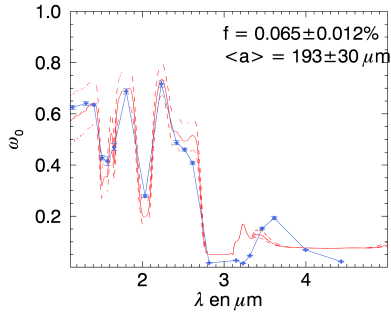
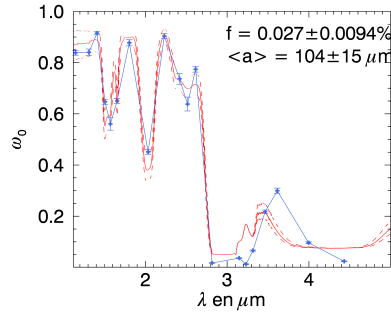
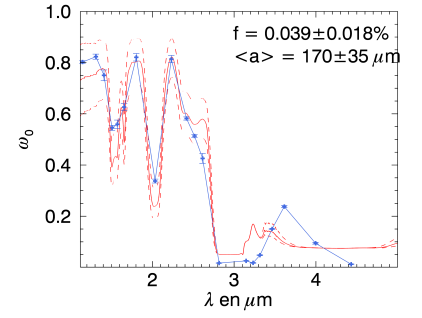
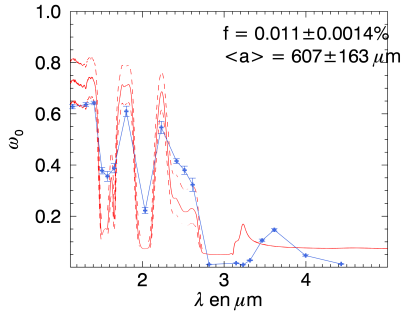
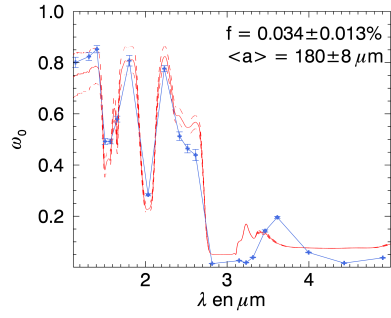
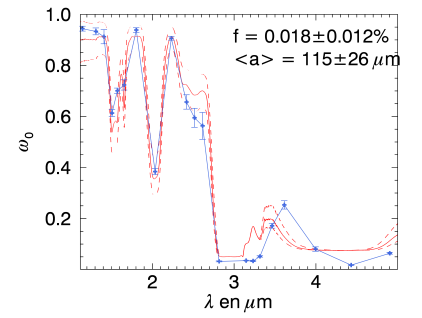
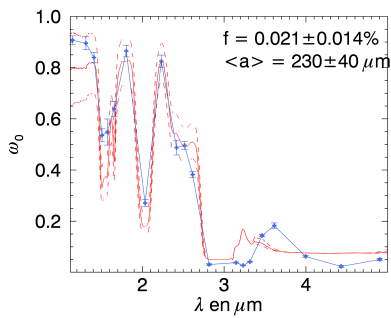
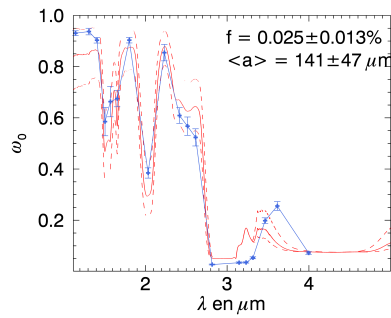
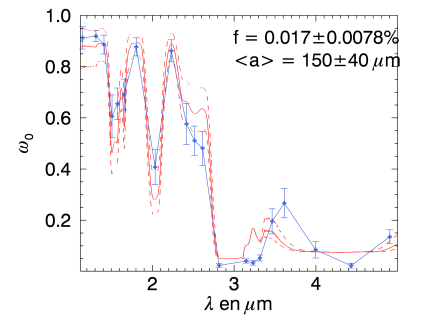
9.2 Propriétés du régolithe

Dans le chapitre 8 nous avons vu que, du fait de la faible sensibilité du modèle aux paramètres du régolithe (a_{reg} , ϕ_{reg} , $B_{0_{SHOE}}$ et $B_{0_{CBOE}}$), il n'était pas possible de déterminer avec certitudes ces paramètres pour les différentes zones étudiées. En revanche, l'albédo simple diffusion du régolithe ω_0 et le paramètre d'asymétrie de diffusion g sont très bien contraints. Par conséquent la démarche que nous avons adoptée est d'ajuster, pour chaque zone, les spectres du régolithe issus de nos ajustements par les modèles utilisés dans le chapitre précédent pour montrer l'effet de la composition et de la taille des grains sur les spectres. Ainsi, ces ajustements nous permettent d'avoir accès à la taille des grains et leur composition dans l'hypothèse d'un mélange moléculaire et d'une distribution mono-taille de grains.

Les résultats des ajustements pour chaque zones d'intérêt sont tracés dans figure 9.7 et sont résumés dans le tableau 9.2

Nom	Distance Moyenne (en km)	τ_{moyen}	D	H/R	a_{reg} (μm)	Fraction massique de mélange (en $10^{-2}\%$)
$Vide_1$	84200	0.093 ± 0.005	0.0030 ± 0.0012	105 ± 63	126 ± 19	8.7 ± 2.4
P5	84830	0.42 ± 0.02	0.0018 ± 0.0009	192 ± 54	141 ± 24	10 ± 3
P7	86455	0.40 ± 0.01	0.0041 ± 0.0015	67 ± 17	155 ± 25	9.1 ± 2.4
P8	88475	0.225 ± 0.007	0.0016 ± 0.0008	154 ± 46	193 ± 30	6.5 ± 1.2
P10	89855	0.30 ± 0.01	0.0010 ± 0.0006	252 ± 44	104 ± 15	2.7 ± 0.9
P11	90500	0.32 ± 0.02	0.0013 ± 0.0005	203 ± 41	170 ± 35	3.9 ± 1.8
C Ramp	91600	0.14 ± 0.01	0.0014 ± 0.0006	136 ± 60	610 ± 160	1.1 ± 1.4
Flat Spot	94900	0.83 ± 0.03	0.007 ± 0.004	254 ± 46	180 ± 8	3.4 ± 1.3
$B2_1$	100200	8.3 ± 1.2	0.25 ± 0.09	113 ± 71	115 ± 26	1.8 ± 1.2
$B2_{faible_1}$	101600	1.6 ± 0.25	0.37 ± 0.14	31 ± 31	230 ± 40	2.1 ± 1.4
$B2_2$	101820	7.3 ± 1.2	0.31 ± 0.13	28 ± 14	141 ± 47	2.5 ± 1.3
$B2_3$	102937	7.1 ± 0.9	0.35 ± 0.12	28 ± 17	150 ± 40	1.7 ± 0.8
$B2_{faible_2}$	104035	1.9 ± 0.2	0.30 ± 0.13	40 ± 19	228 ± 77	1.5 ± 0.8
$B3_1$	104575	7.2 ± 1.0	0.35 ± 0.14	34 ± 14	182 ± 57	1.9 ± 0.06
$B3_2$	104850	7.7 ± 1.0	0.30 ± 0.14	48 ± 29	168 ± 26	1.7 ± 0.5
$B3_3$	105290	7.5 ± 1.1	0.35 ± 0.14	50 ± 40	170 ± 27	2.9 ± 1.7
$B3_4$	106975	7.0 ± 0.9	0.40 ± 0.16	40 ± 28	170 ± 22	1.2 ± 0.3
$B3_{faible}$	108120	3.6 ± 0.5	0.29 ± 0.12	39 ± 39	144 ± 22	1.9 ± 0.5
$B4_1$	113040	3.3 ± 0.6	0.42 ± 0.20	19 ± 11	188 ± 43	2.3 ± 1.1
$B4_2$	114500	2.6 ± 0.4	0.46 ± 0.20	12 ± 9	208 ± 28	1.8 ± 0.3

TABLE 9.2 – Tableau récapitulatif des résultats obtenus après ajustements des données présentées dans le chapitre 8. Les résultats indiqués sont les moyennes pondérées par les barres d'erreurs calculées selon la procédure décrite dans la section 9.1. Les erreurs correspondent à l'écart type pondérées par les erreurs de chaque point des ajustements à différentes longueurs d'onde.

Vide 1, 84200km $\tau = 0.093$

 P5, 84830km $\tau = 0.42$

 P7, 86455km $\tau = 0.40$

 P8, 88475km $\tau = 0.225$

 P10, 89855km $\tau = 0.30$

 P11, 90500km $\tau = 0.32$

 C Rampe, 91600km $\tau = 0.14$

 Flat Spot, 94900km $\tau = 0.83$

 B2₁, 100200km $\tau = 8.3$

 B2_{faible}, 101600km $\tau = 1.6$

 B2₂, 101820km $\tau = 7.3$

 B2₃, 102937km $\tau = 7.1$


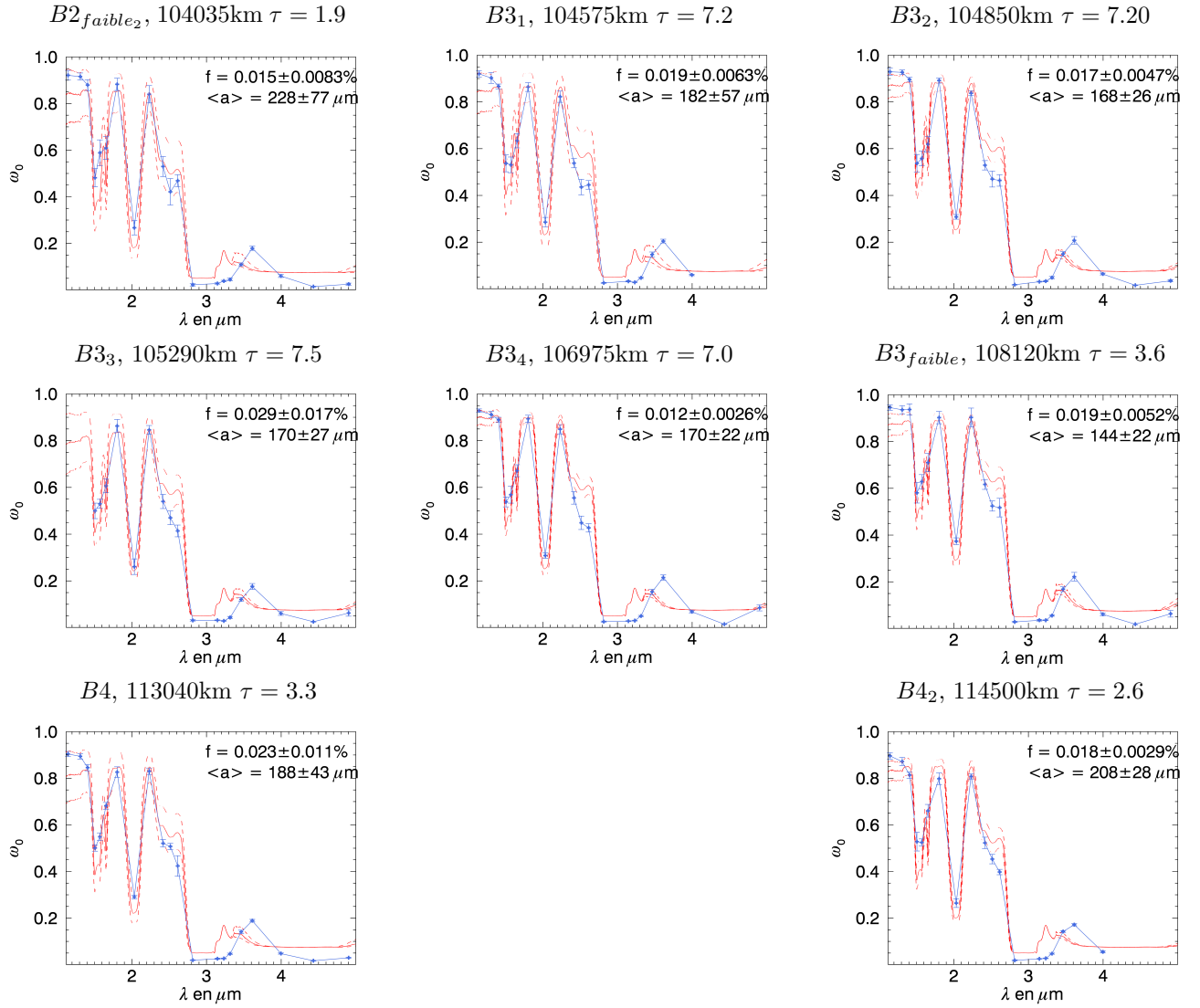


FIGURE 9.7 – Ajustements des albédos simple diffusion du régolithe pour les 21 zones du tableau 8.2. Sur chaque graphique sont donnés la taille moyenne des grains et le mélange de glace d’eau/carbone amorphe qui ajuste le mieux les résultats (traits pleins). Les traits en pointillés reproduisent le spectre correspondant aux incertitudes sur ces deux paramètres.

Tous ces spectres ont été calculés par la même méthode que celle décrite dans le chapitre 8 en faisant l’hypothèse de mélange moléculaire de glace d’eau cristalline et de carbone amorphe, d’après la méthode de [Bohren and Huffman \(1983\)](#) et de [Lucey \(1998\)](#). Ces spectres se séparent en deux catégories correspondant aux plateaux de l’anneau C d’une part et aux zones de l’anneau B d’autre part. Les spectres des plateaux de l’anneau C exhibent des albédos trop faibles pour n’être que de la glace d’eau pure (albédos de 0.6 maximum), en particulier pour les albédos à 1.1, 1.2 et 1.3 μm . Les spectres des zones de l’anneaux B quant à eux sont caractérisés par des albédos plus élevés (albédos maximum de 0.8-0.9), preuve d’une glace d’eau plus pure comme l’indiquent les fractions massiques de mélange entre la glace d’eau cristalline et le carbone amorphe à 70K et 90K respectivement. Sur tous ces spectres, il est à noter que

nous n’observons pas, dans nos données, le pic de Fresnel situé à $3.1\mu\text{ m}$ (Filacchione et al. (2007)) et qu’au contraire nous observons un pic légèrement décalé à $3.6\mu\text{ m}$. Traditionnellement la disparition du pic de Fresnel est symptomatique du fait que la glace d’eau est sous forme amorphe et non cristalline. Le pic observé à $3.6\mu\text{ m}$ dépend de la taille des grains. Par conséquent il est possible que les ajustements que nous avons fait soient légèrement biaisés et donnent des tailles de grains trop importantes afin de limiter l’effet de la disparition du pic de Fresnel sur la valeur du χ^2 . Des tests sur la prise en compte de l’aspect amorphe de la glace d’eau seront nécessaires afin de valider cette interprétation. Une autre cause possible à l’absence du pic de Fresnel dans nos observations est le manque de valeur d’albédo de simple diffusion dans nos données à $3.1\mu\text{ m}$ précisément, la longueur d’onde d’observation la plus proche de notre étude étant à $3.141\mu\text{ m}$.

Afin de discuter des variations de la taille et de la composition des grains en fonction de leurs positions dans les anneaux nous avons tracé les figures 9.8 et 9.9

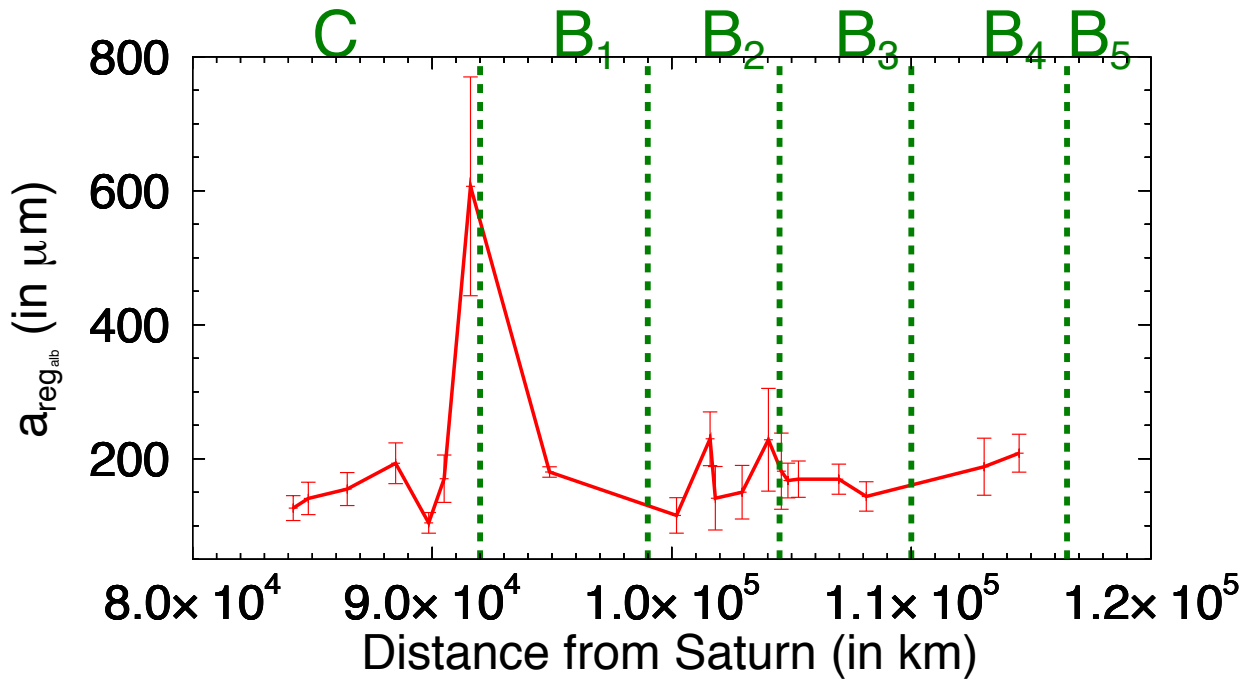


FIGURE 9.8 – Diamètre moyen du régolithe en fonction de la distance à Saturne. Ces valeurs sont issues des ajustements présentés par la figure 9.7. Les valeurs et erreurs indiquées sur ce graphique sont calculées de la même manière que pour D et H/R .

Concernant la taille des grains de régolithe, il est difficile d’observer une tendance claire qui différencie les anneaux C et B. La moyenne de ces tailles de grains pour l’anneau C (en excluant le point de la rampe C) est de $148 \pm 31\mu\text{ m}$ contre $175 \pm 34\mu\text{ m}$ pour l’anneau B. Hedman et al. (2013) trouve des tailles de grains plus petites autour de $30\mu\text{ m}$ et voit une légère augmentation de la taille de grains dans l’anneau B par rapport à l’anneau C. Il est difficile aux vues de nos incertitudes d’observer la même tendance. La taille plus faible des grains trouvés par Hedman et al. (2013) est cohérente avec la probable sur-estimation des tailles de grains par notre algorithme. Néanmoins, ces valeurs sont cohérentes avec l’étude de Poulet et al. (2003).

Cet article donne pour l’anneau B une taille moyenne de grains de $187\mu\text{m}$ contre $1760\mu\text{m}$ pour l’anneau C (moyenne des tailles de grains pondérées par les ratios de mélanges). Du fait de la faible proportion de carbone amorphe introduit dans leur modèle, il est probable que la valeur pour l’anneau C soit sur-estimée. De plus, les observations de Poulet et al. (2003) étant effectuées depuis la Terre, la faible résolution utilisée ne permettait pas de distinguer les plateaux de l’anneau C. Par conséquent, la valeur affichée pour l’anneau C est la moyenne de la taille de grains situés dans les plateaux et les parties beaucoup plus fines optiquement. Cela a pour effet de diminuer amplement le facteur de radiance global de l’anneau et par conséquent les albédos de ce milieu. L’albédo diminuant lorsque la taille des grains augmente, c’est probablement pour cette raison qu’ils trouvent des tailles de grains si importantes. En revanche, notre valeur obtenue pour l’anneau B est extrêmement proche de celle issue de leur étude. Ceci conforte l’interprétation précédente, car sur l’anneau B l’effet de résolution ne fera que moyenner des zones de même épaisseur optique ce qui n’a pas de conséquences sur les inversions photométriques.

Enfin, Nicholson et al. (2008) estime que les tailles de grains de régolithe recouvrant les particules composants les anneaux majeurs de Saturne sont comprises entre 10 et $40\mu\text{m}$. Bien que très inférieures à nos valeurs moyennes, ces tailles de grains sont néanmoins du même ordre de grandeur. L’ajout de modèles spectraux plus complexes (mélange de tailles de grains, glace amorphe, contaminant de fer en nano-phase (Clark et al. (2012))) lors de notre inversion permettra probablement de mieux contraindre nos inversions. Il faut noter que Morishima et al. (2012) par une étude thermique des anneaux donne une distribution de taille de grains de régolithe comprise entre $1\mu\text{m}$ et 1 à 10cm , amplement compatible avec nos valeurs.

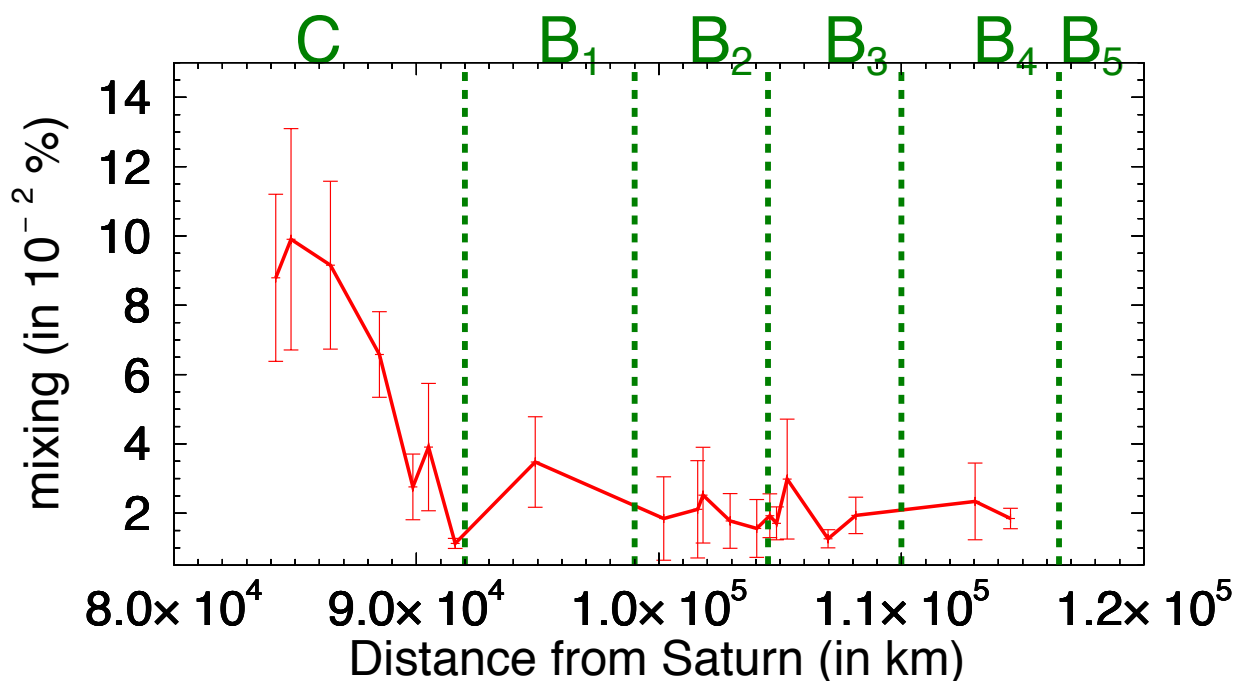


FIGURE 9.9 – Fraction massique de mélange entre le carbone amorphe et la glace d’eau cristalline en fonction de la distance à Saturne. Ces valeurs sont issues des ajustements présentés par la figure 9.7. Les valeurs et erreurs indiquées sur ce graphique sont calculées de la même manière que pour D et H/R .

Concernant la fraction massique de mélange obtenue par notre étude, du fait des faibles albédos autour de $1\mu\text{m}$, explicables seulement par la présence d'un très fort absorbant, nous n'avons effectués des ajustements qu'en mélangeant de la glace d'eau cristalline et du carbone amorphe. Ce qu'il ressort de ce graphique est le très faible taux de contaminant nécessaire pour expliquer les spectres observés, de l'ordre de $10^{-2}\%$ pour les anneaux B et C. La composition des anneaux est donc très proche de la glace d'eau pure, plutôt sous forme amorphe comme l'indique l'absence du pic de Fresnel dans nos observations. Ce résultat est cohérent avec les études citées précédemment notamment [Nicholson et al. \(2008\)](#) qui ne distingue pas de contaminants dans l'anneau B, révélant ainsi l'apparente extrême jeunesse de cette structure. Tout comme nous, [Hedman et al. \(2013\)](#) observent une diminution de la fraction de mélange entre l'anneau C et B. Ils ne font aucune hypothèse sur la nature du contaminant décrivant uniquement les tendances de rapport de bandes observées le long des anneaux par conséquent il n'est pas possible de comparer nos valeurs aux leurs. Enfin, [Poulet et al. \(2003\)](#) mesure une fraction massique de carbone amorphe de 0.07% couplée avec 0.41% de tholins pour l'anneau C (le reste étant de la glace d'eau cristalline) ce qui est tout à fait compatible avec nos valeurs moyennes pour l'anneau C ($0.07 \pm 0.03\%$) malgré la non-nécessité de tholins dans notre modélisation. En revanche pour l'anneau B, [Poulet et al. \(2003\)](#) montre que 2.3% de carbone amorphe et 0.74% de tholins sont nécessaires pour expliquer leurs observations. La tendance est inverse à la notre et celles issues des autres études. Néanmoins, leur modèle étant plus complet que le nôtre (mélange de différentes tailles de grains de glace d'eau, inclusions de tholins et carbone amorphe de tailles différentes), il est difficile de donner une interprétation rigoureuse de ces différences. Les observations datant de l'ère pré-*Cassini* il est raisonnable de penser que les données souffraient peut être de plus de biais observationnels que les études plus récentes.

Enfin, la taille de grains extraite des ajustements pour la zone "Rampe C" est nettement supérieure aux autres tailles de grains. Rien ne laisse penser que cette valeur souffre d'un biais dans les données ou dans le processus d'inversion aux vues des ajustements, que ce soit de l'effet d'opposition ou de l'inversion des albédos. Par conséquent, cette valeur est peut être le signe de phénomènes physiques inconnus (postulés par [Porco et al. \(2005\)](#)) qui créent des grains plus gros que pour le reste de l'anneau, au sein de la Rampe C.

Au terme de ces discussions, l'image qui émerge du régolithe des anneaux est la suivante. Le régolithe est principalement composé de glace d'eau pure, probablement sous forme amorphe ce qui peut s'expliquer par le bombardement météoritique des anneaux qui vient casser les structures cristallines des grains de glace et contaminer le régolithe. Les plateaux de l'anneau C sont plus contaminés que l'anneau B. L'explication la plus communément admise jusqu'à présent est que la masse de l'anneau C étant bien plus faible que celle de l'anneau B ([Esposito et al. \(1983b\)](#)), la pollution de contaminant par bombardement météoritique est bien plus diluée dans les anneaux massifs que dans les anneaux fins. Nos observations sont parfaitement compatibles avec cette explication.

9.3 Contraintes sur les modèles photométriques

Nous avons montré dans les sections précédentes que le modèle photométrique multi-échelle utilisé dans notre étude donne accès directement aux propriétés structurales de l'anneau et indirectement aux caractéristiques physiques du régolithe recouvrant les particules d'anneaux

grâce au comportement de l'albédo simple diffusion en fonction de la longueur d'onde. L'autre caractéristique bien contrainte par nos ajustements est le paramètre d'asymétrie de diffusion du régolithe g . La figure 9.10 trace l'évolution de ce paramètre en fonction de l'épaisseur optique de l'anneau observé pour différentes longueurs d'onde.

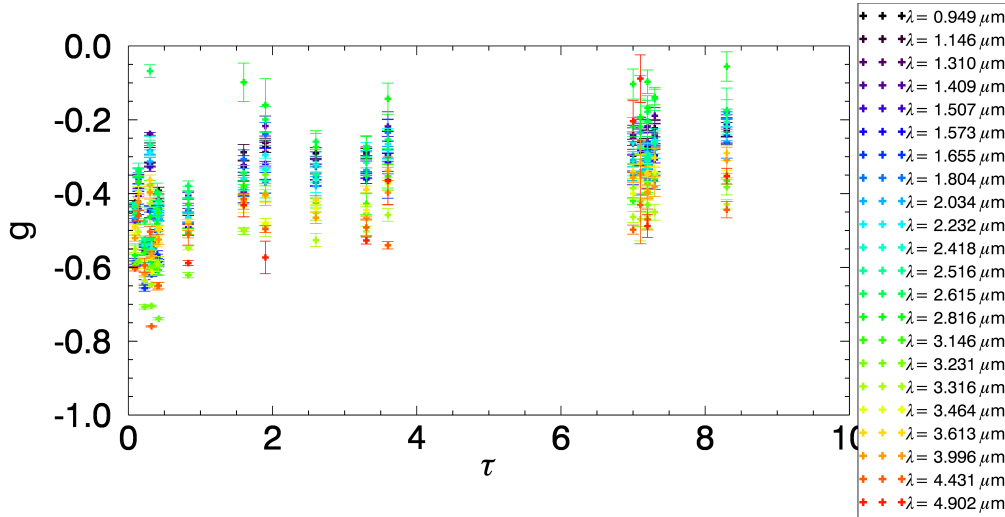


FIGURE 9.10 – Valeur du paramètre d'asymétrie de diffusion du régolithe en fonction de l'épaisseur optique de l'anneau observé pour les longueurs d'onde d'intérêt du tableau 8.3. Les barres d'erreurs associées sont issues de la statistique sur les ajustements génétiques effectués (voir discussion chapitre 8).

Il est possible d'observer une tendance générale sur ce graphique. La plus évidente est l'augmentation de la valeur de g lorsque l'épaisseur optique augmente, passant de -0.4 à -0.3 en moyenne lorsque τ passe de $0.1 - 0.5$ à $7 - 8$. Même si cet effet est léger, il est possible qu'il soit lié au fait que plus les albédos simple diffusion sont élevés (comme c'est le cas dans les zones de forte épaisseurs optiques), plus le terme de diffusion multiple isotrope implémenté dans le modèle d'Hapke tend à noyer le terme de diffusion simple et par conséquent rend le paramètre d'asymétrie plus proche d'un comportement isotrope (diminution de g).

La tendance plus subtile que l'on peut discerner dans ce graphique est la tendance qu'a g d'être systématiquement plus faible à basses longueurs d'onde qu'aux longueurs d'onde les plus grandes. Là encore, cela est probablement dû à l'effet de l'albédo simple diffusion qui est généralement plus faible au delà de $3\mu\text{m}$ qu'en deçà. La figure 9.11 semble confirmer cette hypothèse. Même si une tendance nette n'est pas aisément discernable, les points dont les albédos de simple diffusion ω_0 sont proche de 0.9 et au delà semblent exhiber des paramètres d'asymétrie de diffusion globalement plus faibles.

L'une des questions majeure de la photométrie, notamment de la modélisation de l'effet d'opposition, est la contribution respective du SHOE et du CBOE. De nombreuses études le plus souvent contradictoires (Belskaya and Shevchenko (2000), Hapke et al. (2012), Kaydash et al. (2013)) tentent de répondre à cette question.

Nous avons nous-mêmes modélisé et comparé les contributions du SHOE et CBOE au sein des anneaux 9.12. Bien que notre modèle soit peu sensible à ces paramètres, il est néanmoins intéressant de voir si un comportement moyen quelconque se dessine.

Aux vues des barres d'erreur sur le rapport entre ces amplitudes, il est délicat d'émettre une conclusion définitive sur la contribution de ces termes à l'effet d'opposition. Il ressort des

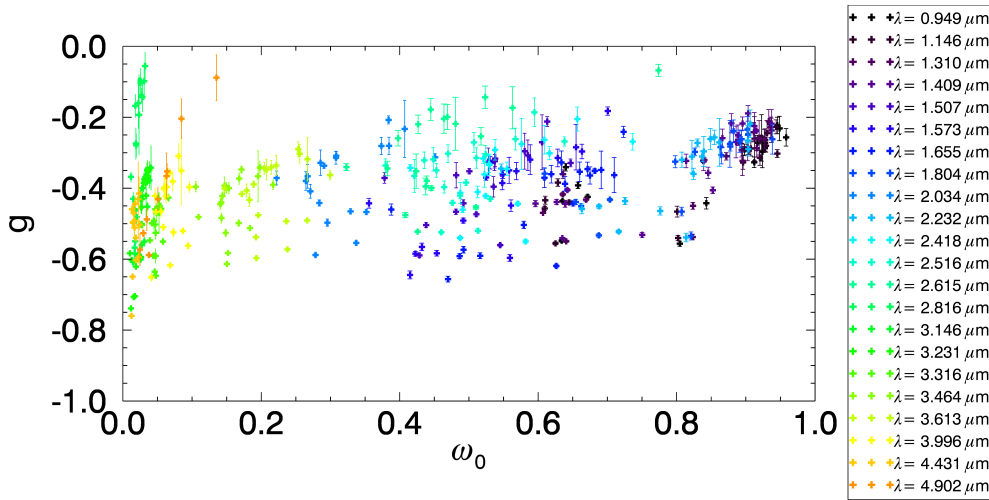


FIGURE 9.11 – Valeur du paramètre d’asymétrie de diffusion du régolithe en fonction de l’albédo de simple diffusion du régolithe de l’anneau observé pour les longueurs d’onde d’intérêt du tableau 8.3. Les barres d’erreurs associées sont issues de la statistique sur les ajustements génétiques effectués (voir discussion chapitre 8).

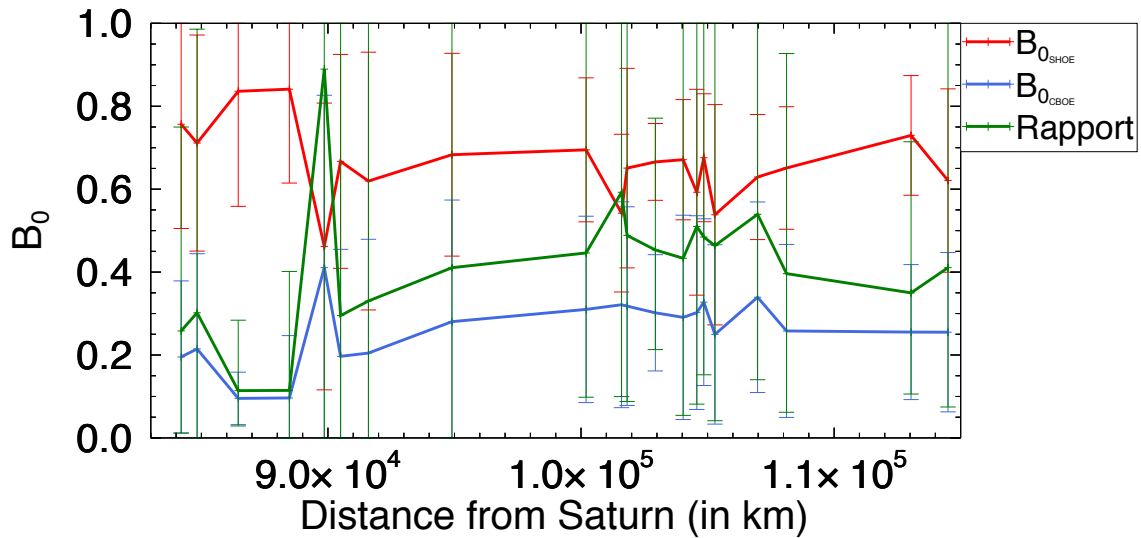


FIGURE 9.12 – Évolution des amplitudes des effets d’opposition B_{0SHOE} en rouge et B_{0CBOE} en bleu en fonction de la distance à Saturne. La courbe verte indique le rapport B_{0CBOE}/B_{0SHOE} sur cette même zone.

ajustements que le SHOE est privilégié par rapport au CBOE par le simple fait que son effet est visible à plus fort angle de phase que le CBOE. Les angles de phases sondés par nos données ne nous donnent probablement pas accès au CBOE, bien que nous allions jusqu’à des angles de phases proches de 10^{-3}° potentiellement suffisants pour lever la dégénérescence intrinsèque entre ces deux effets (Belskaya and Shevchenko (2000)). Cependant, dans notre cas, l’effet du R-SHOE rend encore plus difficile la distinction des contributions à l’effet d’opposition. Seule de telles observations avec un détecteur de polarisation de la lumière permettrait de trancher définitivement le débat sur ce sujet, les SHOE (anneau et régolithe) n’impactant pas la polarisation du rayonnement émergent, contrairement au CBOE.

Cinquième partie

Conclusions et perspectives

Chapitre 10

Conclusions

L'étude que nous avons effectuée au cours de cette thèse s'inscrit dans la problématique générale de la formation du système de Saturne. Afin de tester la validité du modèle classique de formation de Saturne et de son environnement, une meilleure connaissance du système d'anneaux et des satellites de glace composant ce système est nécessaire. En particulier, les faibles contraintes sur la masse des anneaux et le manque de données sur les propriétés rhéologiques des lunes de glace ne permettent pas de conclure sur le mode et sur les échelles de temps nécessaires à la formation de ce système.

Or, la connaissance de l'âge des anneaux est en partie déterminée par la mesure de leurs masse, intimement liée à leurs structures (en particulier, leurs densités et l'épaisseurs) ainsi que la taille des particules les composant, inconnue au début de mon travail de thèse. Les propriétés rhéologiques du sol et proche sous-sol des satellites, quant à eux, donnent une information sur la composition des corps très tôt dans leur histoire (proche de l'époque où ils se sont formés) et ainsi sur leur mode de formation des lunes. Bien que connues pour un grand nombre des satellites de Saturne, les valeurs des paramètres rhéologiques d'Encelade, lune si particulière du système de Saturne par son intense activité géologique actuelle, restent méconnues. Un des moyens pour acquérir cette connaissance est d'étudier la distribution de la profondeur des cratères en fonction de la taille de ces derniers. En effet, l'impact d'un astéroïde ou d'une comète sur un corps, sonde les propriétés mécaniques du sol du corps impacté (déformation, élasticité, plasticité). Or, le manque de données altimétriques pour Encelade ne permet pas de connaître la profondeur des cratères sur ce corps.

C'est pourquoi les deux objectifs de cette thèse sont:

- Déterminer la structure des anneaux de Saturne et sa variations au sein des anneaux.
- Déterminer les profondeurs des cratères d'Encelade et leur distribution en fonction de leur diamètre.

Pour ce faire, nous disposons des données des imageurs de la sonde *Cassini*, en particulier des instruments ISS et VIMS, apportants la résolution angulaire et spectrale nécessaire pour répondre à ses objectifs. L'observable auxquels donnent accès ces instruments est le facteur de radiance I/F , rapport entre le flux diffusé par la surface observée et le flux incident sur cette surface. Or, les propriétés de diffusions des anneaux ou de la surface d'Encelade est contrôlée par la combinaison des propriétés de diffusion du régolithe recouvrant ces corps mais aussi par

les propriétés de diffusion dues aux échelles macroscopique de ces corps, structure des anneaux dans le premier cas, forme du cratère pour le second cas.

C'est pourquoi mon travail de thèse a constitué à créer ou adapter des modèles photométriques prenant en compte l'aspect multi-échelles de ces corps.

Nous avons montré que l'utilisation de ces modèles pour l'étude de ces objets a permis de discerner les contributions du régolithe de celles de la structure macroscopique de ces corps.

La construction du modèle multi-échelles de rugosité due au cratère, mêlant la forme paraboloidale des cratères et la photométrie du régolithe le recouvrant, permet de mesurer le rapport d'aspect des cratères (rapport profondeur/diamètre) observés sous de multiples configurations géométriques. Ainsi, la profondeur des cratères d'une part et les propriétés du régolithe recouvrant ces derniers d'autre part ont été déterminées pour un échantillon de 76 cratères répartis sur les régions fortement cratérisées de la surface d'Encelade après ajustement entre ce modèle et les observations ISS/NAC de la sonde *Cassini*. Aucune régionalité évidente concernant l'albédo de simple diffusion et du paramètre d'asymétrie de diffusion du régolithe n'a été détectée à la surface d'Encelade. Il en est de même pour le rapport d'aspect des cratères dont les variations sont principalement corrélées à la taille des cratères et non à leur localisation géographique.

Une fois ces mesures de profondeurs de cratères effectuées, la profondeur et le diamètre de transition entre les cratères simples et complexes d'Encelade ont été déterminées après ajustement des régimes simples et complexes sur les cratères les moins relaxés par les processus post-impacts. Les valeurs ainsi obtenues indiquent, que le diamètre de transition d'Encelade vaut $18.4^{+7.9}_{-4.6}$ km pour une profondeur de transition de $1.8^{+0.7}_{-0.5}$ km. Notre mesure du diamètre de transition est tout à fait en accord avec celle d'études antérieures qui, par inspection visuelle ont déterminé une valeur de 15 ± 5 km (Chapman and McKinnon (1986), Schenk (1989)). La profondeur de transition déterminée par notre étude est une première et ne peut par conséquent pas être comparée aux travaux antérieurs. Grâce à la détermination de ces propriétés d'Encelade, le calcul des propriétés rhéologiques du sol et proche sous-sol de cette lune a, pour la première fois, été effectuée, indiquant une viscosité effective $\eta_{eff} = 1.2^{+0.9}_{-0.4} \times 10^7$ Pa.s et une cohésion effective $c = 37^{+14}_{-10}$ kPa (paramètre du modèle rhéologique de Bingham).

Ces valeurs, comparées aux propriétés rhéologiques des autres lunes de glace du système de Saturne, indiquent que la proche surface des régions cratérisées d'Encelade à l'époque de cratérisation, se comportait comme celle des autres lunes de glace dont nous connaissons les propriétés. Ainsi, bien qu'Encelade soit, à ce jour, la seule lune de glace du système solaire à exhiber une activité géologique aussi intense, les propriétés de son sol et proche sous-sol sont équivalentes aux autres lunes du système de Saturne, montrant que l'ensemble de ces lunes devaient posséder une enveloppe de glace au moment de leur cratérisation (très certainement très tôt après leur formation).

Nous avons montré que l'étude de l'effet d'opposition dans les anneaux permet de sonder les propriétés structurales des anneaux principaux de Saturne. Pour ce faire, nous avons construit un modèle multi-échelles couplant les propriétés de diffusions du régolithe (échelle microscopique), intégrées sur les particules d'anneaux (échelle mésoscopique), avec l'effet collectif des particules d'anneaux d'épaisseur finie (échelle macroscopique). L'étude de sensibilité

de l'effet d'opposition aux paramètres du modèle (densité, épaisseur et taille des particules constituant de l'anneau, albédo de simple diffusion, paramètre d'asymétrie de diffusion, rayon moyen et densité des grains de régolithe, amplitude de l'effet d'opposition par ombrage mutuel des grains de régolithe et amplitude de l'effet d'opposition par rétro-diffusion cohérente) montre qu'il existe une dégénérescence entre l'épaisseur et le rayon moyen des particules d'anneau. L'effet d'opposition est particulièrement sensible à l'albédo de simple diffusion et au paramètre d'asymétrie de diffusion du régolithe ainsi qu'à la densité et au rapport épaisseur de l'anneau/rayon des particules (rapport H/R), propriétés structurelles de l'anneau.

De plus, il a été montré que l'observation de l'effet d'opposition sous différentes configurations géométriques d'observations et d'illumination, permet de distinguer les différentes échelles, c'est à dire les effets comptant pour le régolithe de ceux de la structure de l'anneaux.

La comparaison du modèle multi-échelles d'effet d'opposition aux observations ISS et VIMS, a permis de contraindre la structure des anneaux sur une vingtaine de zones couvrant les plateaux de l'anneau C et les anneaux B_1 , B_2 , B_3 et B_4 de l'anneau B. Ces ajustements, effectués pour plus de vingt longueurs d'onde du proche infrarouge pour chaque zone, montrent une robustesse dans notre détermination des paramètres structurels de l'anneau (valeurs proches de densité et de rapport H/R pour des ajustements effectués indépendamment à différentes longueurs d'onde pour une même zone d'anneau). Ainsi, l'évolution de la densité et du rapport H/R en fonction de la distance à Saturne a pour la première fois été cartographiée.

Ces cartes radiales de D et H/R montrent que les plateaux de l'anneau C sont beaucoup moins denses que l'anneau B, passant en moyenne de $D = 2 \times 10^{-3} \pm 1 \times 10^{-3}$ à $D = 0.35 \pm 0.06$ avec une transition dans la rampe C et la "Flat spot" de l'anneau B_1 (densité proches de 10^{-2}). De plus, les plateaux de l'anneau C, ainsi que ces deux zones de transitions, semblent plus étalés verticalement que l'anneau B (H/R proche de 170 ± 70 pour l'anneau C et zones de transition C/B, comparé à $H/R = 40 \pm 25$ pour l'anneau B). Ainsi, l'augmentation de l'épaisseur optique de l'anneau C vers l'anneau B se fait par la densification du milieu couplé à une diminution de leur épaisseur. Les valeurs élevées de densité mesurées dans l'anneau B réconcilient les observations et les simulations numériques qui prédisent des densités comprises entre 0.1 et 0.3 selon les auteurs (Salo (1995), Salo and Karjalainen (2003)). De plus ces valeurs sont totalement en accord avec l'étude thermique des anneaux effectuée par Ferrari and Reffet (2013), qui mesurent une densité des anneaux à une distance de 105 000km de densité entre 0.22 et 0.34 pour un rapport H/R compris entre 33 et 55 (respectivement 0.33 ± 0.03 et 43 ± 7 pour notre étude à la même distance de Saturne). De même, bien que nous n'ayons pas accès à la taille des particules d'anneaux, il est possible, à l'aide des valeurs de taille de particule de Ferrari and Reffet (2013), d'estimer la densité surfacique des anneaux à 105 000km, soit $920 \pm 220 \text{ kg.m}^{-2}$, compatible avec les valeurs estimées par Ferrari and Reffet (2013), Esposito et al. (1983a) respectivement $640 \pm 110 \text{ kg.m}^{-2}$ et $700 \pm 100 \text{ kg.m}^{-2}$.

L'évolution du rapport H/R en fonction de l'épaisseur optique des anneaux indique que ces derniers sont plus vraisemblablement constitués de particules dites "smooth" (Schmidt et al. (2009)) c'est à dire de particules glacées recouvertes d'une fine couche de régolithe impliquant un comportement collisionnel plus élastique que des particules totalement glacées résultant en l'étalement des anneaux à faible épaisseur optique.

Les ajustements du modèle multi-échelles permettent de contraindre les albédos de simple

diffusion du régolithe recouvrant les particules d’anneaux de la zone observée, pour les longueurs d’ondes d’observations choisies, construisant ainsi les spectres de ce régolithe (limité à une vingtaine de longueurs d’onde). Après ajustement de ces spectres par un modèle simple de mélange moléculaire de glace d’eau cristalline à 70K et de carbone amorphe à 90K, la taille et la fraction massique de mélange des grains de régolithe a été mesurée en fonction de la distance à Saturne.

Il ressort de cette étude que l’anneau C est composé de grains de régolithe dont la part de carbone amorphe est plus élevée que celle des grains de régolithe de l’anneau B ($7 \pm 3 \times 10^{-2}\%$ contre $1.9 \pm 0.5 \times 10^{-2}\%$), indiquant probablement une contamination plus forte de l’anneau C par le bombardement météoritique. Notre étude indique une taille de grains de régolithe relativement constante dans les anneaux de Saturne ($148 \pm 31 \mu\text{m}$ pour l’anneau C contre $175 \pm 34 \mu\text{m}$ pour l’anneau B). Toutes nos valeurs sont compatibles avec les études précédentes effectuées par des observations depuis la Terre ou par les données *Cassini* (Poulet et al. (2003), Nicholson et al. (2008), Hedman et al. (2013)), bien que nous trouvions des tailles de grains légèrement plus grands que dans ces études, probablement du fait de l’utilisation d’une modélisation relativement simple.

Par conséquent, au vue des ces résultats, la masse de l’anneau B semblant légèrement plus élevée que ce qui est indiqué par les autres études et la composition des anneaux paraissant très pure en glace d’eau, nous tendons nous aussi vers un anneau dont les caractéristiques indiquent une formation récente dans l’histoire du système solaire, ou sujet à un recyclage efficace du régolithe. De son côté, la grande similarité des propriétés rhéologiques des satellites de glace du système de Saturne, dont Encelade, indique que tous ces corps étaient déjà recouverts d’une enveloppe de glace de plusieurs dizaines de kilomètres lors de leur cratérisation. Si cette cratérisation est due à l’intense période de bombardement tardif du système solaire (LHB Wetherill (1975)) situé environ 800 millions d’années après l’inclusion des CAI, alors cela contraint fortement les échelles temporelles suivies par les modèles de formation de ces lunes de glace. Ainsi notre étude favorise plutôt les modèles non-classiques permettant de créer rapidement cette enveloppe de glace sur toutes les lunes rapidement après leur formation (modèle de Charnoz et al. (2009) par exemple).

Par conséquent, bien que ces mesures amènent de nouvelles connaissances sur le système de Saturne, le paradoxe de l’âge des anneaux et ainsi du mode de formation de ce système semble demeurer. Il se dessine le modèle suivant: Formation d’un anneau autour de Saturne par la destruction par effets de marée d’un corps pré-différencié, tôt dans l’histoire de la formation du système. Création des lunes de glaces principales déjà différenciées à partir de l’anneau puis confinement et recyclage de cet anneau par un mécanisme inconnu, empêchant sa destruction jusqu’à maintenant.

Chapitre 11

Perspectives

Table des matières

11.1	Encelade, modèle de cratère	233
11.1.1	Étude multi-longueur d'onde du régolithe	233
11.1.2	Modèle de forme avec pic central	234
11.1.3	Applications aux autres lunes de glace	235
11.2	Anneaux de Saturne, modèle de R-SHOE	235
11.2.1	Modèles d'albédo	235
11.2.2	Lien avec l'infrarouge thermique	236
11.2.3	Échantillonnage en distance à Saturne	236
11.2.4	Modèle de R-SHOE	236

11.1 Encelade, modèle de cratère

11.1.1 Étude multi-longueur d'onde du régolithe

L'étude que nous avons réalisée sur les cratères d'Encelade a été effectuée en inversant des données issues de la caméra ISS-NAC dans le filtre CLR-GRN centré à 568 nm. Notre modélisation multi-échelles décorrèle l'effet du régolithe de l'effet de la morphologie du cratère. Par conséquent, une étude identique utilisant des données à d'autres longueurs d'onde est tout à fait pertinente. Deux apports principaux : d'une part l'obtention de l'albédo de simple diffusion et du paramètre d'asymétrie de diffusion du régolithe à d'autres longueurs d'onde donne la possibilité d'estimer la composition et la structure du régolithe ; d'autre part, le rapport d'aspect des cratères n'étant par définition pas sensible à la longueur d'onde d'observation, cela nous permettrait de valider la robustesse de nos estimations de profondeurs. Au delà de la comparaison à la photogrammetrie développée dans l'article, cette comparaison multi-longueur d'onde validerait totalement le modèle et l'approche multi-échelle. D'éventuelles différences dans les barres d'erreurs permettraient de réduire l'erreur totale sur la détermination de la profondeur de chaque cratère et ainsi d'augmenter la précision sur les paramètres rhéologiques d'Encelade. Le filtre pour lequel le nombre d'observations est suffisant pour utiliser notre modèle est le filtre CLR-UV3 centré autour de 343 nm pour une largeur à mi-hauteur de 20 nm. Une

meilleure procédure de navigation et de re-navigation des images permettrait aussi d'utiliser les images hautes résolutions d'Encelade pour lesquelles le limbe n'est pas visible et d'ainsi augmenter sensiblement l'échantillon d'images utilisable, d'augmenter le nombre de cratères et le nombre de filtres d'observation. Tous les outils numériques d'extractions et d'analyses sont prêts et adaptables facilement.

11.1.2 Modèle de forme avec pic central

La lacune principale de notre étude se situe dans la prise en compte simplifiée de la forme de nos cratères. La présence d'un pic central ou d'un rebond au centre du cratère change effectivement le comportement photométrique de ce dernier et par conséquent l'inversion subséquente. La confrontation à la photogrammétrie indique malgré tout que pour des cratères complexes peu déformés tels Julnar ou même Zumurrud (voir article), notre modèle estime correctement leur rapport d'aspect. Néanmoins, une des informations utiles dans l'analyse du processus de cratérisation est d'estimer la hauteur et la largeur du pic central par rapport aux bords du cratère (Melosh (1989)). Implémenter une forme plus complexe de cratère permettrait l'accès à ces paramètres. La vectorisation complète du modèle de forme que nous avons implémenté dans le chapitre 5 permet de changer aisément la forme du cratère, bien plus que ne le permettent les équations analytiques du modèle de Hameen-Anttila et al. (1965). Dans le cadre d'un stage de Master 2 que j'ai co-encadré, nous avons commencé à étudier la forme qui reproduit le mieux la forme paraboloidale couplée avec un pic central.

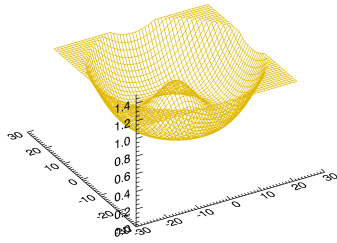


FIGURE 11.1 – Modèle de forme de cratères complexes décrit par l'équation 11.1. Le cratère est numérisé par une grille de coordonnées 50×50 . Pour cet exemple, le rapport d'aspect a été fixé à 0.4, la largeur à mi-hauteur divisée par le diamètre du cratère à été fixée à 0.2 et l'amplitude du pic divisée par le diamètre du cratère à 0.5.

La solution envisagée est de conserver l'équation du paraboloid de révolution auquel on ajoute une surface gaussienne paramétrisée par la largeur à mi-hauteur du pic et son amplitude maximale (voir figure 11.1).

On obtient, dans le même formalisme que dans le chapitre 5 :

$$z = \frac{h}{R^2}(x^2 + y^2) - h + \frac{A_{pic} \exp\left(\frac{-(x^2 + y^2)}{\sigma_{pic}^2}\right)}{\sqrt{2\pi}\sigma_{pic}} \quad (11.1)$$

Ainsi, le modèle de forme n'est plus uniquement décrit par le rapport d'aspect q mais aussi par la largeur à mi-hauteur du pic σ_{pic} et l'amplitude du pic A_{pic} . Le total des paramètres libres de notre modèle passe par conséquent à 5. Pour une vitesse de calcul proche de 5 secondes par jeu de donné pour chaque géométrie d'observation, un ajustement exhaustif comme celui employé jusqu'alors n'est pas concevable. L'utilisation d'algorithmes plus sophistiqués comme les algorithmes génétiques par exemple, devient indispensable (voir chapitre 8 pour plus de précision sur cet algorithme). Cependant, étudier l'effet d'une telle modélisation sur la photométrie générale des cratères me parait une perspective extrêmement prometteuse.

11.1.3 Applications aux autres lunes de glace

Enfin, la généralisation de notre travail aux autres lunes et corps (sans atmosphère) du système solaire apparaît comme une suite logique à notre travail. En particulier, l'étude de Mimas, seule lune montrant une tendance à s'écarter de la loi empirique pour les corps glacés (voir 7.13) semble une cible de choix. De plus, l'une des forces de notre modèle est l'utilisation de données même à faible résolution. Ainsi, les données des sondes Voyager ayant imagées la surface des satellites d'Uranus et de Neptune sont potentiellement re-exploitable et permettront d'explorer une nouvelle gamme de gravité de surface avec potentiellement de nouvelles indications sur les modèles de formations de ces corps. Enfin, la sonde JUICE (JUpiter ICy moons Explorer [Grasset et al. \(2013\)](#)) dédiée notamment à l'étude des satellites de Jupiter atteindra ce système en 2030. L'un des thèmes de recherche de cette mission "*Gaseous giants and their moons: Study Jupiter in situ, its atmosphere and internal structure. Giant planets with their rings, diverse satellites and complex environments constitute systems that play a key role in the evolution of planetary systems*" est dans la suite logique de l'étude des satellites faites par la sonde *Cassini*. Des modèles perfectionnés de photométrie et de formes de terrains seront tout à fait pertinent à utiliser pour extraire les informations nécessaires à la meilleure compréhension des interaction satellites-planètes géantes et de leur environnement, ainsi que d'une meilleure compréhension de la façon dont elles se sont formées.

11.2 Anneaux de Saturne, modèle de R-SHOE

11.2.1 Modèles d'albédos

La taille de grains que nous obtenons pour le régolithe recouvrant les particules d'anneaux par nos ajustements d'albédos semblent supérieure à ce que l'on trouve dans la littérature. Ces différences viennent probablement du modèle d'inversion des albédos qui est très simple (deux espèces chimiques, une taille de grains, une fraction de mélange). Le bombardement météoritique des anneaux a pour effet de contaminer ces derniers par des nano-grains de fer ([Clark et al. \(2012\)](#)) dont l'absorption est importante en particulier dans l'UV mais aussi autour de $4.3\mu\text{m}$. Bien que nous n'ayons pas la résolution spectrale suffisante pour discerner une telle absorption pour l'instant, il est possible qu'il y ait un effet moyen dans cette région spectrale ce qui expliquerait peut être nos faibles valeurs d'albédos à $4.4\mu\text{m}$. Ces grains étant bien plus petits que la longueur d'onde d'observation, leurs comportement diffusif suit la loi de diffusion Rayleigh (voir 2.4). Les efficacités d'extinction varient avec la longueur d'onde selon une loi en $1/\lambda^4$ ce qui change profondément notre modélisation du régolithe. En toute rigueur nous devrions intégrer dès le début de la modélisation du régolithe la possibilité de mélanges de composition chimique et de taille de grains, dans des régimes de diffusion différents. Cette nouvelle modélisation introduit de nouveaux paramètres libres ce qui nécessite des processus d'ajustements plus sophistiqués encore, telles les chaînes de Markov. Un important travail de parallélisation et de codage d'algorithme dans des langages plus sophistiqués qu'IDL sont les prochaines étapes pour augmenter la rapidité de l'inversion et par conséquent la possibilité de complexifier les modèles d'effet d'opposition et de spectres.

11.2.2 Lien avec l'infrarouge thermique

L'une des difficultés de notre méthode d'inversion est l'impossibilité d'utiliser toutes les longueurs d'onde en même temps. En effet, nous avons effectué autant d'ajustements que de longueurs d'onde sélectionnées pour chaque zone. Il est dommage de ne pas utiliser l'intégralité des données pour mieux contraindre nos modèles. La densité et le rapport H/R des anneaux étant indépendants de la longueur d'onde, la prise en compte de toutes les longueurs d'ondes lors des inversion n'est pas difficile. C'est l'effet du régolithe, dont le comportement photométrique varie spectralement qui rend délicat une telle méthode, ajoutant 4 paramètres libres supplémentaires par longueur d'onde.

De manière plus générale, une convergence avec le modèle thermique de [Ferrari and Reffet \(2013\)](#) semble dans la lignée de l'approche multi-longueur adoptée par notre étude. Une approche similaire dans la modélisation de l'effet d'opposition appliquée à l'infrarouge thermique paraît prometteuse notamment pour lever la dernière dégénérescence structurelle qui caractérise notre étude (portant sur les paramètres H et R). L'observation d'un effet d'opposition à ces longueurs d'ondes étant d'ores et déjà possible ([Altobelli et al. \(2009\)](#)), il ne reste "qu'à " trouver le formalisme commun à toute la gamme spectrale visible, infrarouge proche et infrarouge thermique, accessible par *Cassini*.

11.2.3 Échantillonnage en distance à Saturne

Les structures plus complexes dynamiquement telles les résonances ou les wakes nous imposent jusqu'à maintenant d'éviter les zones hôtes de ces structures, notamment l'anneau A et la division de Cassini. De plus les orbites excentriques de ces anneaux rendant l'extraction des courbes de phases délicates du fait des problèmes de navigation décrits dans le chapitre 8, il n'était pas possible d'appliquer notre modèle sur ces zones. Un effort dans la navigation de ces structures est nécessaire pour contraindre les propriétés de ces anneaux afin de renseigner sur l'ensemble des anneaux majeurs et ainsi de mieux appréhender leur origine et leur évolution.

11.2.4 Modèle de R-SHOE

Lors de la présentation du modèle de SHOE dans le régolithe (2.5), nous avons justifié la nécessité de rajouter le terme d'amplitude B_{0SHOE} pour prendre en compte l'effet de diffusion à travers le grain de régolithe ce qui décorrelle les directions d'incidence et d'émergence sur le grain, réduisant l'effet d'ombrage mutuel de grains, d'où l'existence de ce terme. Pourtant, l'effet du régolithe sur les particules d'anneau change la direction d'émergence du rayon incident du fait de l'anisotropie de diffusion ou bien de la diffusion multiple. Cette décorrelation des directions dépend donc des propriétés de diffusion du régolithe, qui changent avec la longueur d'onde. Ainsi, il est possible qu'il existe encore un faible lien entre le régolithe et le R-SHOE malgré nos effort pour décorreler la contributions de ces différentes échelles. Pour que les échelles soient correctement séparées il est possible qu'il faille prendre en compte cet effet sur le R-SHOE en modulant son amplitude par un terme $B_{0R-SHOE}$. Étant donné que nous ne voyons pas d'effets spectraux sur les paramètres structurels des anneaux, cet effet doit probablement être minime. Néanmoins, afin de tester cette hypothèse, seule les simulations numériques de tracés de rayons permettront de se faire une idée claire sur l'impact du régolithe sur le R-SHOE.

Enfin, la prise en compte de la distribution de tailles de particules dans les anneaux reste à explorer. Une stratégie en deux temps semble pertinente : intégrer dans le modèle la distribution couramment dérivée par la communauté ([Schmidt et al. \(2009\)](#)), puis laisser comme paramètre libre la pente de la distribution ainsi que les taille minimale et maximale de particules. La modélisation de l'effet de distribution de taille sur l'ombrage mutuel de particules n'a encore jamais été étudié et nécessite probablement une thèse en soit.

Bibliographie

- [1] N. Altobelli, L. Spilker, S. Pilorz, C. Leyrat, S. Eddington, B. Wallis, and A. Flandes. Thermal phase curves observed in Saturn's main rings by Cassini-CIRS: Detection of an opposition effect? *Geophysics Research Letters*, 36:L10105, May 2009. doi: 10.1029/2009GL038163.
- [2] K. Baillié, J. E. Colwell, L. W. Esposito, and M. C. Lewis. Meter-sized Moonlet Population in Saturn's C Ring and Cassini Division. *Astronomical Journal*, 145:171, June 2013. doi: 10.1088/0004-6256/145/6/171.
- [3] Kevin Baillie. *Interactions Disque-Satellites dans les Anneaux de Saturne*. PhD thesis, Université Paris-Diderot & University of Central Florida, 2011.
- [4] D. Baratoux, C. Delacourt, and P. Allemand. An instability mechanism in the formation of the Martian lobate craters and the implications for the rheology of ejecta. *Geophysics Research Letters*, 29:1210, April 2002. doi: 10.1029/2001GL013779.
- [5] I. N. Belskaya and V. G. Shevchenko. Opposition Effect of Asteroids. *Icarus*, 147:94–105, September 2000. doi: 10.1006/icar.2000.6410.
- [6] E. C. Bingham. Rheology. II. The nature of plastic flow and its relation to fluid flow. *Journal of Chemical Education*, 6:1206, August 1929. doi: 10.1021/ed006p1206.
- [7] M. T. Bland, K. N. Singer, W. B. McKinnon, and P. M. Schenk. Enceladus' extreme heat flux as revealed by its relaxed craters. *Geophysics Research Letters*, 39:L17204, September 2012. doi: 10.1029/2012GL052736.
- [8] M. S. Bobrov. *The rings of Saturn*. 1970.
- [9] C. F. Bohren and D. R. Huffman. *Absorption and scattering of light by small particles*. 1983.
- [10] W. C. Bond. Discovery of a new satellite of Saturn. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 9:1, November 1848.
- [11] A. S. Bosh, C. B. Olkin, R. G. French, and P. D. Nicholson. Saturn's F Ring: Kinematics and Particle Sizes from Stellar Occultation Studies. *Icarus*, 157:57–75, May 2002. doi: 10.1006/icar.2002.6791.
- [12] R. H. Brown, K. H. Baines, G. Bellucci, J.-P. Bibring, B. J. Buratti, F. Capaccioni, P. Ceroni, R. N. Clark, A. Coradini, D. P. Cruikshank, P. Drossart, V. Formisano, R. Jaumann, Y. Langevin, D. L. Matson, T. B. McCord, V. Mennella, E. Miller, R. M. Nelson, P. D.

- Nicholson, B. Sicardy, and C. Sotin. The Cassini Visual And Infrared Mapping Spectrometer (Vims) Investigation. *Space Science Reviews*, 115:111–168, December 2004. doi: 10.1007/s11214-004-1453-x.
- [13] B. J. Buratti and J. Veverka. Photometry of rough planetary surfaces - The role of multiple scattering. *Icarus*, 64:320–328, November 1985. doi: 10.1016/0019-1035(85)90094-6.
- [14] B. J. Buratti, M. D. Hicks, L. A. Soderblom, D. Britt, J. Oberst, and J. K. Hillier. Deep Space 1 photometry of the nucleus of Comet 19P/Borrelly. *Icarus*, 167:16–29, January 2004. doi: 10.1016/j.icarus.2003.05.002.
- [15] B. J. Buratti, C. Sotin, R. H. Brown, M. D. Hicks, R. N. Clark, J. A. Mosher, T. B. McCord, R. Jaumann, K. H. Baines, P. D. Nicholson, T. Momary, D. P. Simonelli, and B. Sicardy. Titan: Preliminary results on surface properties and photometry from VIMS observations of the early flybys. *Planetary and Space Science*, 54:1498–1509, December 2006. doi: 10.1016/j.pss.2006.06.015.
- [16] J. A. Burns, D. P. Hamilton, and M. R. Showalter. *Dusty Rings and Circumplanetary Dust: Observations and Simple Physics*, page 641. 2001.
- [17] M. Běhounková, G. Tobie, G. Choblet, and O. Čadež. Tidally-induced melting events as the origin of south-pole activity on Enceladus. *Icarus*, 219:655–664, June 2012. doi: 10.1016/j.icarus.2012.03.024.
- [18] R. M. Canup. Origin of Saturn’s rings and inner moons by mass removal from a lost Titan-sized satellite. *Nature*, 468:943–926, December 2010. doi: 10.1038/nature09661.
- [19] S. Chandrasekhar. *Radiative transfer*. 1960.
- [20] C. R. Chapman and W. B. McKinnon. *Cratering of planetary satellites*, pages 492–580. 1986.
- [21] S. Charnoz, C. C. Porco, E. Déau, A. Brahic, J. N. Spitale, G. Bacques, and K. Baillie. Cassini Discovers a Kinematic Spiral Ring Around Saturn. *Science*, 310:1300–1304, November 2005. doi: 10.1126/science.1119387.
- [22] S. Charnoz, L. Dones, L. W. Esposito, P. R. Estrada, and M. M. Hedman. *Origin and Evolution of Saturn’s Ring System*, page 537. 2009. doi: 10.1007/978-1-4020-9217-6_17.
- [23] S. Charnoz, J. Salmon, and A. Crida. The recent formation of Saturn’s moonlets from viscous spreading of the main rings. *Nature*, 465:752–754, June 2010. doi: 10.1038/nature09096.
- [24] S. Charnoz, A. Crida, J. C. Castillo-Rogez, V. Lainey, L. Dones, Ö. Karatekin, G. Tobie, S. Mathis, C. Le Poncin-Lafitte, and J. Salmon. Accretion of Saturn’s mid-sized moons during the viscous spreading of young massive rings: Solving the paradox of silicate-poor rings versus silicate-rich moons. *Icarus*, 216:535–550, December 2011. doi: 10.1016/j.icarus.2011.09.017.
- [25] R. N. Clark, D. P. Cruikshank, R. Jaumann, R. H. Brown, K. Stephan, C. M. Dalle Ore, K. Eric Livo, N. Pearson, J. M. Curchin, T. M. Hoefen, B. J. Buratti, G. Filacchione, K. H. Baines, and P. D. Nicholson. The surface composition of Iapetus: Mapping results from Cassini VIMS. *Icarus*, 218:831–860, April 2012. doi: 10.1016/j.icarus.2012.01.008.

-
- [26] J. E. Colwell and M. Taylor. Low-Velocity Microgravity Impact Experiments into Simulated Regolith. *Icarus*, 138:241–248, April 1999. doi: 10.1006/icar.1998.6073.
- [27] J. E. Colwell, L. W. Esposito, M. Sremčević, G. R. Stewart, and W. E. McClintock. Self-gravity wakes and radial structure of Saturn’s B ring. *Icarus*, 190:127–144, September 2007. doi: 10.1016/j.icarus.2007.03.018.
- [28] J. E. Colwell, P. D. Nicholson, M. S. Tiscareno, C. D. Murray, R. G. French, and E. A. Marouf. *The Structure of Saturn’s Rings*, page 375. 2009. doi: 10.1007/978-1-4020-9217-6_13.
- [29] A. Crida and S. Charnoz. Formation of Regular Satellites from Ancient Massive Rings in the Solar System. *Science*, 338:1196–, November 2012. doi: 10.1126/science.1226477.
- [30] J. Cuzzi, R. Clark, G. Filacchione, R. French, R. Johnson, E. Marouf, and L. Spilker. *Ring Particle Composition and Size Distribution*, page 459. 2009. doi: 10.1007/978-1-4020-9217-6_15.
- [31] J. N. Cuzzi. Evolution of Planetary Ringmoon Systems. *Earth Moon and Planets*, 67:179–208, 1995.
- [32] J. N. Cuzzi, J. A. Burns, S. Charnoz, R. N. Clark, J. E. Colwell, L. Dones, L. W. Esposito, G. Filacchione, R. G. French, M. M. Hedman, S. Kempf, E. A. Marouf, C. D. Murray, P. D. Nicholson, C. C. Porco, J. Schmidt, M. R. Showalter, L. J. Spilker, J. N. Spitale, R. Srama, M. Sremčević, M. S. Tiscareno, and J. Weiss. An Evolving View of Saturn’s Dynamic Rings. *Science*, 327:1470–, March 2010. doi: 10.1126/science.1179118.
- [33] A. Dollfus and J. Texereau. Saturn X (Janus). *International Astronomical Union Circular*, 1995:1, February 1967.
- [34] A. J. Dombard and W. B. McKinnon. Elastoviscoplastic relaxation of impact crater topography with application to Ganymede and Callisto. *Journal of Geophysical Research (Planets)*, 111: E01001, January 2006. doi: 10.1029/2005JE002445.
- [35] L. Dones, C. R. Chapman, W. B. McKinnon, H. J. Melosh, M. R. Kirchoff, G. Neukum, and K. J. Zahnle. *Icy Satellites of Saturn: Impact Cratering and Age Determination*, page 613. 2009. doi: 10.1007/978-1-4020-9217-6_19.
- [36] M. K. Dougherty, L. W. Esposito, and S. M. Krimigis. *Saturn from Cassini-Huygens*. 2009. doi: 10.1007/978-1-4020-9217-6.
- [37] L. R. Doyle, L. Dones, and J. N. Cuzzi. Radiative transfer modeling of Saturn’s outer B ring. *Icarus*, 80:104–135, July 1989. doi: 10.1016/0019-1035(89)90163-2.
- [38] J. L. Elliot, E. Dunham, and D. Mink. The rings of Uranus. *Nature*, 267:328–330, May 1977. doi: 10.1038/267328a0.
- [39] L. W. Esposito. Extensions to the classical calculation of the effect of mutual shadowing in diffuse reflection. *Icarus*, 39:69–80, July 1979. doi: 10.1016/0019-1035(79)90101-5.

-
- [40] L. W. Esposito, M. Ocallaghan, K. E. Simmons, C. W. Hord, R. A. West, A. L. Lane, R. B. Pomphrey, D. L. Coffeen, and M. Sato. Voyager photopolarimeter stellar occultation of Saturn's rings. *Journal of Geophysics Research*, 88:8643–8649, November 1983a. doi: 10.1029/JA088iA11p08643.
- [41] L. W. Esposito, M. Ocallaghan, and R. A. West. The structure of Saturn's rings - Implications from the Voyager stellar occultation. *Icarus*, 56:439–452, December 1983b. doi: 10.1016/0019-1035(83)90165-3.
- [42] L. W. Esposito, C. A. Barth, J. E. Colwell, G. M. Lawrence, W. E. McClintock, A. I. F. Stewart, H. U. Keller, A. Korth, H. Lauche, M. C. Festou, A. L. Lane, C. J. Hansen, J. N. Maki, R. A. West, H. Jahn, R. Reulke, K. Warlich, D. E. Shemansky, and Y. L. Yung. The Cassini Ultraviolet Imaging Spectrograph Investigation. *Space Science Reviews*, 115:299–361, December 2004. doi: 10.1007/s11214-004-1455-8.
- [43] L. W. Esposito, B. K. Meinke, J. E. Colwell, P. D. Nicholson, and M. M. Hedman. Moonlets and clumps in Saturn's F ring. *Icarus*, 194:278–289, March 2008. doi: 10.1016/j.icarus.2007.10.001.
- [44] W. A. Feibelman. Concerning the “D” Ring of Saturn. *Nature*, 214:793–794, May 1967. doi: 10.1038/214793a0.
- [45] C. Ferrari and E. Reffet. The dark side of Saturn's B ring: Seasons as clues to its structure. *Icarus*, 223:28–39, March 2013. doi: 10.1016/j.icarus.2012.12.006.
- [46] C. Ferrari, P. Galdemard, P. O. Lagage, E. Pantin, and C. Quoirin. Imaging Saturn's rings with CAMIRAS: thermal inertia of B and C rings. *Astronomy and Astrophysics*, 441:379–389, October 2005. doi: 10.1051/0004-6361:20053100.
- [47] G. Filacchione, F. Capaccioni, T. B. McCord, A. Coradini, P. Cerroni, G. Bellucci, F. Tosi, E. D'Aversa, V. Formisano, R. H. Brown, K. H. Baines, J. P. Bibring, B. J. Buratti, R. N. Clark, M. Combes, D. P. Cruikshank, P. Drossart, R. Jaumann, Y. Langevin, D. L. Matson, V. Mennella, R. M. Nelson, P. D. Nicholson, B. Sicardy, C. Sotin, G. Hansen, K. Hibbitts, M. Showalter, and S. Newman. Saturn's icy satellites investigated by Cassini-VIMS. I. Full-disk properties: 350 5100 nm reflectance spectra and phase curves. *Icarus*, 186:259–290, January 2007. doi: 10.1016/j.icarus.2006.08.001.
- [48] G. Filacchione, F. Capaccioni, M. Ciarniello, R. N. Clark, J. N. Cuzzi, P. D. Nicholson, D. P. Cruikshank, M. M. Hedman, B. J. Buratti, J. I. Lunine, L. A. Soderblom, F. Tosi, P. Cerroni, R. H. Brown, T. B. McCord, R. Jaumann, K. Stephan, K. H. Baines, and E. Flamini. Saturn's icy satellites and rings investigated by Cassini-VIMS: III - Radial compositional variability. *Icarus*, 220:1064–1096, August 2012. doi: 10.1016/j.icarus.2012.06.040.
- [49] J. Fink, D. Gault, and R. Greeley. The effect of viscosity on impact cratering and possible application to the icy satellites of Saturn and Jupiter. *Journal of Geophysics Research*, 89: 417–423, January 1984. doi: 10.1029/JB089iB01p00417.

-
- [50] F. M. Flasar, V. G. Kunde, M. M. Abbas, R. K. Achterberg, P. Ade, A. Barucci, B. Bézard, G. L. Bjoraker, J. C. Brasunas, S. Calcutt, R. Carlson, C. J. Césarsky, B. J. Conrath, A. Coradini, R. Courtin, A. Coustenis, S. Edberg, S. Edgington, C. Ferrari, T. Fouchet, D. Gautier, P. J. Gierasch, K. Grossman, P. Irwin, D. E. Jennings, E. Lellouch, A. A. Mamoutkine, A. Marten, J. P. Meyer, C. A. Nixon, G. S. Orton, T. C. Owen, J. C. Pearl, R. Prangé, F. Raulin, P. L. Read, P. N. Romani, R. E. Samuelson, M. E. Segura, M. R. Showalter, A. A. Simon-Miller, M. D. Smith, J. R. Spencer, L. J. Spilker, and F. W. Taylor. Exploring The Saturn System In The Thermal Infrared: The Composite Infrared Spectrometer. *Space Science Reviews*, 115: 169–297, December 2004. doi: 10.1007/s11214-004-1454-9.
- [51] F. A. Franklin and F. A. Cook. Optical properties of Saturn’s rings. II. Two-color phase curves of the two bright rings. *Astronomical Journal*, 70:704, November 1965. doi: 10.1086/109806.
- [52] R. G. French, A. Verbiscer, H. Salo, C. McGhee, and L. Dones. Saturn’s Rings at True Opposition. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 119:623–642, June 2007. doi: 10.1086/519982.
- [53] G Galileo. *Sidereus Nuncius*. 1610a.
- [54] G Galileo. Letter to belisatio vinta, padua, july 1610. 1610b.
- [55] B. Giese, T. Denk, G. Neukum, T. Roatsch, P. Helfenstein, P. C. Thomas, E. P. Turtle, A. McEwen, and C. C. Porco. The topography of Iapetus’ leading side. *Icarus*, 193:359–371, February 2008. doi: 10.1016/j.icarus.2007.06.005.
- [56] D. E Goldberg. *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning*. Addison-Wesley, 1989.
- [57] P. Goldreich and S. Tremaine. The dynamics of planetary rings. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 20:249–283, 1982. doi: 10.1146/annurev.aa.20.090182.001341.
- [58] O. Grasset, M. K. Dougherty, A. Coustenis, E. J. Bunce, C. Erd, D. Titov, M. Blanc, A. Coates, P. Drossart, L. N. Fletcher, H. Hussmann, R. Jaumann, N. Krupp, J.-P. Lebreton, O. Prieto-Ballesteros, P. Tortora, F. Tosi, and T. Van Hoolst. JUper ICy moons Explorer (JUICE): An ESA mission to orbit Ganymede and to characterise the Jupiter system. *Planetary and Space Science*, 78:1–21, April 2013. doi: 10.1016/j.pss.2012.12.002.
- [59] P. Guérin. Sur la mise en évidence d’un quatrième anneau et d’une nouvelle division obscure dans la système des anneaux de Saturne. *Academie des Sciences Paris Comptes Rendus Serie B Sciences Physiques*, 270:125–128, 1970.
- [60] P. K. Haff, G. L. Siscoe, and A. Eviatar. Ring and plasma - The enigmae of Enceladus. *Icarus*, 56:426–438, December 1983. doi: 10.1016/0019-1035(83)90164-1.
- [61] K. A. Hameen-Anttila, P. Laakso, and K. Lumme. The shadow effect in the phase curves of lunar type surfaces. *Annaes Academiae Scientiarum Fennicae*, Series A:172, 1965.
- [62] B. Hapke. Bidirectional reflectance spectroscopy. I - Theory. *Journal of Geophysics Research*, 86:3039–3054, April 1981. doi: 10.1029/JB086iB04p03039.

-
- [63] B. Hapke. Bidirectional reflectance spectroscopy. III - Correction for macroscopic roughness. *Icarus*, 59:41–59, July 1984. doi: 10.1016/0019-1035(84)90054-X.
- [64] B. Hapke. Bidirectional reflectance spectroscopy. IV - The extinction coefficient and the opposition effect. *Icarus*, 67:264–280, August 1986. doi: 10.1016/0019-1035(86)90108-9.
- [65] B. Hapke. Bidirectional Reflectance Spectroscopy5. The Coherent Backscatter Opposition Effect and Anisotropic Scattering. *Icarus*, 157:523–534, June 2002. doi: 10.1006/icar.2002.6853.
- [66] B. Hapke, B. Denevi, H. Sato, S. Braden, and M. Robinson. The wavelength dependence of the lunar phase curve as seen by the Lunar Reconnaissance Orbiter wide-angle camera. *Journal of Geophysical Research (Planets)*, 117:E00H15, March 2012. doi: 10.1029/2011JE003916.
- [67] B. W. Hapke, M. K. Shepard, R. M. Nelson, W. D. Smythe, and K. Mannatt. Comparison of the Bidirectional Reflectance of a Well-Characterized Powder with Predictions of Models Based on the Equation of Radiative Transfer. In *Lunar and Planetary Institute Science Conference Abstracts*, volume 38 of *Lunar and Planetary Institute Science Conference Abstracts*, page 1321, March 2007.
- [68] B. W. Hapke, M. K. Shepard, R. M. Nelson, W. D. Smythe, and J. L. Piatek. A quantitative test of the ability of models based on the equation of radiative transfer to predict the bidirectional reflectance of a well-characterized medium. *Icarus*, 199:210–218, January 2009. doi: 10.1016/j.icarus.2008.09.006.
- [69] H Hapke. *Theory of Reflectance and Emittance Spectroscopy*. Cambridge University Press, 2012.
- [70] M. M. Hedman, N. J. Cooper, C. D. Murray, K. Beurle, M. W. Evans, M. S. Tiscareno, and J. A. Burns. Aegaeon (Saturn LIII), a G-ring object. *Icarus*, 207:433–447, May 2010. doi: 10.1016/j.icarus.2009.10.024.
- [71] M. M. Hedman, P. D. Nicholson, J. N. Cuzzi, R. N. Clark, G. Filacchione, F. Capaccioni, and M. Ciarniello. Connections between spectra and structure in Saturn’s main rings based on Cassini VIMS data. *Icarus*, 223:105–130, March 2013. doi: 10.1016/j.icarus.2012.10.014.
- [72] P. Helfenstein and M. K. Shepard. Submillimeter-Scale Topography of the Lunar Regolith. *Icarus*, 141:107–131, September 1999. doi: 10.1006/icar.1999.6160.
- [73] L. G. Henyey and J. L. Greenstein. Diffuse radiation in the Galaxy. *Astrophysical Journal*, 93:70–83, January 1941. doi: 10.1086/144246.
- [74] J. B. Holberg, W. T. Forrester, and J. J. Lissauer. Identification of resonance features within the rings of Saturn. *Nature*, 297:115–120, May 1982. doi: 10.1038/297115a0.
- [75] J.H Holland. *Adaptation in natural and artificial suystems: an introducory analysis with applications to biology, control, and artificial intelligence*. University of Michigan Press, 1975.

-
- [76] C. J. A. Howett, J. R. Spencer, P. Schenk, R. E. Johnson, C. Paranicas, T. A. Hurford, A. Verbiscer, and M. Segura. A high-amplitude thermal inertia anomaly of probable magnetospheric origin on Saturn's moon Mimas. *Icarus*, 216:221–226, November 2011. doi: 10.1016/j.icarus.2011.09.007.
- [77] C. J. A. Howett, J. R. Spencer, T. Hurford, A. Verbiscer, and M. Segura. PacMan returns: An electron-generated thermal anomaly on Tethys. *Icarus*, 221:1084–1088, November 2012. doi: 10.1016/j.icarus.2012.10.013.
- [78] W. B. Hubbard, A. Brahic, P. Bouchet, L. R. Elicer, R. Haefner, J. Manfroid, F. Roques, B. Sicardy, and F. Vilas. Occultation detection of a Neptune ring segment. *Journal of Geophysical Research Supplement*, 90:35–37, November 1985.
- [79] C. Huygens. *De Saturni luna observatio nova*. 1656.
- [80] C. Huygens. *Systema Saturnium*. 1659.
- [81] W. M. Irvine. The Shadowing Effect in Diffuse Reflection. *Journal of Geophysics Research*, 71: 2931, June 1966.
- [82] A. Ishimaru. *Wave propagation and scattering in random media*. Vol._1. 1978.
- [83] R. A. Jacobson, P. G. Antreasian, J. J. Bordi, K. E. Criddle, R. Ionasescu, J. B. Jones, R. A. Mackenzie, M. C. Meek, D. Parcher, F. J. Pelletier, W. M. Owen, Jr., D. C. Roth, I. M. Roundhill, and J. R. Stauch. The Gravity Field of the Saturnian System from Satellite Observations and Spacecraft Tracking Data. *Astronomical Journal*, 132:2520–2526, December 2006. doi: 10.1086/508812.
- [84] R. Jaumann, K. Stephan, G. B. Hansen, R. N. Clark, B. J. Buratti, R. H. Brown, K. H. Baines, S. F. Newman, G. Bellucci, G. Filacchione, A. Coradini, D. P. Cruikshank, C. A. Griffith, C. A. Hibbitts, T. B. McCord, R. M. Nelson, P. D. Nicholson, C. Sotin, and R. Wagner. Distribution of icy particles across Enceladus' surface as derived from Cassini-VIMS measurements. *Icarus*, 193:407–419, February 2008. doi: 10.1016/j.icarus.2007.09.013.
- [85] T. V. Johnson and P. R. Estrada. *Origin of the Saturn System*, page 55. 2009. doi: 10.1007/978-1-4020-9217-6_3.
- [86] J. S. Kargel and S. Pozio. The Volcanic and Tectonic History of Enceladus. *Icarus*, 119:385–404, February 1996. doi: 10.1006/icar.1996.0026.
- [87] Y. Kawata and W. M. Irvine. Models of Saturn's rings which satisfy the optical observations. In A. Woszczyk and C. Iwaniszewska, editors, *Exploration of the Planetary System*, volume 65 of *IAU Symposium*, pages 441–464, 1974.
- [88] V. Kaydash, C. Pieters, Y. Shkuratov, and V. Korokhin. Lunar opposition effect as inferred from Chandrayaan-1 M³ data. *Journal of Geophysical Research (Planets)*, 118:1221–1232, June 2013. doi: 10.1002/jgre.20098.

-
- [89] S. Kempf, U. Beckmann, and J. Schmidt. How the Enceladus dust plume feeds Saturn's E ring. *Icarus*, 206:446–457, April 2010. doi: 10.1016/j.icarus.2009.09.016.
- [90] B. N. Khare, C. Sagan, E. T. Arakawa, F. Suits, T. A. Callcott, and M. W. Williams. Optical constants of organic tholins produced in a simulated Titanian atmosphere - From soft X-ray to microwave frequencies. *Icarus*, 60:127–137, October 1984. doi: 10.1016/0019-1035(84)90142-8.
- [91] C. Kiely and C. J. Kiely. An X-Ray Ultramicroscopy Study of Apollo 11 Lunar Regolith. 41: 1118, March 2010.
- [92] M. R. Kirchoff and P. Schenk. Crater modification and geologic activity in Enceladus' heavily cratered plains: Evidence from the impact crater distribution. *Icarus*, 202:656–668, August 2009. doi: 10.1016/j.icarus.2009.03.034.
- [93] A. J. Kliore, I. R. Patel, G. F. Lindal, D. N. Sweetnam, H. B. Hotz, J. H. Waite, and T. McDonough. Structure of the ionosphere and atmosphere of Saturn from Pioneer 11 Saturn radio occultation. *Journal of Geophysics Research*, 85:5857–5870, November 1980. doi: 10.1029/JA085iA11p05857.
- [94] V. Lainey, Ö. Karatekin, J. Desmars, S. Charnoz, J.-E. Arlot, N. Emelyanov, C. Le Poncin-Lafitte, S. Mathis, F. Remus, G. Tobie, and J.-P. Zahn. Strong Tidal Dissipation in Saturn and Constraints on Enceladus' Thermal State from Astrometry. *Astrophysical Journal*, 752: 14, June 2012. doi: 10.1088/0004-637X/752/1/14.
- [95] J. H. Lambert. *Photométrie ou de la mesure et de la gradation de la lumière, des couleurs et de l'ombre*. 1760.
- [96] A. L. Lane, C. W. Hord, R. A. West, L. W. Esposito, D. L. Coffeen, M. Sato, K. E. Simmons, R. B. Pomphrey, and R. B. Morris. Photopolarimetry from Voyager 2 - Preliminary results on Saturn, Titan, and the rings. *Science*, 215:537–543, January 1982. doi: 10.1126/science.215.4532.537.
- [97] W. Lassell. Discovery of new satellite of Saturn. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 8:195, June 1848.
- [98] J. Lecacheux, P. Laques, L. Vapillon, A. Auge, and R. Despiau. A new satellite of Saturn - Dione B. *Icarus*, 43:111–115, July 1980. doi: 10.1016/0019-1035(80)90093-7.
- [99] K. Levenberg. A method for the solution of certain problems in least squares. *Quart. Appl. Math*, 2:164–168, 1944.
- [100] C. Leyrat, L. J. Spilker, N. Altobelli, S. Pilorz, and C. Ferrari. Infrared observations of Saturn's rings by Cassini CIRS : Phase angle and local time dependence. *Planetary and Space Science*, 56:117–133, January 2008. doi: 10.1016/j.pss.2007.04.020.
- [101] J. J. Lissauer, S. W. Squyres, and W. K. Hartmann. Bombardment history of the Saturn system. *Journal of Geophysics Research*, 93:13776–13804, November 1988. doi: 10.1029/JB093iB11p13776.

-
- [102] E. Lommel. Die Photometrie der diffusen Zurückwerfung. *Annalen der Physik*, 272:473–502, 1889. doi: 10.1002/andp.18892720211.
- [103] P. G. Lucey. Model near-infrared optical constants of olivine and pyroxene as a function of iron content. *Journal of Geophysics Research*, 103:1703, January 1998. doi: 10.1029/97JE03145.
- [104] K. Lumme and E. Bowell. Radiative transfer in the surfaces of atmosphereless bodies. I - Theory. II - Interpretation of phase curves. *Astronomical Journal*, 86:1694–1721, November 1981. doi: 10.1086/113054.
- [105] D. Marquardt. An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters. *SIAM J. Appl. Math.*, 11:431–441, 1963.
- [106] R. M. Mastrapa, S. A. Sandford, T. L. Roush, D. P. Cruikshank, and C. M. Dalle Ore. Optical Constants of Amorphous and Crystalline H₂O-ice: 2.5-22 μm (4000-455 cm^{-1}) Optical Constants of H₂O-ice. *Astrophysical Journal*, 701:1347–1356, August 2009. doi: 10.1088/0004-637X/701/2/1347.
- [107] D. L. Matson, L. J. Spilker, and J.-P. Lebreton. The Cassini/Huygens Mission to the Saturnian System. *Space Science Reviews*, 104:1–58, July 2002. doi: 10.1023/A:1023609211620.
- [108] D. L. Matson, J. C. Castillo-Rogez, G. Schubert, C. Sotin, and W. B. McKinnon. *The Thermal Evolution and Internal Structure of Saturn's Mid-Sized Icy Satellites*, page 577. 2009. doi: 10.1007/978-1-4020-9217-6_18.
- [109] James Clark Maxwell. *On the stability of the motion of Saturn's Rings*. Cambridge University Press, 1856.
- [110] H. J. Melosh. Book-Review - Impact Cratering - a Geologic Process. 78:382, October 1989.
- [111] K. Miljkovic, S. Mannick, G. S. Collins, and P. A. Bland. Hydrocode Simulations of Binary Asteroid Impacts. *Meteoritics and Planetary Science Supplement*, 74:5087, September 2011.
- [112] M. Minnaert. The reciprocity principle in lunar photometry. *Astrophysical Journal*, 93:403–410, May 1941. doi: 10.1086/144279.
- [113] M. I. Mishchenko and L. Liu. Weak localization of electromagnetic waves by densely packed many-particle groups: Exact 3D results. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 106:616–621, July 2007. doi: 10.1016/j.jqsrt.2007.01.039.
- [114] M. I. Mishchenko, Z. M. Dlugach, E. G. Yanovitskij, and N. T. Zakharova. Bidirectional reflectance of flat, optically thick particulate layers: an efficient radiative transfer solution and applications to snow and soil surfaces. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 63:409–432, December 1999. doi: 10.1016/S0022-4073(99)00028-X.
- [115] M. I. Mishchenko, J. M. Dlugach, L. Liu, V. K. Rosenbush, N. N. Kiselev, and Y. G. Shkuratov. Direct Solutions of the Maxwell Equations Explain Opposition Phenomena Observed for High-Albedo Solar System Objects. *Astrophysical Journal Letters*, 705:L118–L122, November 2009. doi: 10.1088/0004-637X/705/2/L118.

-
- [116] R. Morishima, L. Spilker, H. Salo, K. Ohtsuki, N. Altobelli, and S. Pilorz. A multilayer model for thermal infrared emission of Saturn's rings II: Albedo, spins, and vertical mixing of ring particles inferred from Cassini CIRS. *Icarus*, 210:330–345, November 2010. doi: 10.1016/j.icarus.2010.06.032.
- [117] R. Morishima, L. Spilker, and K. Ohtsuki. A multilayer model for thermal infrared emission of Saturn's rings. III: Thermal inertia inferred from Cassini CIRS. *Icarus*, 215:107–127, September 2011. doi: 10.1016/j.icarus.2011.06.042.
- [118] R. Morishima, S. G. Edgington, and L. Spilker. Regolith grain sizes of Saturn's rings inferred from Cassini-CIRS far-infrared spectra. *Icarus*, 221:888–899, November 2012. doi: 10.1016/j.icarus.2012.09.012.
- [119] C. D. Murray and S. F. Dermott. *Solar system dynamics*. 1999.
- [120] P. D. Nicholson, M. M. Hedman, R. N. Clark, M. R. Showalter, D. P. Cruikshank, J. N. Cuzzi, G. Filacchione, F. Capaccioni, P. Cerroni, G. B. Hansen, B. Sicardy, P. Drossart, R. H. Brown, B. J. Buratti, K. H. Baines, and A. Coradini. A close look at Saturn's rings with Cassini VIMS. *Icarus*, 193:182–212, January 2008. doi: 10.1016/j.icarus.2007.08.036.
- [121] F. Nimmo and R. T. Pappalardo. Diapir-induced reorientation of Saturn's moon Enceladus. *Nature*, 441:614–616, June 2006. doi: 10.1038/nature04821.
- [122] G. W. Null, E. L. Lau, E. D. Biller, and J. D. Anderson. Saturn gravity results obtained from Pioneer 11 tracking data and earth-based Saturn satellite data. *Astronomical Journal*, 86: 456–468, March 1981. doi: 10.1086/112905.
- [123] G. S. Orton, K. H. Baines, D. Cruikshank, J. N. Cuzzi, S. M. Krimigis, S. Miller, and E. Lellouch. *Review of Knowledge Prior to the Cassini-Huygens Mission and Concurrent Research*, page 9. 2009. doi: 10.1007/978-1-4020-9217-6_2.
- [124] K. D. Pang, C. C. Voge, J. W. Rhoads, and J. M. Ajello. The E ring of Saturn and satellite Enceladus. *Journal of Geophysics Research*, 89:9459–9470, October 1984. doi: 10.1029/JB089iB11p09459.
- [125] D. Pascu, R. Harrington, and P. K. Seidelmann. Satellites of Saturn. *International Astronomical Union Circular*, 3534:1, November 1980.
- [126] Q. R. Passey. Viscosity of the lithosphere of Enceladus. *Icarus*, 53:105–120, January 1983. doi: 10.1016/0019-1035(83)90024-6.
- [127] C. B. Phillips, R. A. Beyer, F. Nimmo, J. H. Roberts, and G. Robuchon. Crater Relaxation and Stereo Imaging of the Icy Satellites of Jupiter and Saturn. *AGU Fall Meeting Abstracts*, page B1596, December 2010.
- [128] E. C. Pickering. A New Satellite of Saturn. *Popular Astronomy*, 7:233–235, May 1899.
- [129] R. J. Pike. Size-morphology relations of lunar craters - Discussion. *Modern Geology*, 5:169–173, November 1975.

-
- [130] R. J. Pike. Formation of complex impact craters - Evidence from Mars and other planets. *Icarus*, 43:1–19, July 1980. doi: 10.1016/0019-1035(80)90083-4.
- [131] R. J. Pike and P. D. Spudis. Basin-ring spacing on the moon, Mercury, and Mars. *Earth Moon and Planets*, 39:129–194, October 1987. doi: 10.1007/BF00054060.
- [132] C. C. Porco, R. A. West, S. Squyres, A. McEwen, P. Thomas, C. D. Murray, A. Delgenio, A. P. Ingersoll, T. V. Johnson, G. Neukum, J. Veverka, L. Dones, A. Brahic, J. A. Burns, V. Haemmerle, B. Knowles, D. Dawson, T. Roatsch, K. Beurle, and W. Owen. *Cassini Imaging Science: Instrument Characteristics and Anticipated Scientific Investigations at Saturn*, page 363. 2004. doi: 10.1007/1-4020-3874-7_6.
- [133] C. C. Porco, E. Baker, J. Barbara, K. Beurle, A. Brahic, J. A. Burns, S. Charnoz, N. Cooper, D. D. Dawson, A. D. Del Genio, T. Denk, L. Dones, U. Dyudina, M. W. Evans, B. Giese, K. Grazier, P. Helfenstein, A. P. Ingersoll, R. A. Jacobson, T. V. Johnson, A. McEwen, C. D. Murray, G. Neukum, W. M. Owen, J. Perry, T. Roatsch, J. Spitale, S. Squyres, P. Thomas, M. Tiscareno, E. Turtle, A. R. Vasavada, J. Veverka, R. Wagner, and R. West. Cassini Imaging Science: Initial Results on Saturn’s Rings and Small Satellites. *Science*, 307:1226–1236, February 2005. doi: 10.1126/science.1108056.
- [134] C. C. Porco, P. Helfenstein, P. C. Thomas, A. P. Ingersoll, J. Wisdom, R. West, G. Neukum, T. Denk, R. Wagner, T. Roatsch, S. Kieffer, E. Turtle, A. McEwen, T. V. Johnson, J. Rathbun, J. Veverka, D. Wilson, J. Perry, J. Spitale, A. Brahic, J. A. Burns, A. D. Del Genio, L. Dones, C. D. Murray, and S. Squyres. Cassini Observes the Active South Pole of Enceladus. *Science*, 311:1393–1401, March 2006. doi: 10.1126/science.1123013.
- [135] F. Poulet, J. N. Cuzzi, D. P. Cruikshank, T. Roush, and C. M. Dalle Ore. Comparison between the Shkuratov and Hapke Scattering Theories for Solid Planetary Surfaces: Application to the Surface Composition of Two Centaurs. *Icarus*, 160:313–324, December 2002. doi: 10.1006/icar.2002.6970.
- [136] F. Poulet, D. P. Cruikshank, J. N. Cuzzi, T. L. Roush, and R. G. French. Compositions of Saturn’s rings A, B, and C from high resolution near-infrared spectroscopic observations. *Astronomy and Astrophysics*, 412:305–316, December 2003. doi: 10.1051/0004-6361:20031123.
- [137] T. Preibisch, V. Ossenkopf, H. W. Yorke, and T. Henning. The influence of ice-coated grains on protostellar spectra. *Astronomy and Astrophysics*, 279:577–588, November 1993.
- [138] W. L. Quaide and V. R. Oberbeck. Thickness Determinations of the Lunar Surface Layer from Lunar Impact Craters. *Journal of Geophysics Research*, 73:5247, August 1968. doi: 10.1029/JB073i016p05247.
- [139] N. Rambaux, J. C. Castillo-Rogez, J. G. Williams, and Ö. Karatekin. Librational response of Enceladus. *Geophysics Research Letters*, 37:L04202, February 2010. doi: 10.1029/2009GL041465.
- [140] T. Roatsch, M. Wählisch, B. Giese, A. Hoffmeister, K.-D. Matz, F. Scholten, A. Kuhn, R. Wagner, G. Neukum, P. Helfenstein, and C. Porco. High-resolution Enceladus atlas derived

- from Cassini-ISS images. *Planetary and Space Science*, 56:109–116, January 2008. doi: 10.1016/j.pss.2007.03.014.
- [141] G. Robuchon, F. Nimmo, J. Roberts, and M. Kirchoff. Impact basin relaxation at Iapetus. *Icarus*, 214:82–90, July 2011. doi: 10.1016/j.icarus.2011.05.011.
- [142] H. Salo. Simulations of dense planetary rings. III. Self-gravitating identical particles. *Icarus*, 117:287–312, October 1995. doi: 10.1006/icar.1995.1157.
- [143] H. Salo and R. Karjalainen. Photometric modeling of Saturn’s rings I. Monte Carlo method and the effect of nonzero volume filling factor. *Icarus*, 164:428–460, August 2003. doi: 10.1016/S0019-1035(03)00132-5.
- [144] H. Salo and J. Schmidt. N-body simulations of viscous instability of planetary rings. *Icarus*, 206:390–409, April 2010. doi: 10.1016/j.icarus.2009.07.038.
- [145] P. M. Schenk. Crater formation and modification on the icy satellites of Uranus and Saturn - Depth/diameter and central peak occurrence. *Journal of Geophysics Research*, 94:3813–3832, April 1989. doi: 10.1029/JB094iB04p03813.
- [146] P. M. Schenk. Thickness constraints on the icy shells of the galilean satellites from a comparison of crater shapes. *Nature*, 417:419–421, May 2002.
- [147] P. M. Schenk and W. B. McKinnon. One-hundred-km-scale basins on Enceladus: Evidence for an active ice shell. *Geophysics Research Letters*, 36:L16202, August 2009. doi: 10.1029/2009GL039916.
- [148] J. Schmidt, K. Ohtsuki, N. Rappaport, H. Salo, and F. Spahn. *Dynamics of Saturn’s Dense Rings*, page 413. 2009. doi: 10.1007/978-1-4020-9217-6_14.
- [149] G. Schubert, J. D. Anderson, B. J. Travis, and J. Palguta. Enceladus: Present internal structure and differentiation by early and long-term radiogenic heating. *Icarus*, 188:345–355, June 2007. doi: 10.1016/j.icarus.2006.12.012.
- [150] H. Seeliger. *Zur Theorie der Beleuchtung der grossen Planeten, insbesondere des Saturn*. 1887.
- [151] M. K. Shepard and P. Helfenstein. A test of the Hapke photometric model. *Journal of Geophysical Research (Planets)*, 112:E03001, March 2007. doi: 10.1029/2005JE002625.
- [152] Y. Shkuratov, L. Starukhina, H. Hoffmann, and G. Arnold. A Model of Spectral Albedo of Particulate Surfaces: Implications for Optical Properties of the Moon. *Icarus*, 137:235–246, February 1999. doi: 10.1006/icar.1998.6035.
- [153] Y. G. Shkuratov, D. G. Stankevich, D. V. Petrov, P. C. Pinet, A. M. Cord, Y. H. Daydou, and S. D. Chevrel. Interpreting photometry of regolith-like surfaces with different topographies: shadowing and multiple scattering. *Icarus*, 173:3–15, January 2005. doi: 10.1016/j.icarus.2003.12.017.

-
- [154] D. P. Simonelli, B. J. Buratti, M. D. Hicks, R. H. Brown, R. N. Clark, D. P. Cruikshank, R. Jaumann, T. B. McCord, and R. M. Nelson. The Roughness of Phoebe as Determined by Cassini VIMS. In *AAS/Division for Planetary Sciences Meeting Abstracts #36*, volume 36 of *Bulletin of the American Astronomical Society*, page 1070, November 2004.
- [155] K. Singer, M. T. Bland, W. B. McKinnon, and P. M. Schenk. In *AAS/Division for Planetary Sciences Meeting Abstracts*, October 2012.
- [156] B. A. Smith, L. A. Soderblom, T. V. Johnson, A. P. Ingersoll, S. A. Collins, E. M. Shoemaker, G. E. Hunt, H. Masursky, M. H. Carr, M. E. Davies, A. F. Cook, J. M. Boyce, T. Owen, G. E. Danielson, C. Sagan, R. F. Beebe, J. Veverka, J. F. McCauley, R. G. Strom, D. Morrison, G. A. Briggs, and V. E. Suomi. The Jupiter system through the eyes of Voyager 1. *Science*, 204:951–957, June 1979. doi: 10.1126/science.204.4396.951.
- [157] B. A. Smith, H. J. Reitsema, and S. M. Larson. 1980 S 2. *International Astronomical Union Circular*, 3456:3, February 1980.
- [158] B. A. Smith, L. Soderblom, R. M. Batson, P. M. Bridges, J. L. Inge, H. Masursky, E. Shoemaker, R. F. Beebe, J. Boyce, G. Briggs, A. Bunker, S. A. Collins, C. Hansen, T. V. Johnson, J. L. Mitchell, R. J. Terrile, A. F. Cook, J. N. Cuzzi, J. B. Pollack, G. E. Danielson, A. P. Ingersoll, M. E. Davies, G. E. Hunt, D. Morrison, T. Owen, C. Sagan, J. Veverka, R. Strom, and V. E. Suomi. A new look at the Saturn system - The Voyager 2 images. *Science*, 215:504–537, January 1982. doi: 10.1126/science.215.4532.504.
- [159] E. I. Smith and A. G. Sanchez. Fresh lunar craters: Morphology as a function of diameter, a possible criterion for crater origin. *Modern Geology*, 4:51–59, 1973.
- [160] J. Spencer and D. Grinspoon. Planetary science: Inside Enceladus. *Nature*, 445:376–377, January 2007. doi: 10.1038/445376b.
- [161] J. R. Spencer, A. C. Barr, L. W. Esposito, P. Helfenstein, A. P. Ingersoll, R. Jaumann, C. P. McKay, F. Nimmo, and J. H. Waite. *Enceladus: An Active Cryovolcanic Satellite*, page 683. 2009. doi: 10.1007/978-1-4020-9217-6_21.
- [162] A. M. Stickle and P. H. Schultz. Investigating Pressure Magnitudes at Depth for Oblique Impacts into Layered Targets: Applications to Impacts into Sedimentary Targets. *Meteoritics and Planetary Science Supplement*, 74:5482, September 2011.
- [163] P. C. Thomas. Sizes, shapes, and derived properties of the saturnian satellites after the Cassini nominal mission. *Icarus*, 208:395–401, July 2010. doi: 10.1016/j.icarus.2010.01.025.
- [164] Webb Thomas, William. *Celestial Objects for Common Telescopes*. 1859.
- [165] G. Tobie, O. Čadež, and C. Sotin. Solid tidal friction above a liquid water reservoir as the origin of the south pole hotspot on Enceladus. *Icarus*, 196:642–652, August 2008. doi: 10.1016/j.icarus.2008.03.008.

-
- [166] E. P. Turtle and B. A. Ivanov. Numerical Simulations of Impact Crater Excavation and Collapse on Europa: Implications for Ice Thickness. In *Lunar and Planetary Institute Science Conference Abstracts*, volume 33 of *Lunar and Planetary Inst. Technical Report*, page 1431, March 2002.
- [167] E. P. Turtle and E. Pierazzo. Thickness of a European Ice Shell from Impact Crater Simulations. *Science*, 294:1326–1328, November 2001. doi: 10.1126/science.1062492.
- [168] J. A. van Allen, M. F. Thomsen, B. A. Randall, R. L. Rairden, and C. L. Grosskreutz. Saturn’s magnetosphere, rings, and inner satellites. *Science*, 207:415–421, January 1980. doi: 10.1126/science.207.4429.415.
- [169] H. C. van de Hulst. *Light Scattering by Small Particles*. 1957.
- [170] Albert Van Helden. Naming the satellites of jupiter and saturn. *The Newsletter of the Historical Astronomy Division of the American Astronomical Society*, 32, 1994.
- [171] A. J. Verbiscer and J. Veverka. A photometric study of Enceladus. *Icarus*, 110:155–164, July 1994. doi: 10.1006/icar.1994.1112.
- [172] A. J. Verbiscer, M. F. Skrutskie, and D. P. Hamilton. Saturn’s largest ring. *Nature*, 461: 1098–1100, October 2009. doi: 10.1038/nature08515.
- [173] J. Veverka and L. Wasserman. Effects of surface roughness on the photometric properties of Mars. *Icarus*, 16:281–290, April 1972. doi: 10.1016/0019-1035(72)90073-5.
- [174] R. L. Walker and G. P. Kuiper. Possible New Satellite of Saturn. *International Astronomical Union Circular*, 1991:2, January 1967.
- [175] K. M. Watson. Multiple Scattering of Electromagnetic Waves in an Underdense Plasma. *Journal of Mathematical Physics*, 10:688–702, April 1969. doi: 10.1063/1.1664895.
- [176] R. West, B. Knowles, E. Birath, S. Charnoz, D. di Nino, M. Hedman, P. Helfenstein, A. McEwen, J. Perry, C. Porco, J. Salmon, H. Throop, and D. Wilson. In-flight calibration of the Cassini imaging science sub-system cameras. *Planetary and Space Science*, 58:1475–1488, September 2010. doi: 10.1016/j.pss.2010.07.006.
- [177] G. W. Wetherill. Late heavy bombardment of the moon and terrestrial planets. In *Lunar and Planetary Science Conference Proceedings*, volume 6 of *Lunar and Planetary Science Conference Proceedings*, pages 1539–1561, 1975.
- [178] H. A. Zebker, B. Stiles, S. Hensley, R. Lorenz, R. L. Kirk, and J. Lunine. Size and Shape of Saturn’s Moon Titan. *Science*, 324:921–, May 2009. doi: 10.1126/science.1168905.
- [179] S. Zhong, A. Paulson, and J. Wahr. Three-dimensional finite-element modelling of Earth’s viscoelastic deformation: effects of lateral variations in lithospheric thickness. *Geophysical Journal International*, 155:679–695, November 2003. doi: 10.1046/j.1365-246X.2003.02084.x.

Annexe A

Détail des équations de la théorie de Mie

Dans le cadre de la théorie de Mie, les sections efficaces d'extinction et de diffusion, dans le cas d'un milieu non-magnétique sont données par les formules suivantes:

$$\sigma_E = \frac{\lambda^2}{2\pi} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) \Re(a_n + b_n) \quad (\text{A.1a})$$

$$\sigma_S = \frac{\lambda^2}{2\pi} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) (|a_n|^2 + |b_n|^2) \quad (\text{A.1b})$$

avec

$$a_n = \frac{n_{opt} \psi_n(n_{opt} X) \psi'_n(X) - \psi'_n(n_{opt} X) \psi_n(X)}{n_{opt} \psi_n(n_{opt} X) \xi'_n(X) - \psi'_n(n_{opt} X) \xi_n(X)} \quad (\text{A.2a})$$

$$b_n = \frac{\psi_n(n_{opt} X) \psi'_n(X) - n_{opt} \psi'_n(n_{opt} X) \psi_n(X)}{\psi_n(n_{opt} X) \xi'_n(X) - n_{opt} \psi'_n(n_{opt} X) \xi_n(X)} \quad (\text{A.2b})$$

où $\psi_n(x) = x j_n(x)$, $\xi_n(X) = x h_n(x)$ avec $j_n(x)$ fonction de Bessel sphérique de première espèce et $h_n(x)$ fonction sphérique de Hankel de deuxième espèce.

De même, l'indicatrice de diffusion $P(\alpha)$ a pour expression:

$$P(\alpha) = \frac{\lambda^2}{8\pi^2 \sigma_S} \times (|S_1(\alpha)|^2 + |S_2(\alpha)|^2) \quad (\text{A.3})$$

où σ_S est l'efficacité de diffusion présentée dans la sous-section 2.4.1 et $S_1(\alpha)$, $S_2(\alpha)$ dont définis par:

$$S_1(\alpha) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+1)}{n(n+1)} [a_n \pi_n(\cos(\alpha)) + b_n \tau_n(\cos(\alpha))] \quad (\text{A.4a})$$

$$S_2(\alpha) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+1)}{n(n+1)} [a_n \tau_n(\cos(\alpha)) + b_n \pi_n(\cos(\alpha))] \quad (\text{A.4b})$$

avec

$$\pi_n(\cos(\alpha)) = \frac{P_n^1(\cos(\alpha))}{\sin(\alpha)} \quad (\text{A.5a}) \quad \tau_n(\cos(\alpha)) = \frac{d}{d\alpha} P_n^1(\cos(\alpha)) \quad (\text{A.5b}) \quad \text{où}$$

$P_n^1(\cos(\alpha))$ correspond au polynôme de Legendre de degré n et d'ordre 1.

Annexe B

Formulation analytique du modèle de rugosité due à un cratère

Pour toute facette de coordonnées (x, y, z) caractérisée par des angles i' , e' et α' , les formules pour calculer ces angles, connaissant i , e et α sont:

$$\mu'_0 = \cos(i') = \frac{\cos(i) - 2 \sin(i) \times (X \cos(Az) + Y \sin(Az))}{C} \quad (\text{B.1a})$$

$$\mu' = \cos(e') = \frac{\cos(e) - 2X \sin(e)}{C} \quad (\text{B.1b})$$

où

$$C = \sqrt{1 + 4(X^2 + Y^2)} \quad (\text{B.1c}) \quad X = \frac{h}{R^2}x \quad (\text{B.1d}) \quad Y = \frac{h}{R^2}y \quad (\text{B.1e})$$

$$\cos(Az) = \frac{\cos \alpha - \cos(i) \cos(e)}{\sin(e) \sin(i)} \quad (\text{B.1f})$$

Les formules permettant de calculer si une facette est illuminée et/ou observée sont respectivement:

$$\left(x - \frac{R^2 \cos(Az)}{h \tan(i)}\right)^2 + \left(y - \frac{R^2 \sin(Az)}{h \tan(i)}\right)^2 \geq R^2 \quad (\text{B.2a})$$

$$\left(x - \frac{R^2}{h \tan(e)}\right)^2 + y^2 \geq R^2 \quad (\text{B.2b})$$

Annexe C

Ajustements des zones d'intérêt des anneaux

C.1 Zone Vide₁, 84200km

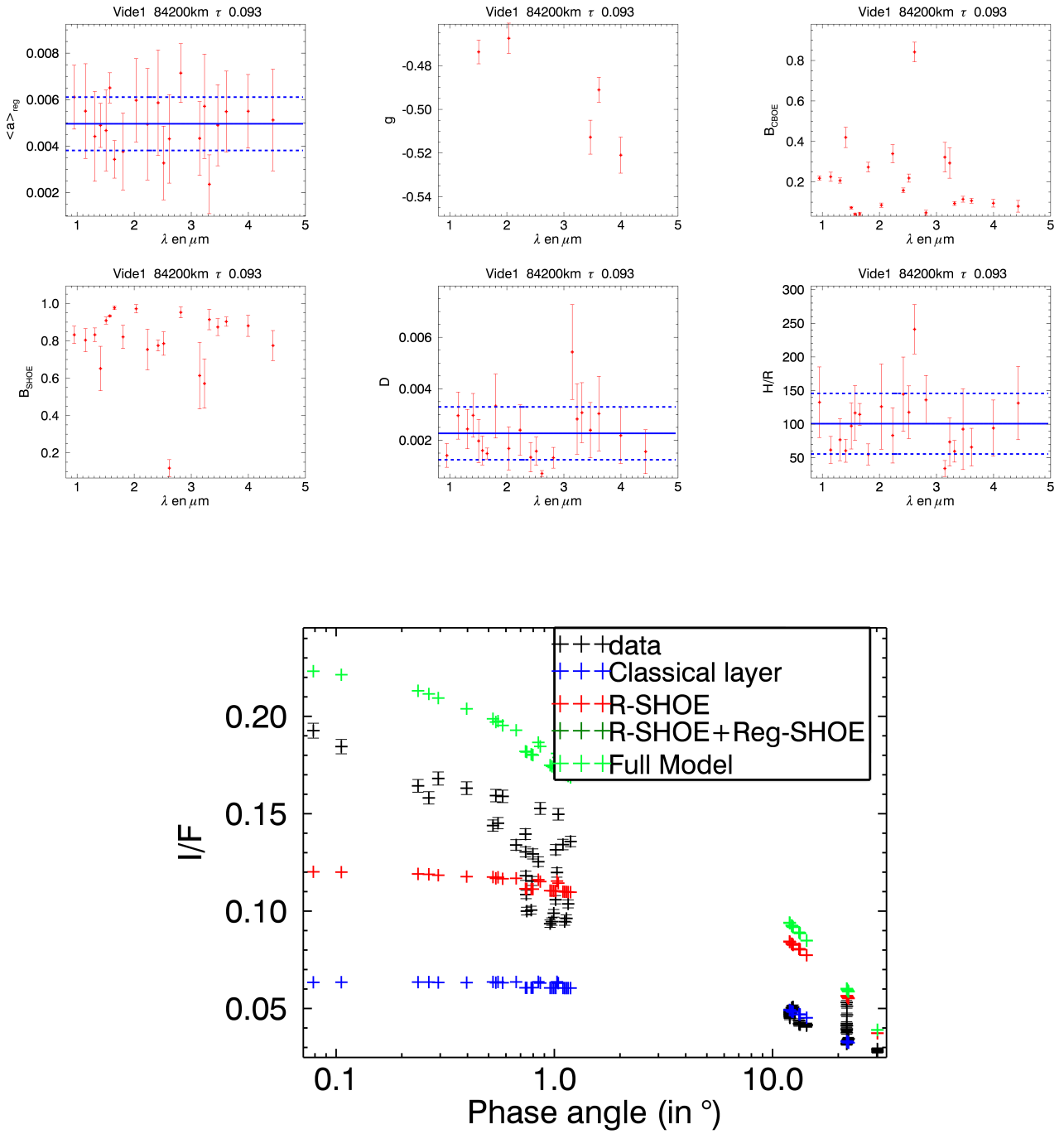


FIGURE C.1 – Meilleur ajustement à $1.573\mu\text{m}$

C.2 Zone P5, 84830km

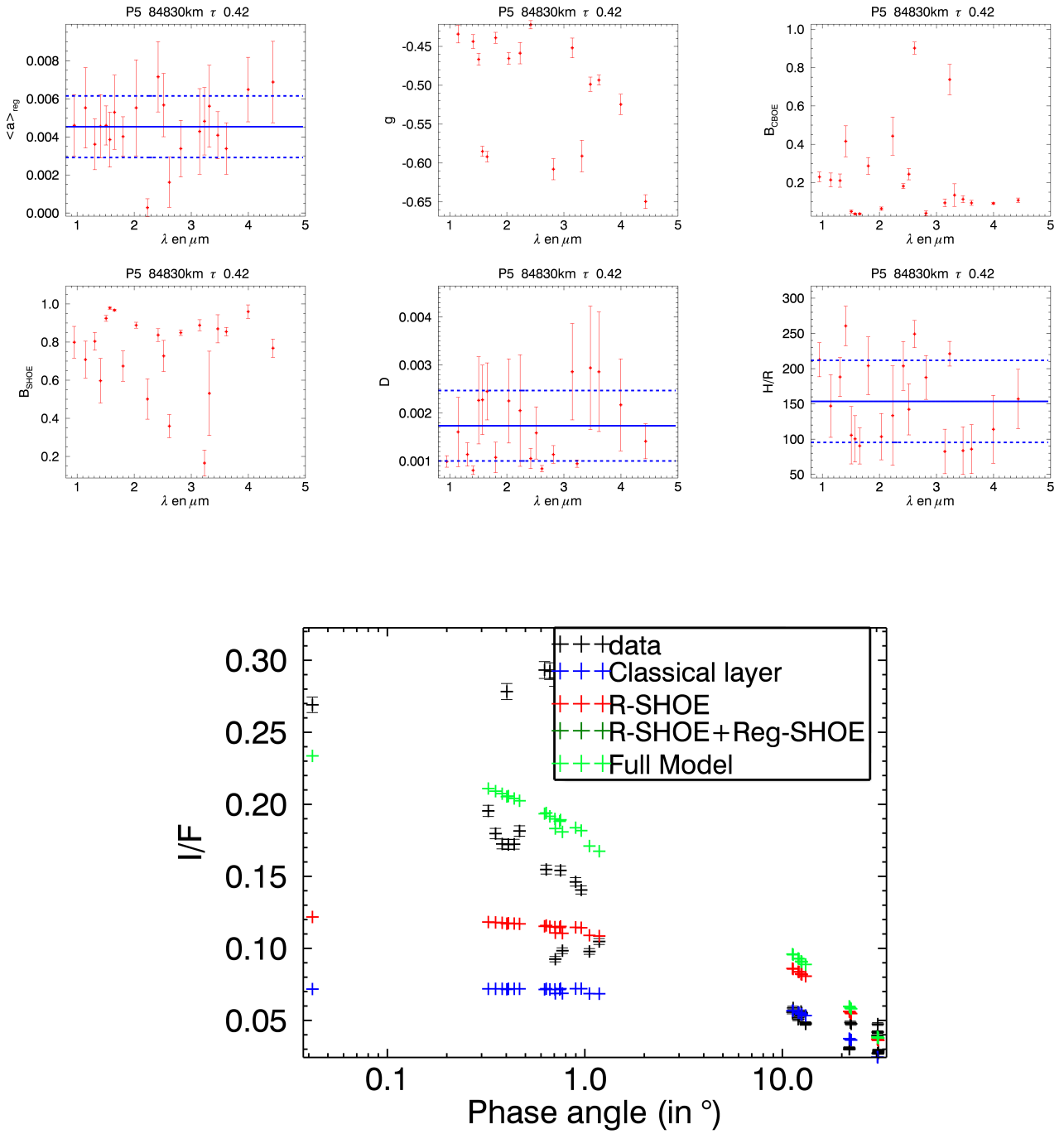


FIGURE C.2 – Meilleur ajustement à 1.573 μm

C.3 Zone P7, 86455km

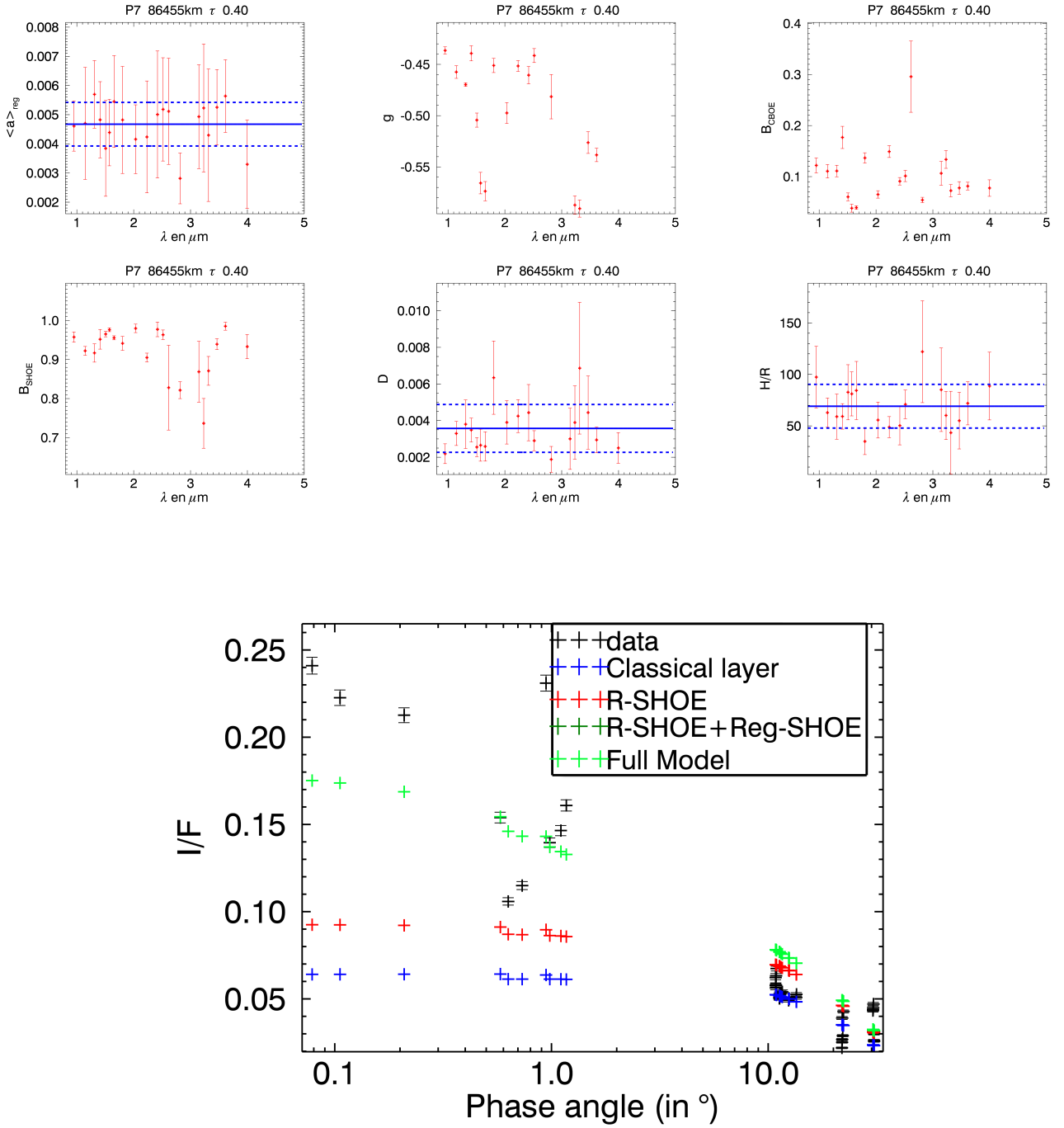


FIGURE C.3 – Meilleur ajustement à $1.573\mu\text{m}$

C.4 Zone P8, 88475km

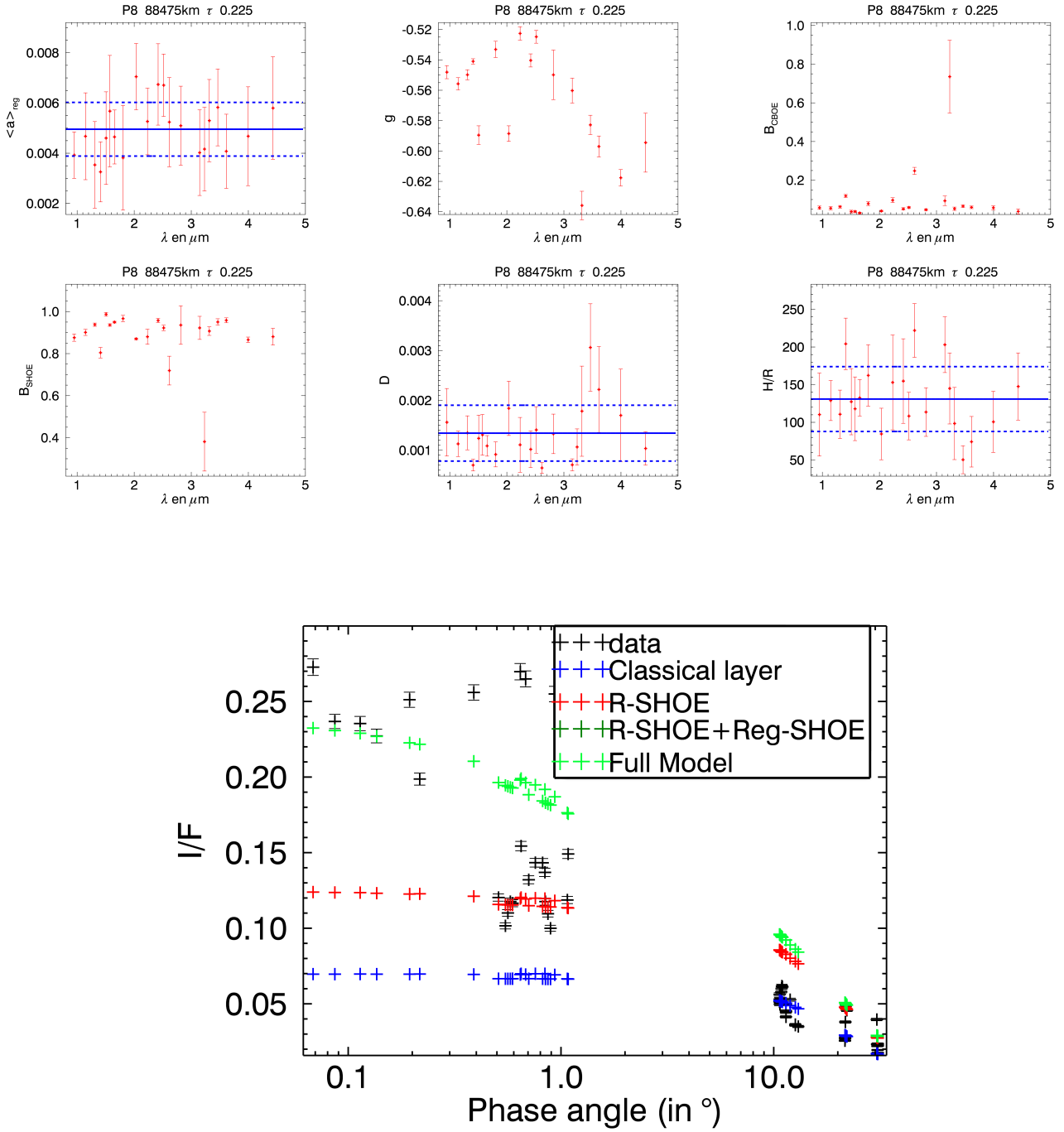


FIGURE C.4 – Meilleur ajustement à $1.573 \mu\text{m}$

C.5 Zone P10, 89855km

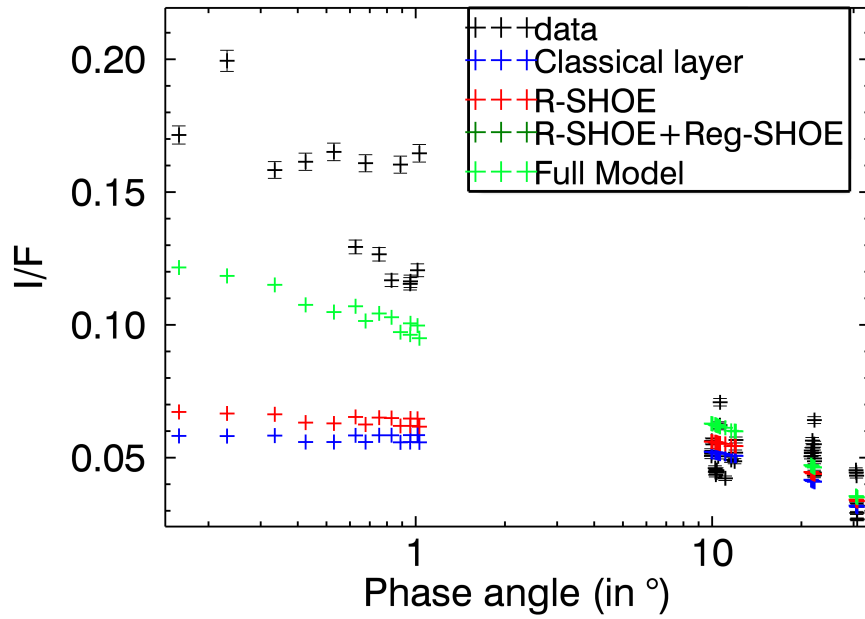
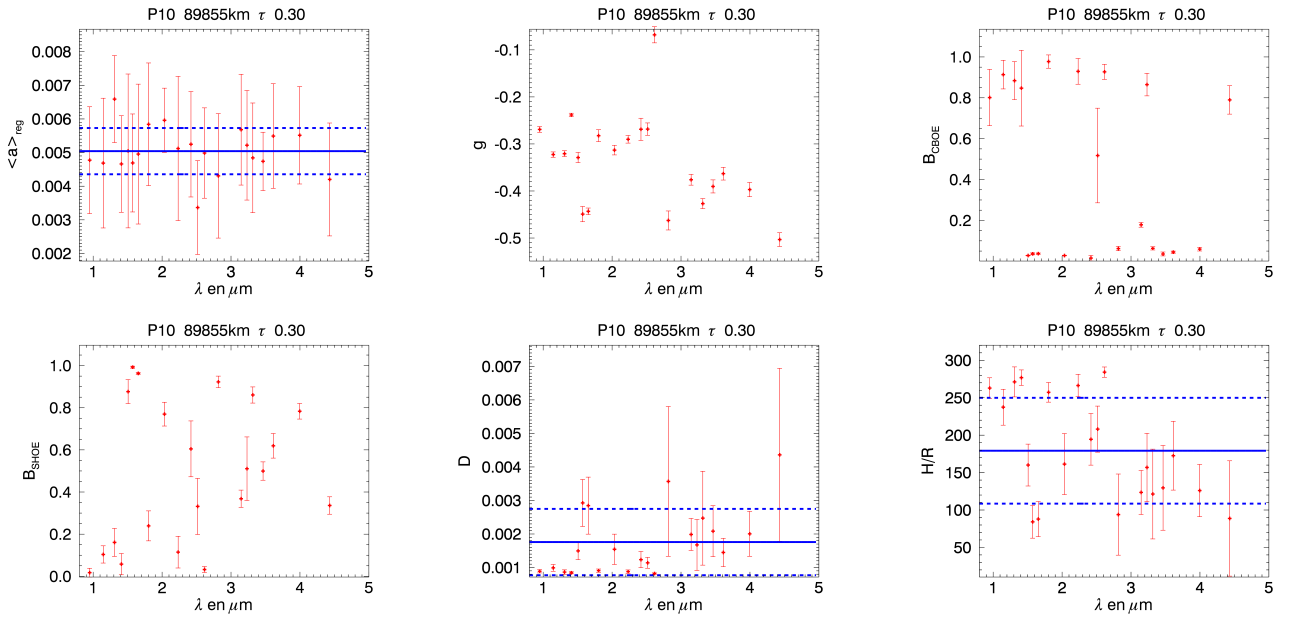


FIGURE C.5 – Meilleur ajustement à $1.573\mu\text{m}$

C.6 Zone P11, 90500km

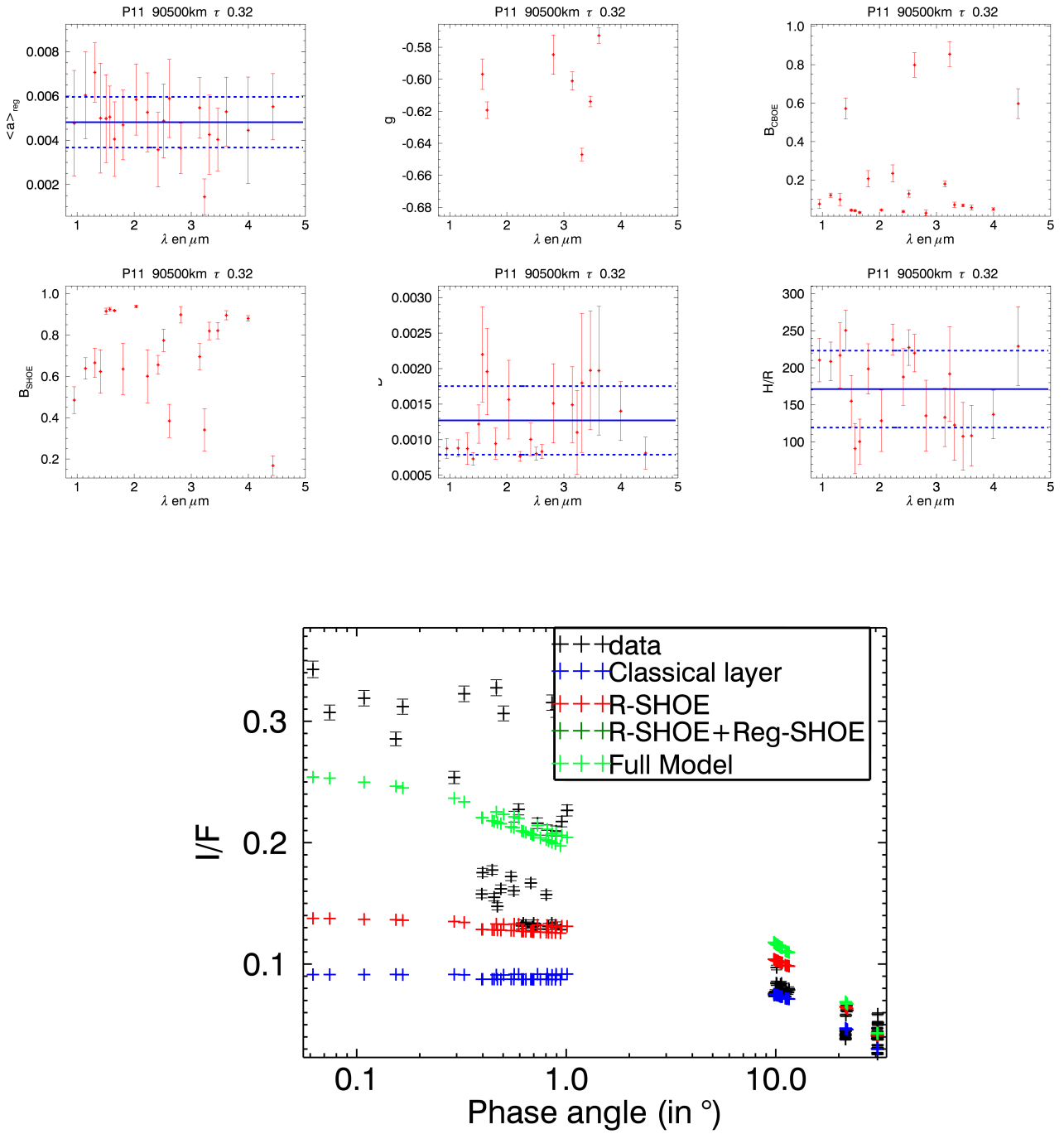


FIGURE C.6 – Meilleur ajustement à 1.573 μm

C.7 Zone C Ramp, 91600km

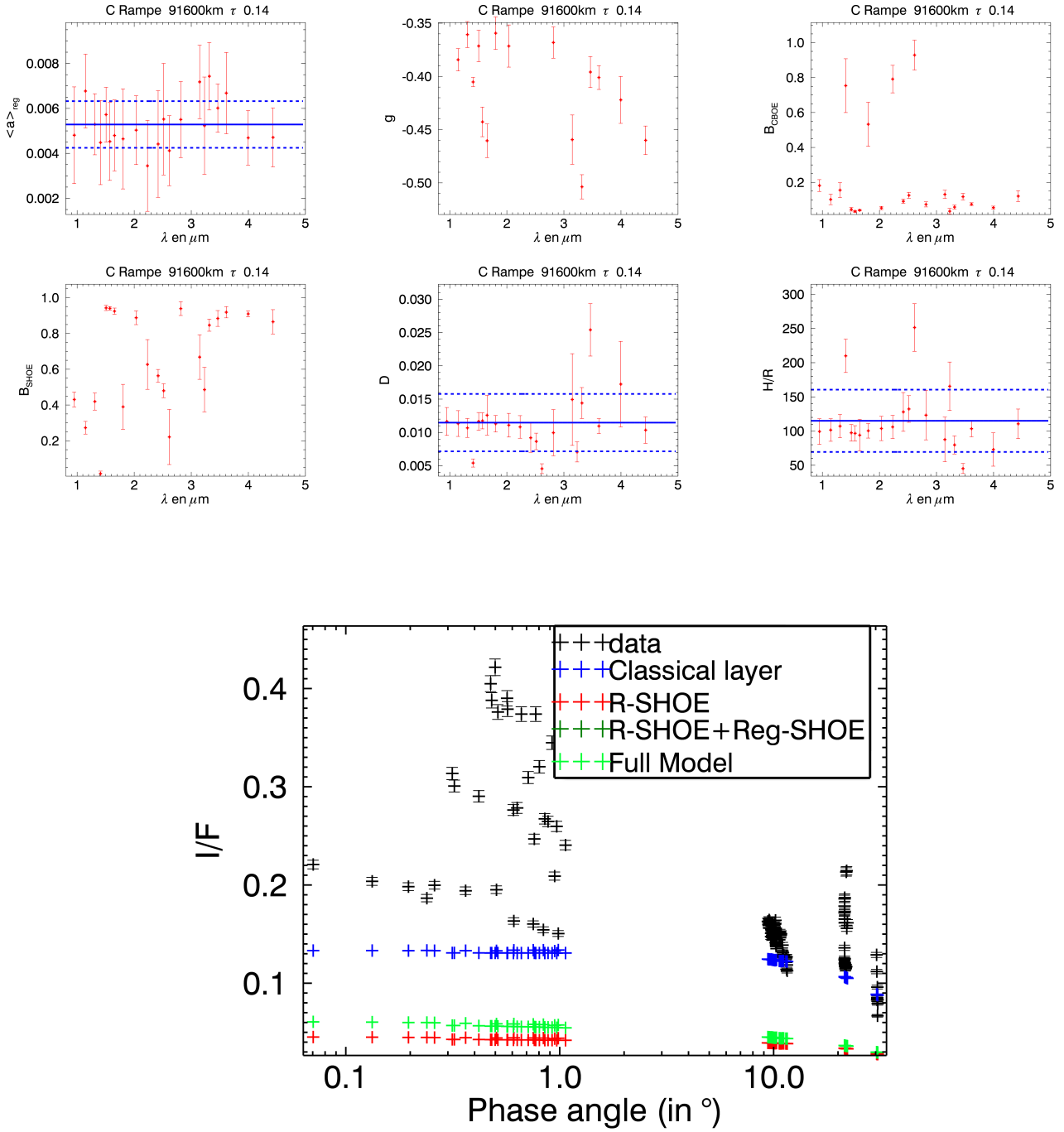


FIGURE C.7 – Meilleur ajustement à 1.310 μm

C.8 Zone Flat Spot, 94900km

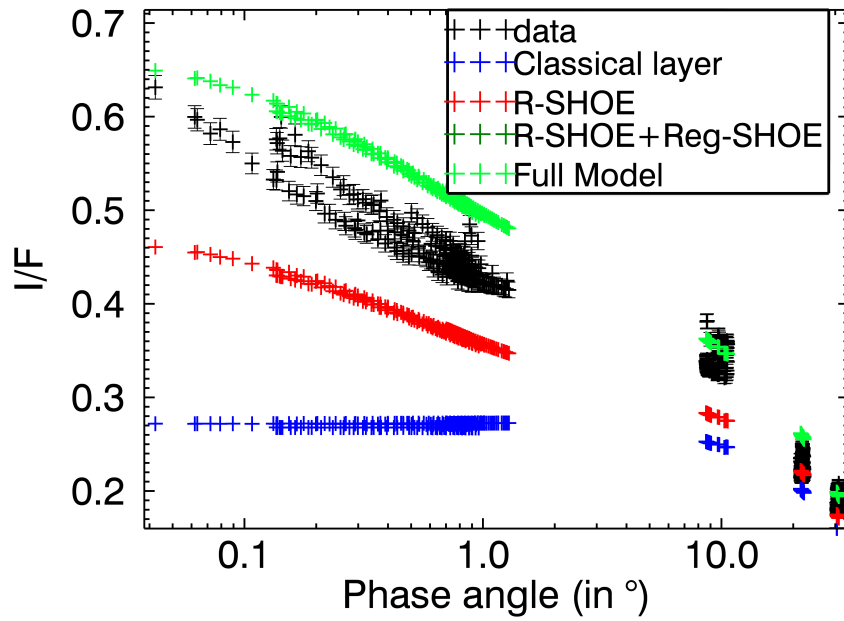
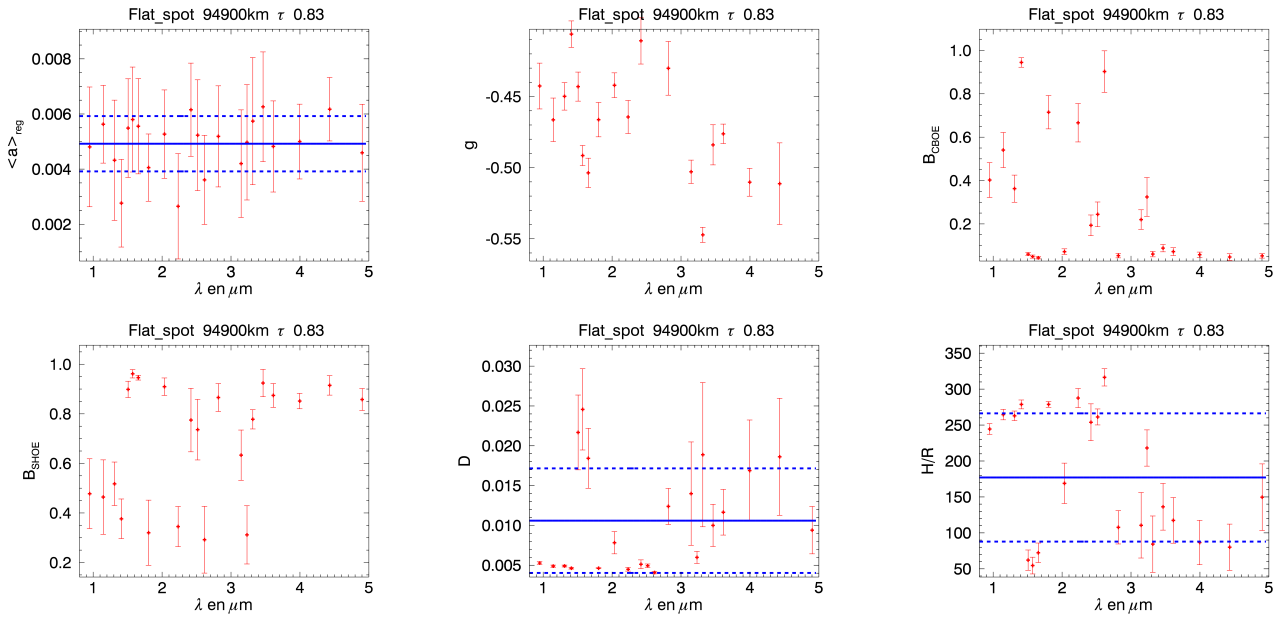


FIGURE C.8 – Meilleur ajustement à $1.310\mu\text{m}$

C.9 Zone $B_{2,100200\text{km}}$

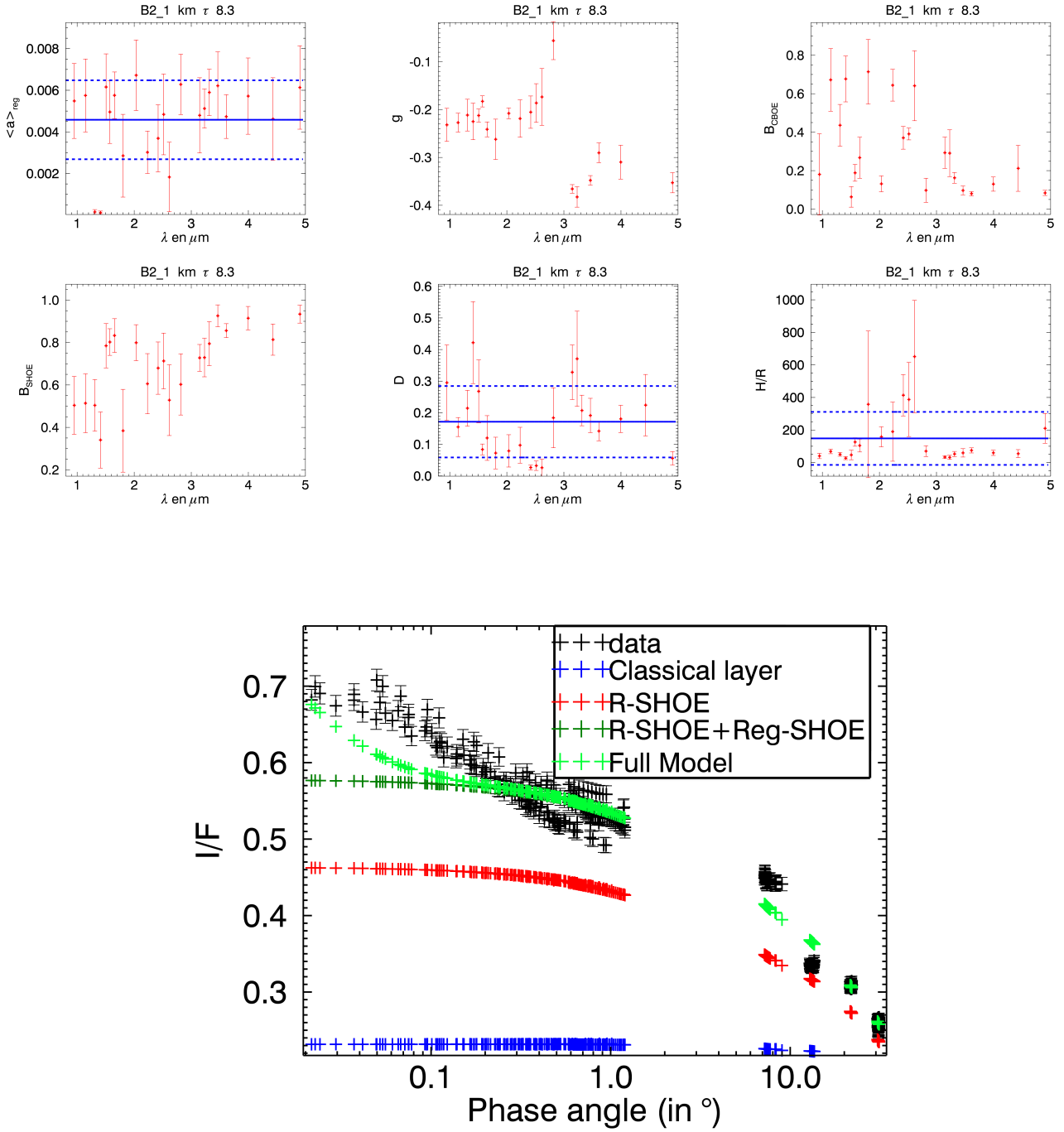


FIGURE C.9 – Meilleur ajustement à $1.310\mu\text{m}$

C.10 Zone $B2_{faible}$, 101600km

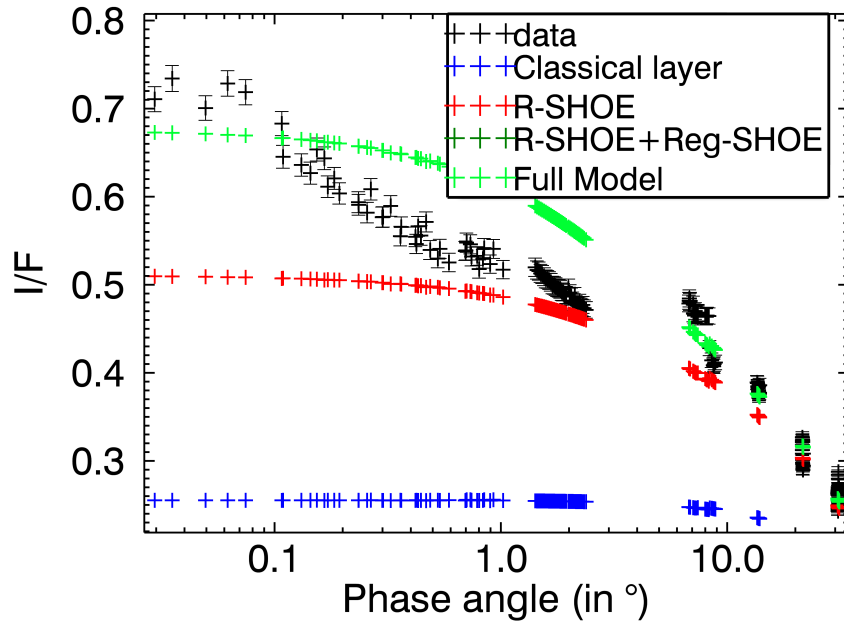
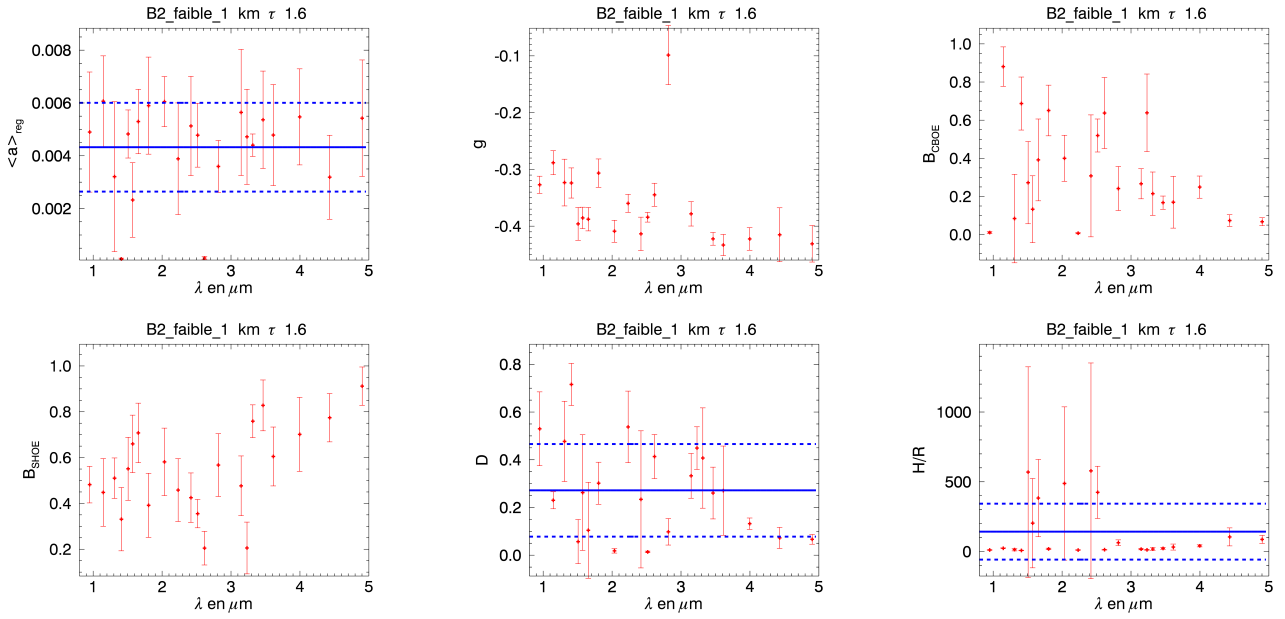


FIGURE C.10 – Meilleur ajustement à $1.310\mu\text{m}$

C.11 Zone B_2 , 101820km

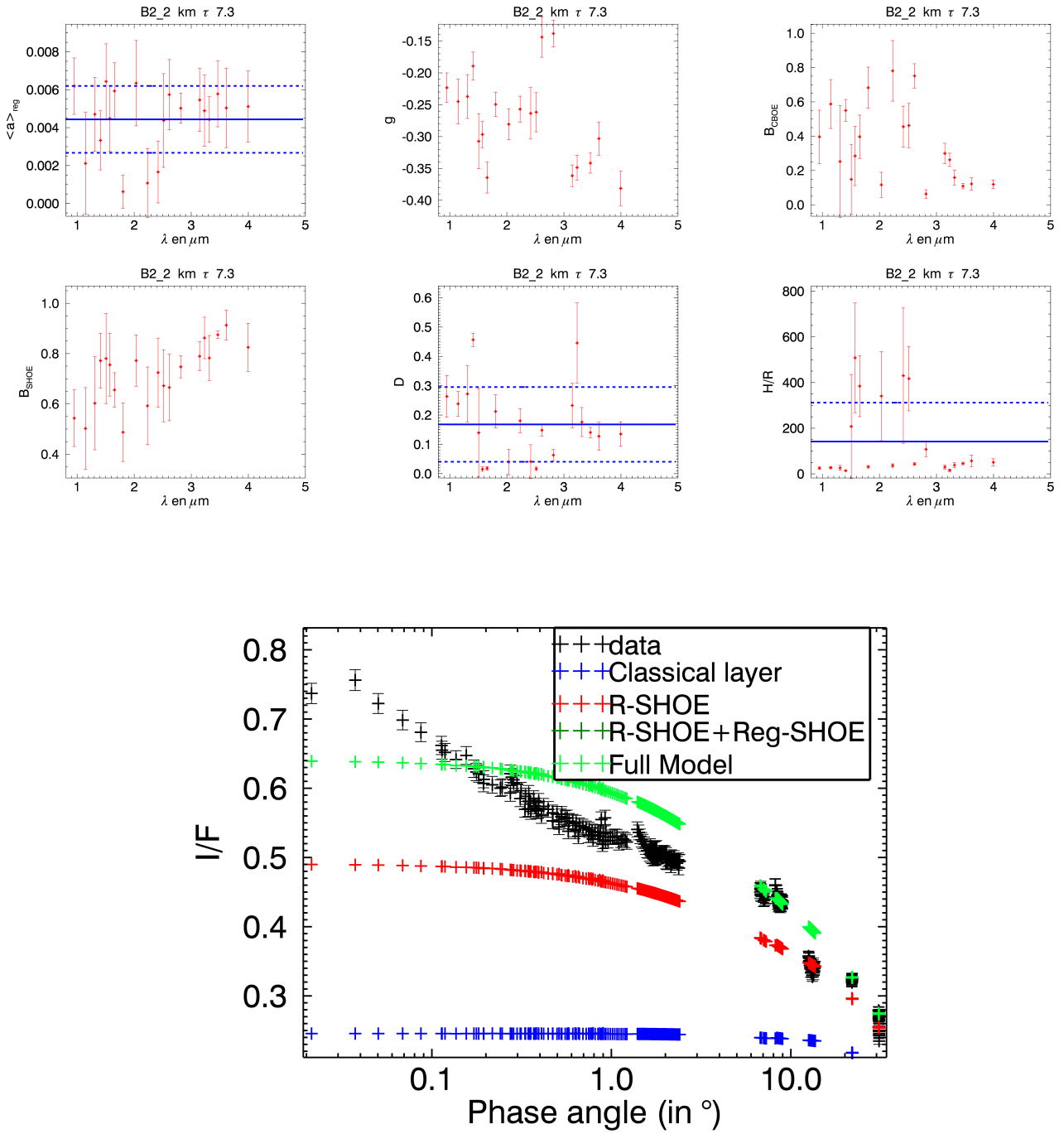


FIGURE C.11 – Meilleur ajustement à $1.310\mu\text{m}$

C.12 Zone B_{23} , 102937km

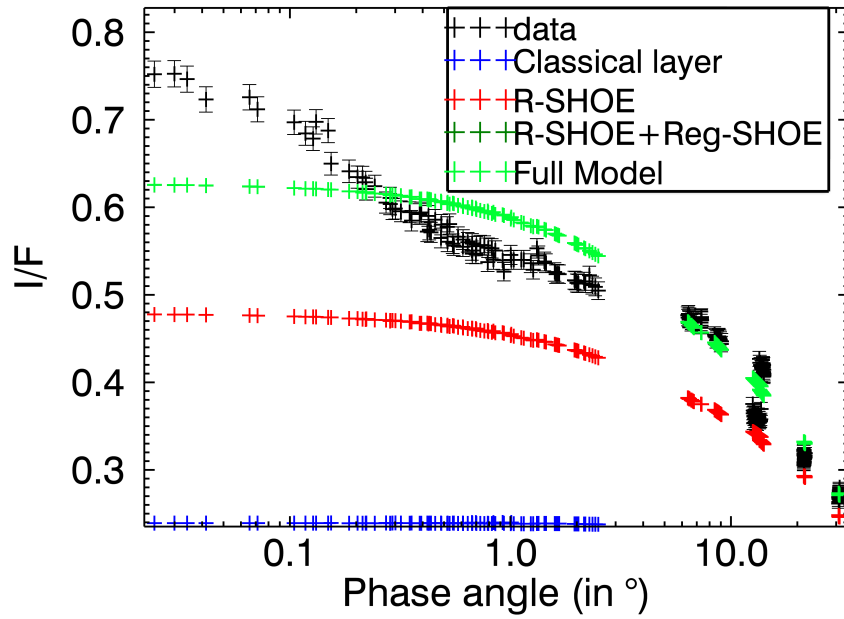
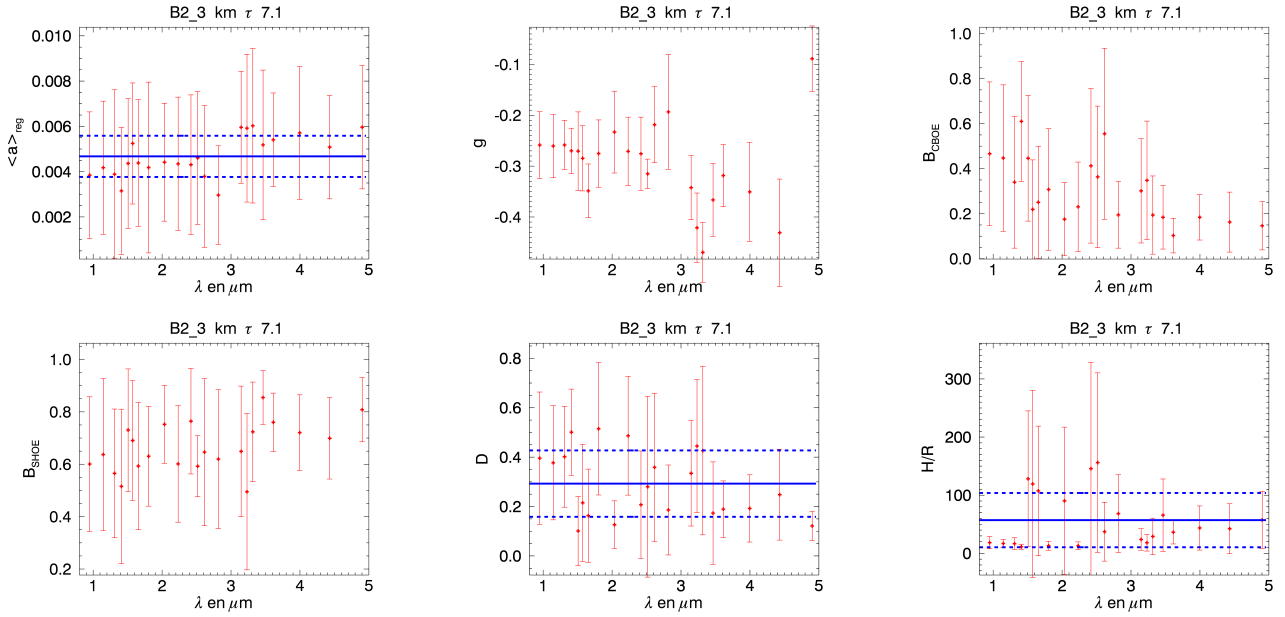


FIGURE C.12 – Meilleur ajustement à $1.310\mu\text{m}$

C.13 Zone $B2_{faible_2}$, 104035km

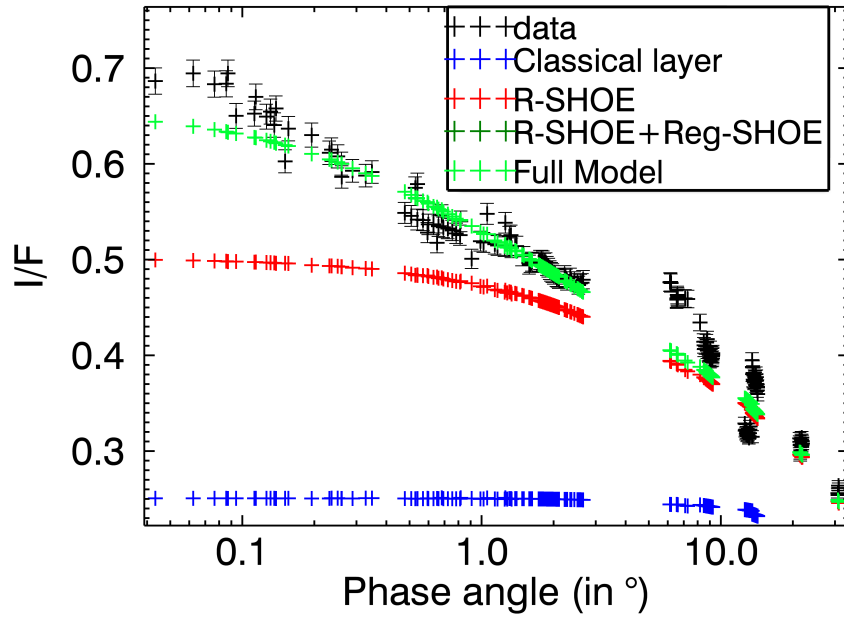
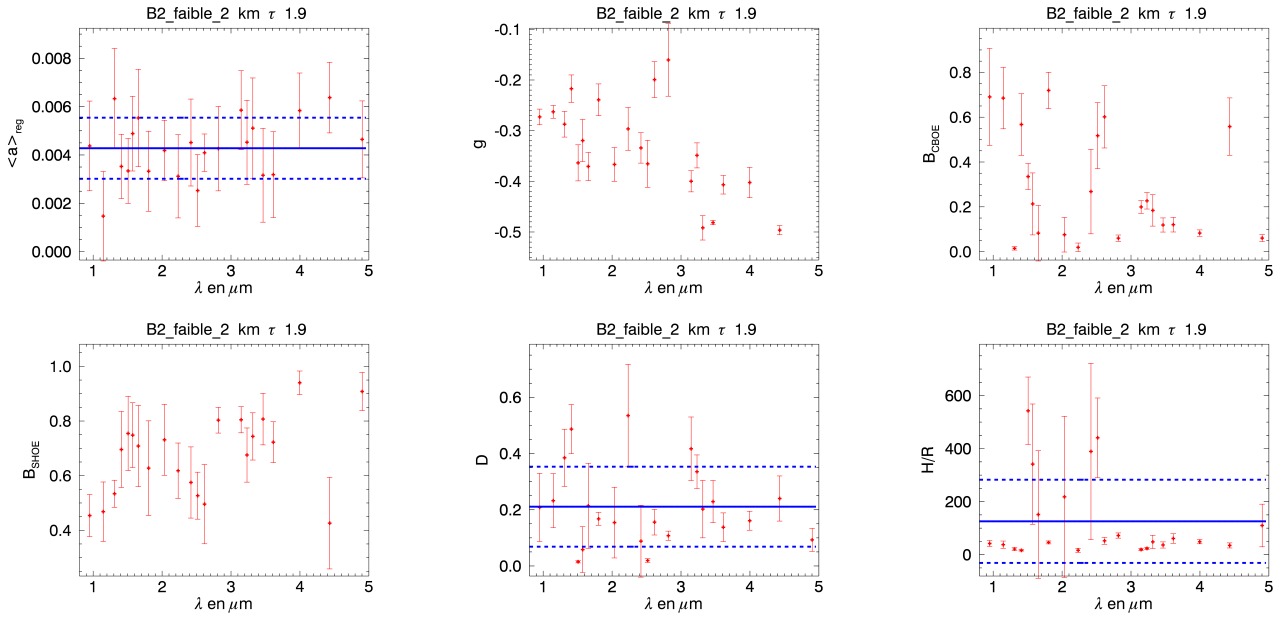


FIGURE C.13 – Meilleur ajustement à $1.310\mu\text{m}$

C.14 Zone B_{3_1} , 104575km

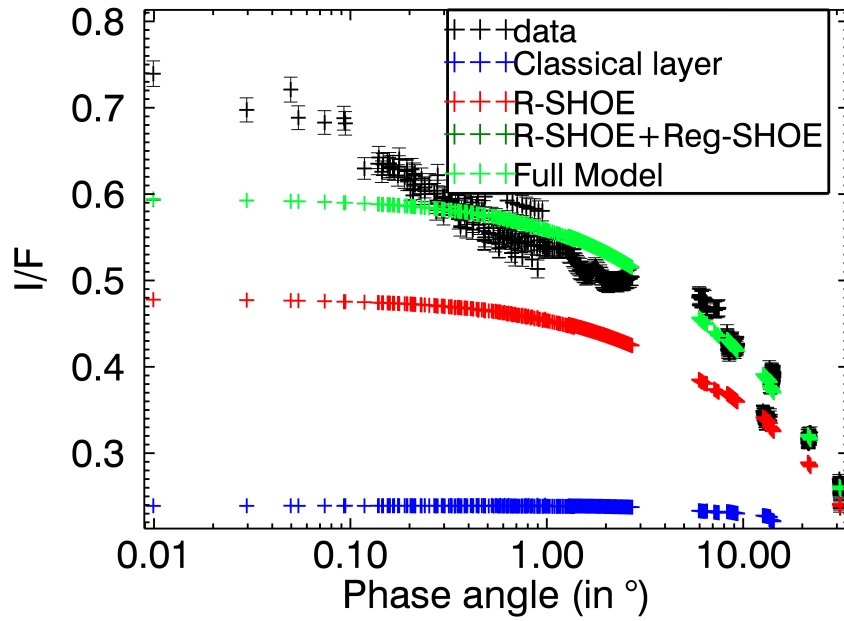
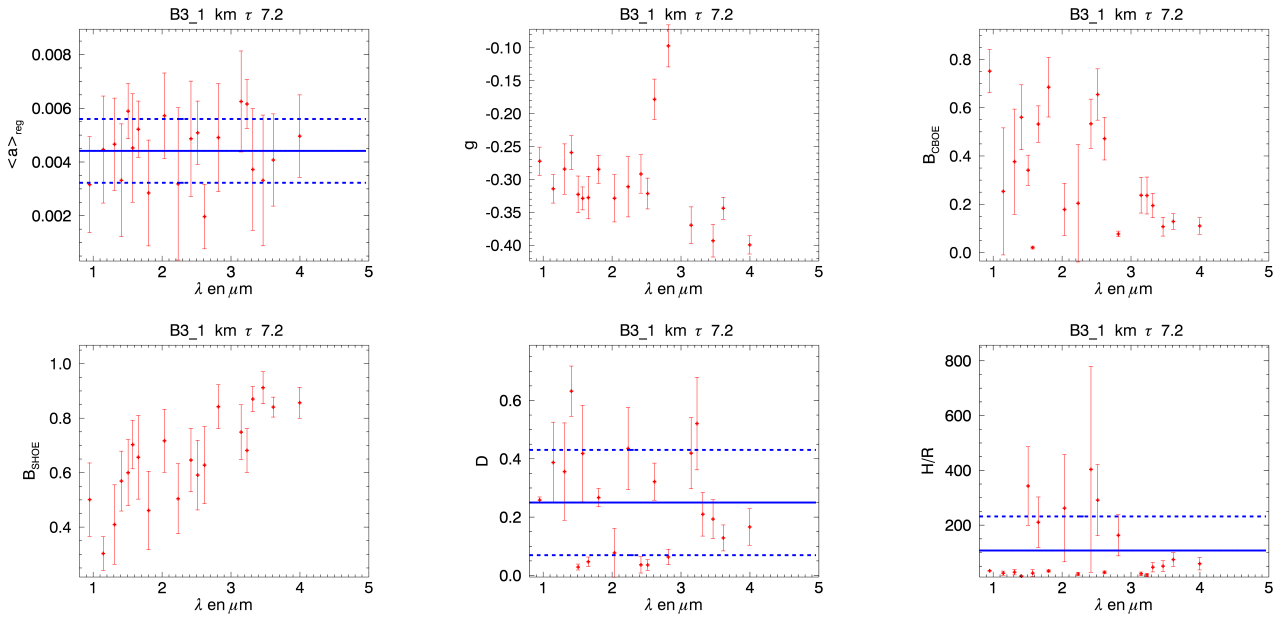


FIGURE C.14 – Meilleur ajustement à $1.310\mu\text{m}$

C.15 Zone B_{3_2} , 104850km

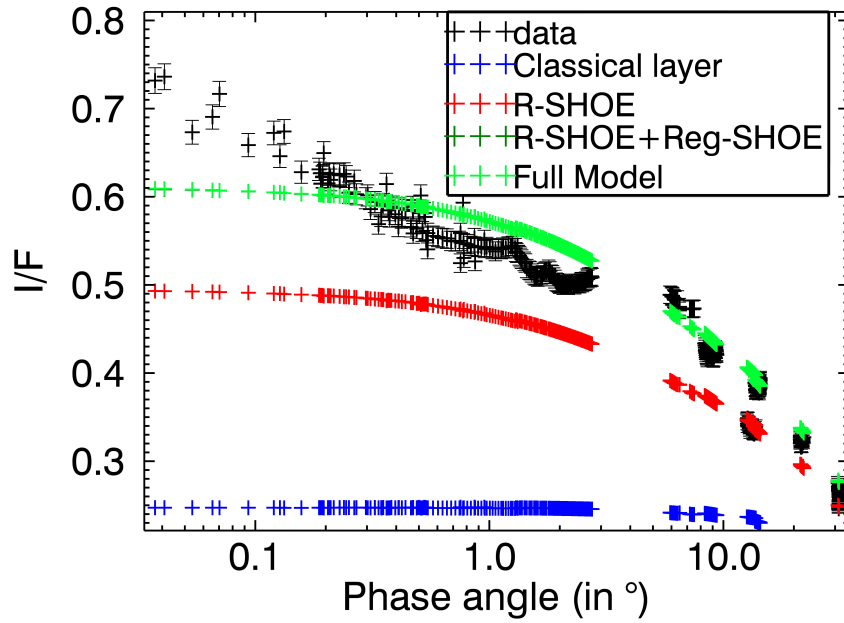
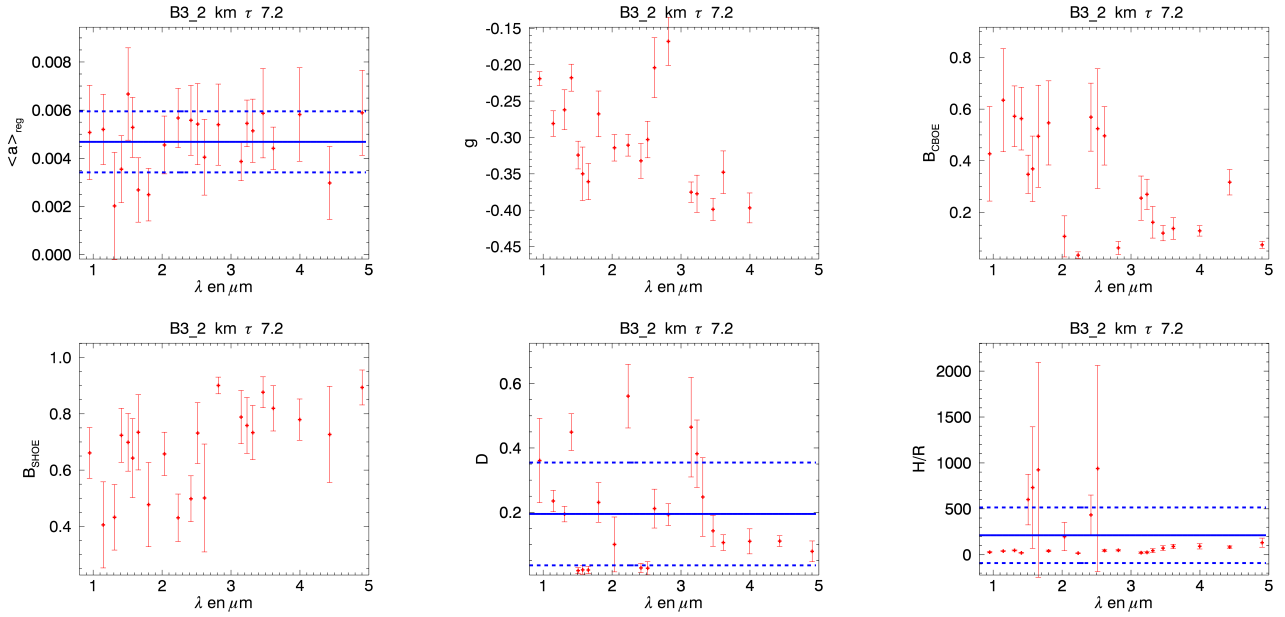


FIGURE C.15 – Meilleur ajustement à $1.310\mu\text{m}$

C.16 Zone B_3 , 105290km

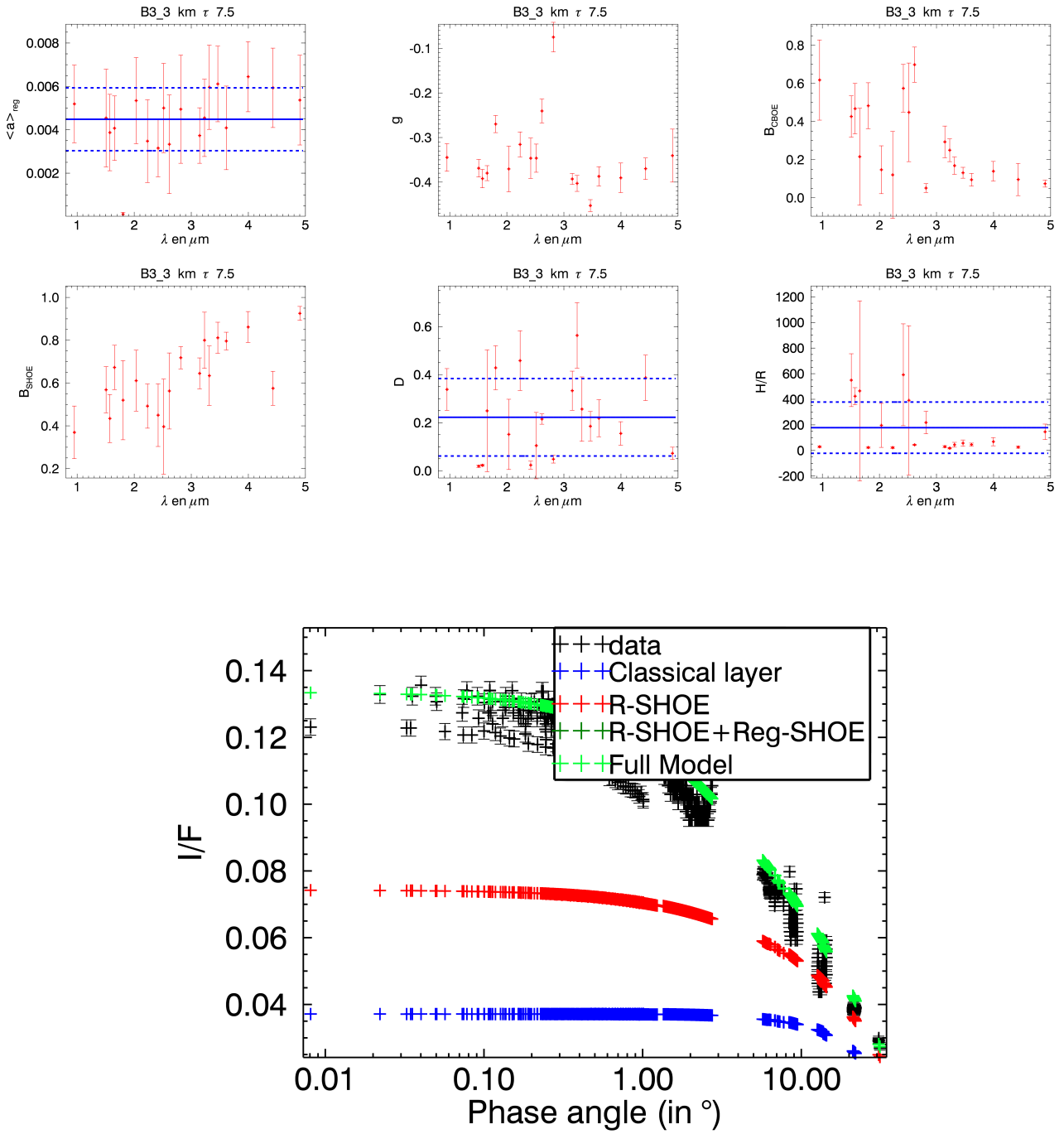


FIGURE C.16 – Meilleur ajustement à $3.464\mu\text{m}$

C.17 Zone B_{3_4} , 106975km

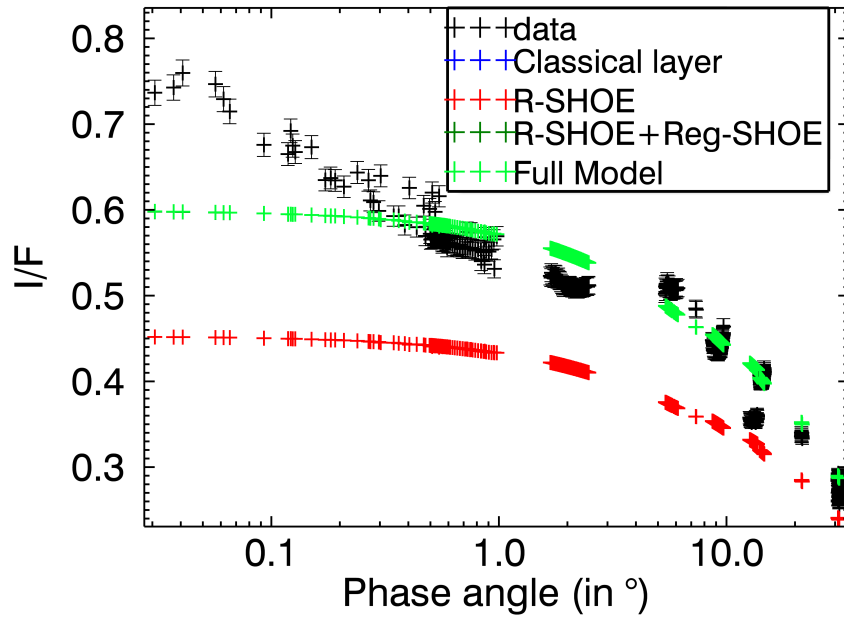
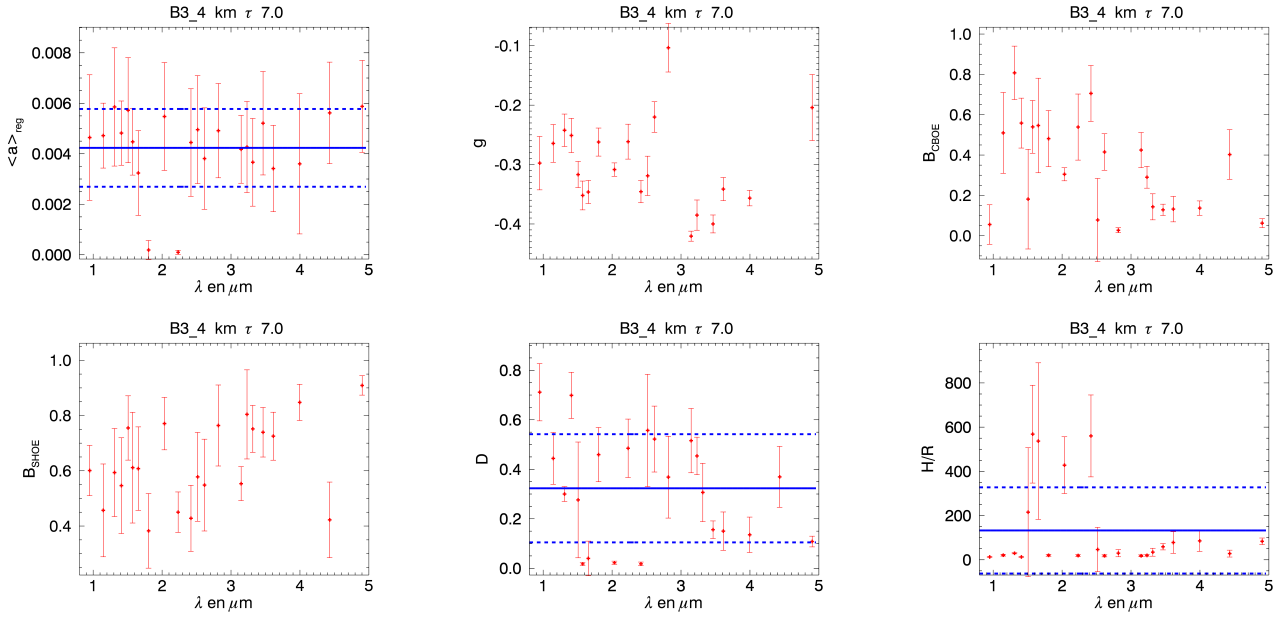


FIGURE C.17 – Meilleur ajustement à $1.310\mu\text{m}$

C.18 Zone $B3_{faible}$, 108120km

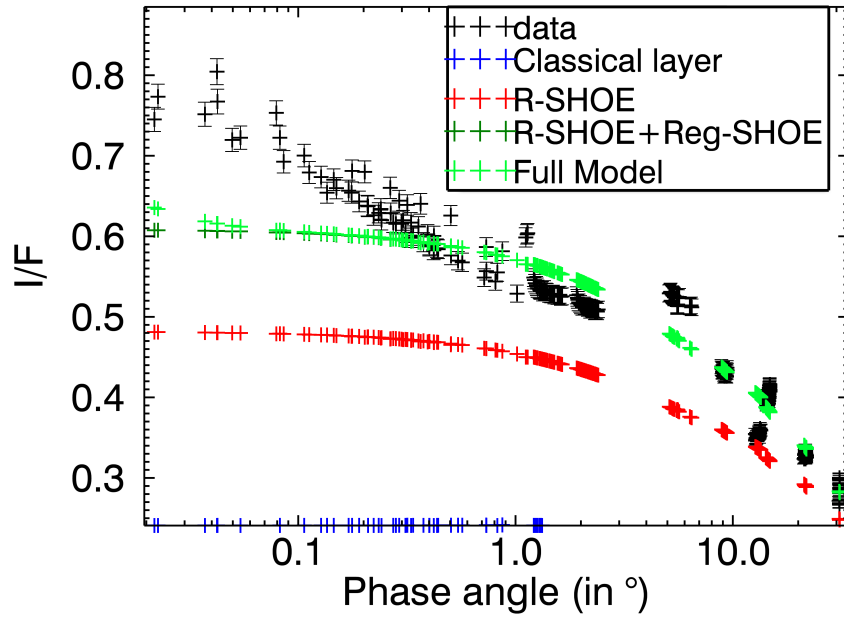
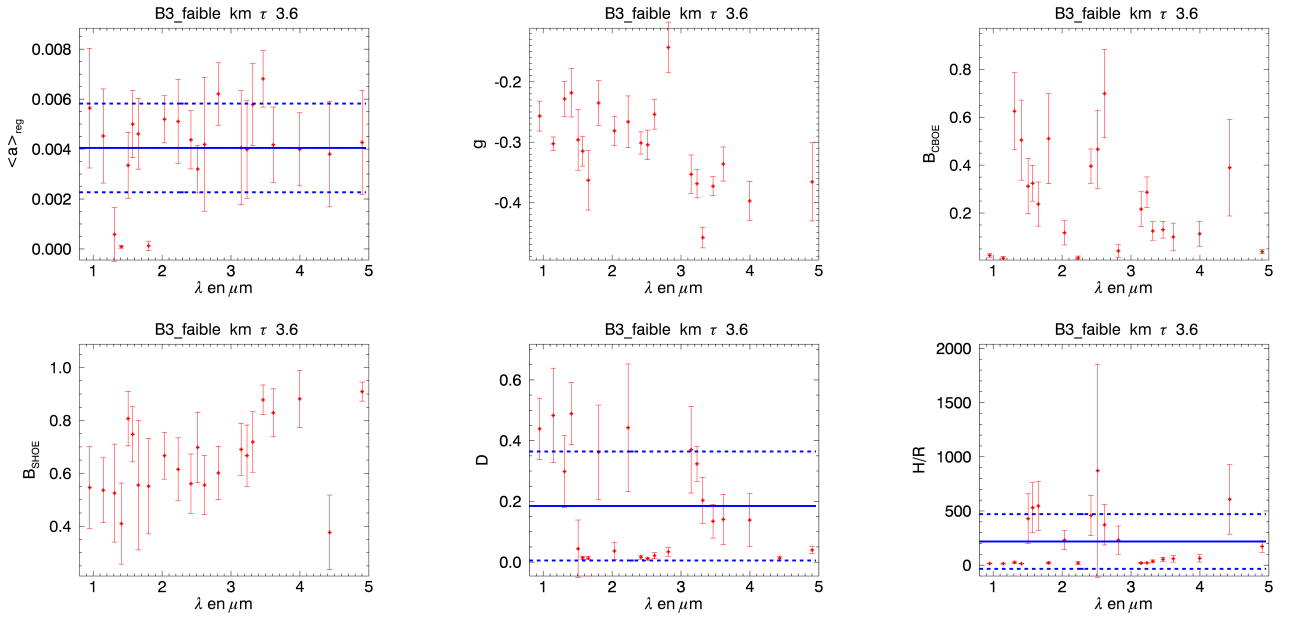


FIGURE C.18 – Meilleur ajustement à $1.310\mu\text{m}$

C.19 Zone B_4 , 113040km

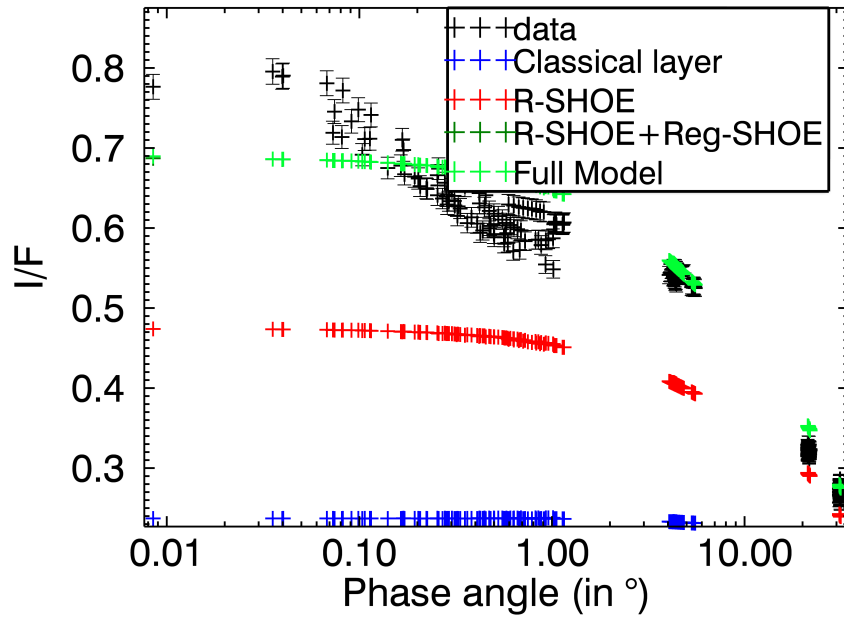
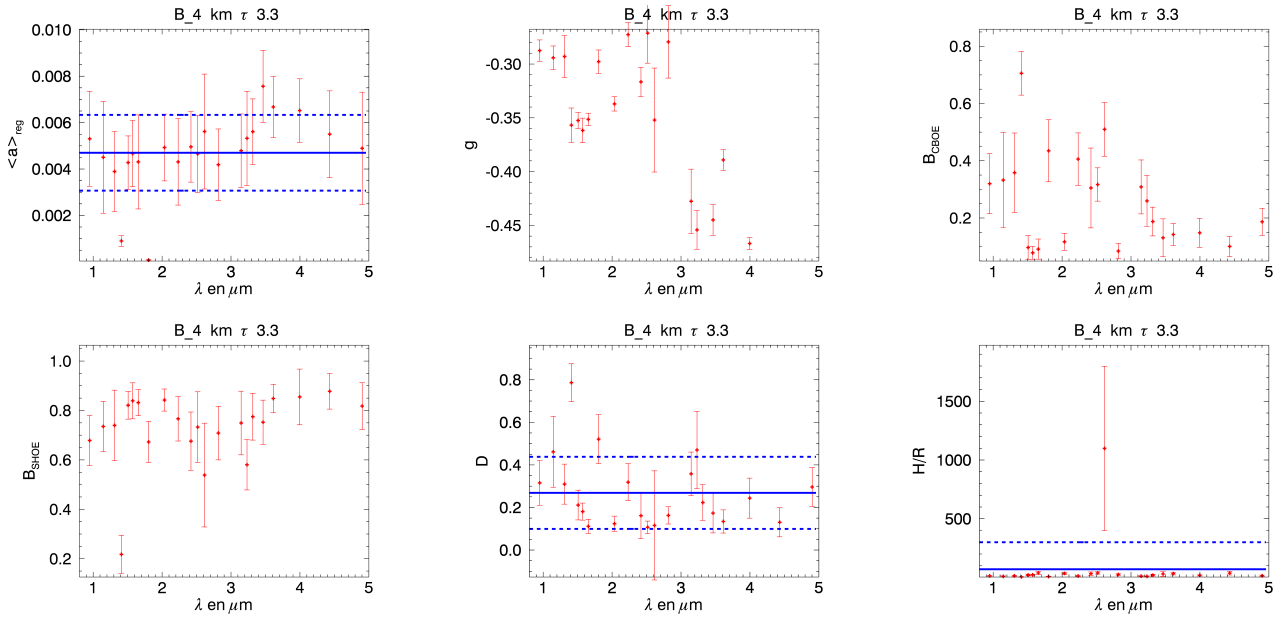


FIGURE C.19 – Meilleur ajustement à $1.310\mu\text{m}$

C.20 Zone B_4 , 114500km

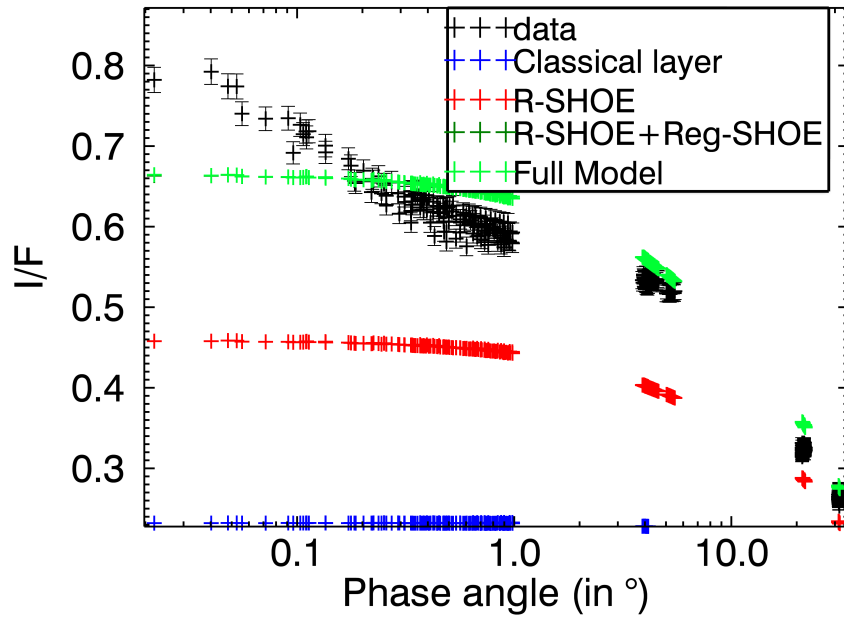
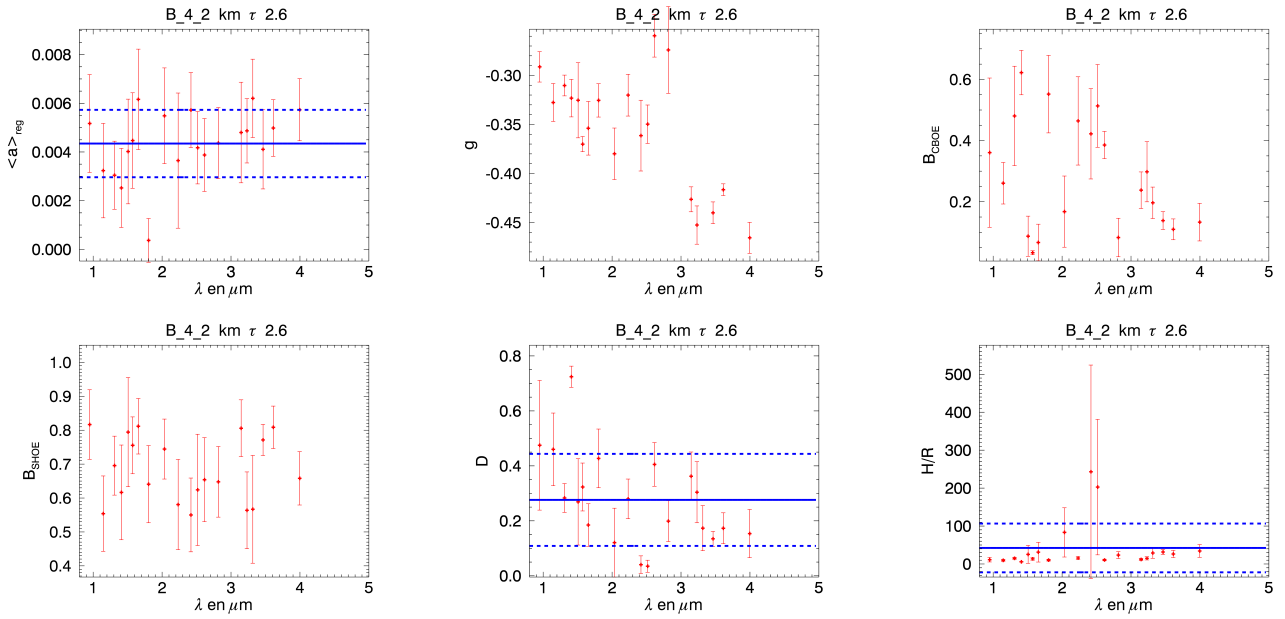


FIGURE C.20 – Meilleur ajustement à $1.310\mu\text{m}$

Annexe D

Présentation du logiciel de visualisation des données Cassini

Du fait de la grande quantité de données fournie par la sonde *Cassini*, en particulier par les instruments ISS et VIMS, et de l'aspect multi-variables de l'effet d'opposition (géométrie, longueur d'onde, épaisseur optique de la zone observée), il était difficile d'appréhender facilement le comportement de l'effet d'opposition. C'est pourquoi, au cours de ma thèse, j'ai créé une interface graphique permettant d'afficher simultanément les images ISS ou VIMS et la courbe de phase résultante. Ce logiciel, développé en langage IDL, est devenu la clé de voute de mon étude sur les anneaux de Saturne, permettant de choisir, d'extraire, de superposer les données mais aussi de créer des courbes synthétiques et de lancer les ajustements entre modèle et données en utilisant différents modèles et processus d'ajustements.

Dans cette annexe je me propose d'illustrer les différentes fonctionnalités de ce logiciel que j'ai choisi de nommer LOVAMUSE pour **L**ogiciel de **V**isualisation et d'**A**justement **M**ulti-Spectral d'**E**ffet d'opposition.

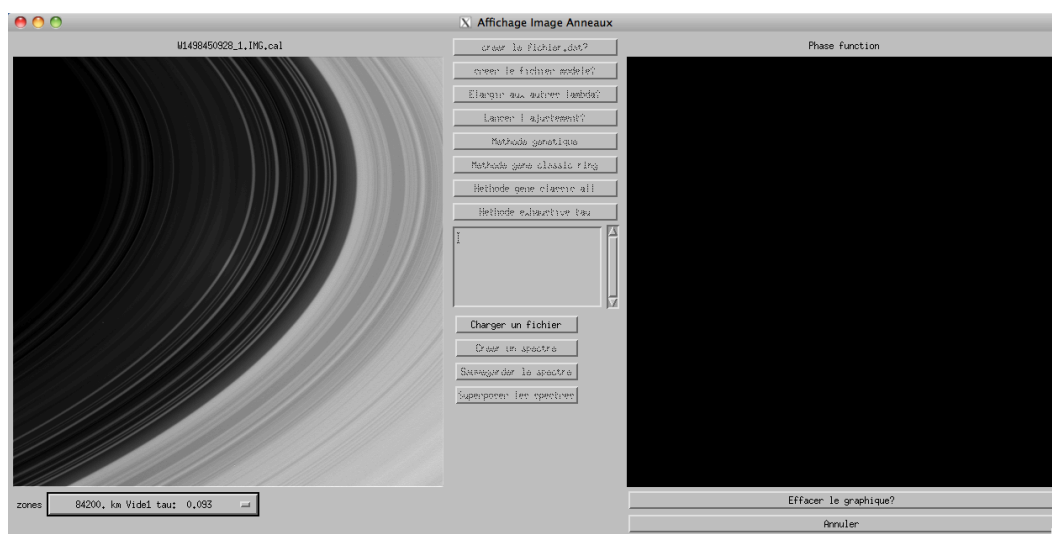


FIGURE D.1 – Interface générale LOVAMUSE

L'interface générale de LOVAMUSE (voir figure D.1) se compose de deux fenêtres graphiques et de différents icônes dont je vais expliquer les fonctionnalités. Les deux fenêtres graphiques permettent d'afficher, à gauche l'image ISS ou VIMS (sur cet exemple c'est une image ISS WAC) et, à droite, les différents graphiques tels que les courbes de phase extraites des images ou encore les spectres extraits des cubes VIMS.

Sur cet exemple, on peut voir que seuls deux icônes sont "activés" (mis à part les boutons "annuler" et "Effacer le graphique?"). Le premier icône auquel je m'intéresse est celui nommé "zones" (en bas à gauche).

Lorsque l'on clique dessus (voir figure D.2), un menu déroulant permet de sélectionner l'une des 21 zones définies dans le chapitre 8. Sont indiquées le nom, la distance et l'épaisseur optique associés à ces zones. Lors du choix d'une de ces zones, le logiciel répertorie dans la base de donnée toutes les images naviguées au préalable, au sein desquelles la zone choisie est présente.

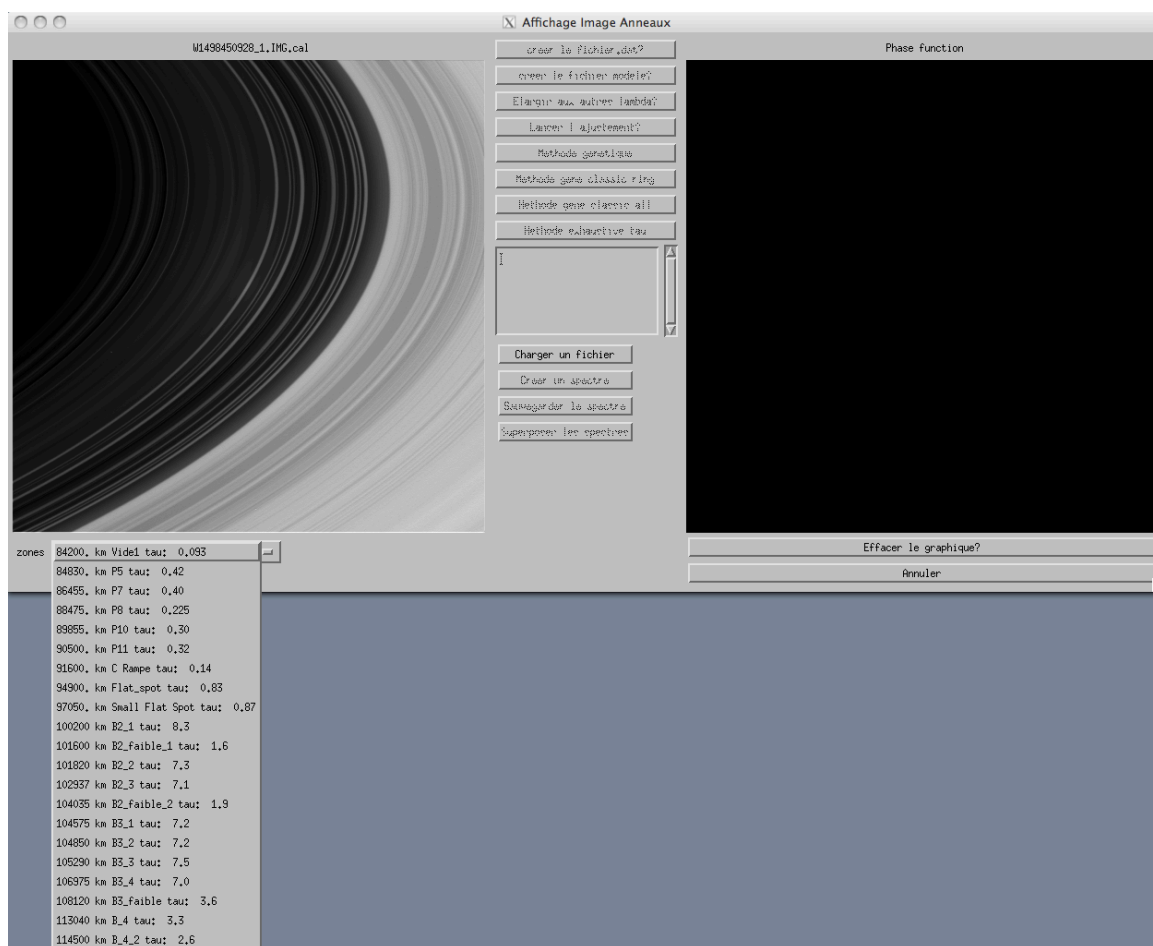


FIGURE D.2 – Choix de l'annelet

Ainsi, une nouvelle fenêtre s'ouvre permettant de choisir si l'on veut trier les données par images ou par longueurs d'onde (icône "lambda") comme illustré par la figure D.3.

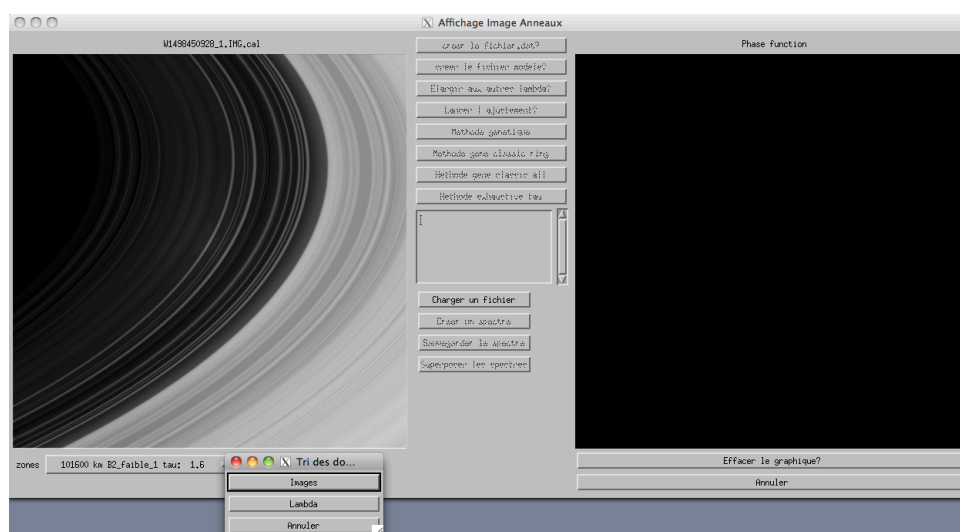


FIGURE D.3 – Choix par longueur d'onde

D.1 Choix par longueur d'onde

Si l'on choisi l'icône "lambda", le programme indique chaque longueur d'onde (en μm) pour laquelle la zone voulue est présente. 0.635 correspond aux images ISS/WAC tandis que les autres correspondent aux images VIMS. Cette interface permet de choisir la longueur d'onde à laquelle on veut construire la courbe de phase. Si l'on choisi la longueur d'onde 0.949 par exemple, une nouvelle fenêtre s'affiche (figure D.5), contenant toutes les images (VIMS dans ce cas) où la zone est présente à cette longueur d'onde. Pour chaque image, il est indiqué les valeurs extrêmes d'angle d'incidence, d'angle d'émergence ainsi que de l'angle de phase. Le nom de l'image et la longueur d'onde sont indiqués par défauts. Le premier chiffre correspond à la moyenne de l'épaisseur optique sur les pixels sélectionnés.

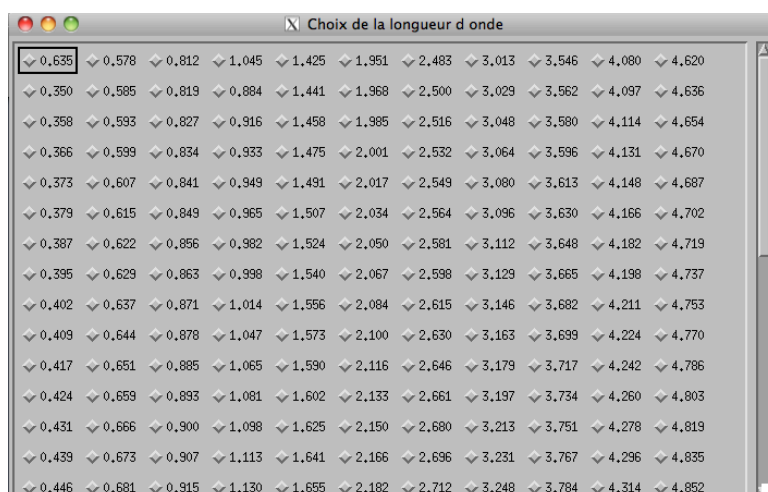


FIGURE D.4 – Liste des longueurs d'onde

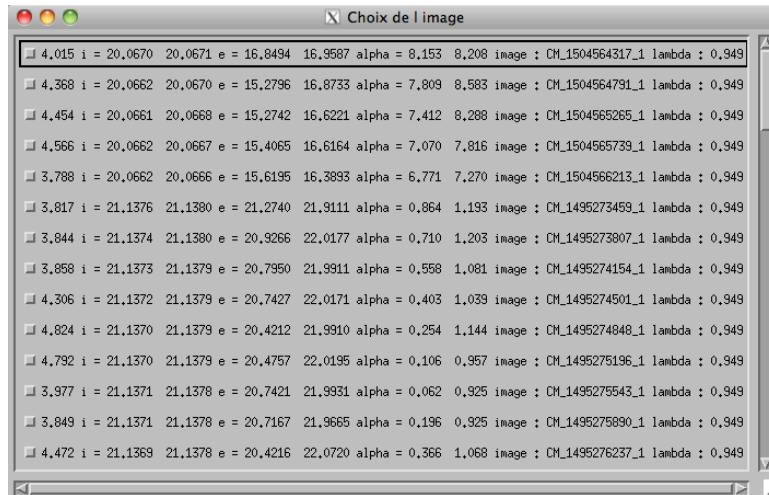


FIGURE D.5 – Liste des images pour une longueur d'onde

Ainsi, il est très facile de choisir les images que l'on désire utiliser pour construire les courbes de phase nécessaires aux inversions du modèle. La sélection d'une de ces images crée instantanément la courbe de phase associée, tracée dans la fenêtre graphique de droite tout en affichant l'image correspondante dans la fenêtre graphique de gauche (figure D.6). Chaque point de la courbe de phase correspond à la valeur du facteur de radiance I/F en fonction de l'angle de phase associé à chaque pixel appartenant à l'anneau sélectionné.

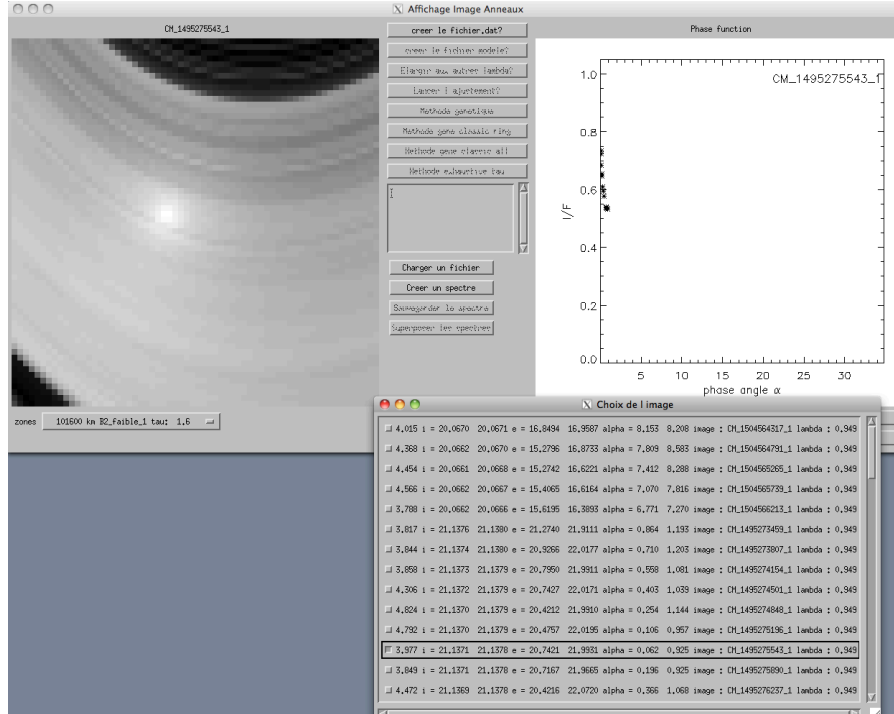


FIGURE D.6 – Construction de la courbe de phase, étape 1

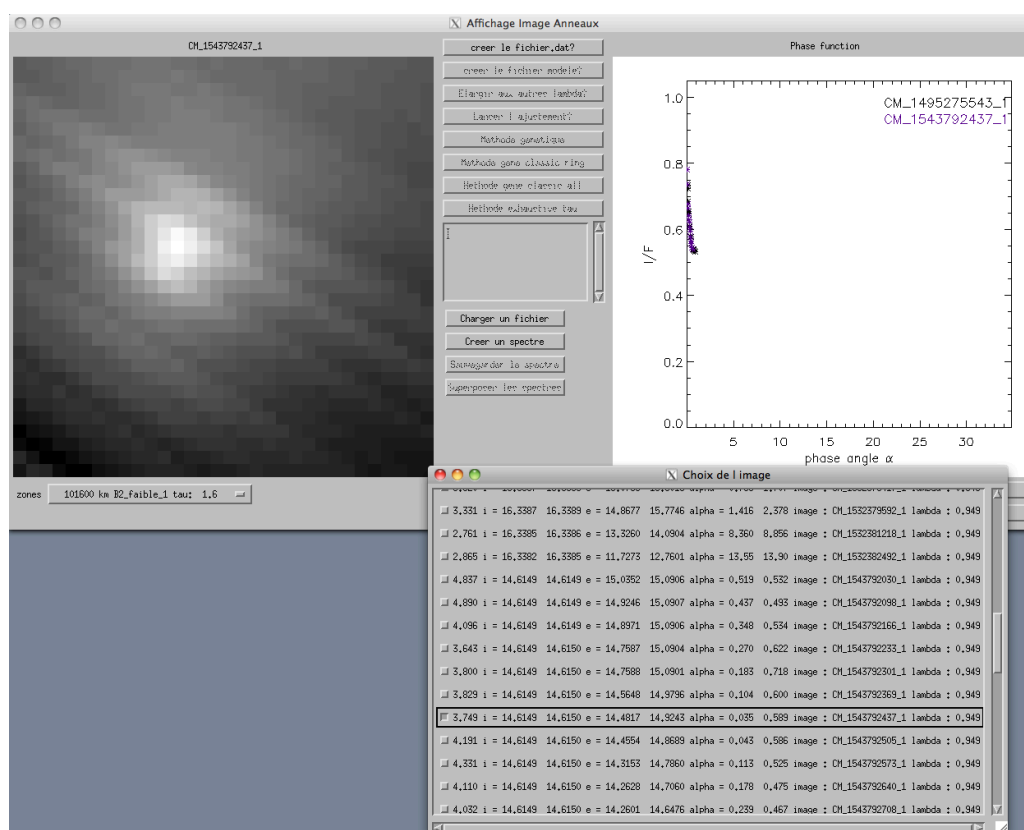


FIGURE D.7 – Construction de la courbe de phase, étape 2

Par la suite, chaque sélection d'image ajoute à la courbe de phase la contribution des pixels appartenant au même anneau, que l'on trace avec une couleur différente comme l'indiquent les figures D.7 à D.11, résultant en la création de la courbe de phase finale visible figure D.12. Il est possible d'effacer le graphique et de faire une nouvelle sélection d'images sans avoir à recommencer tout le processus ce qui permet une grande modularité pour la construction de ces courbes de phases.

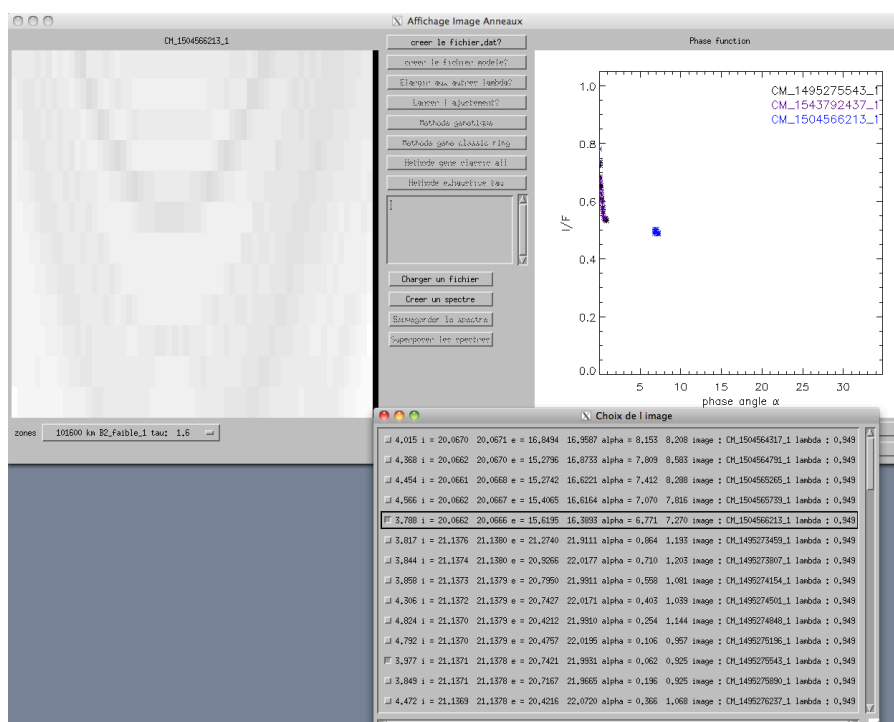


FIGURE D.8 – Construction de la courbe de phase, étape 3

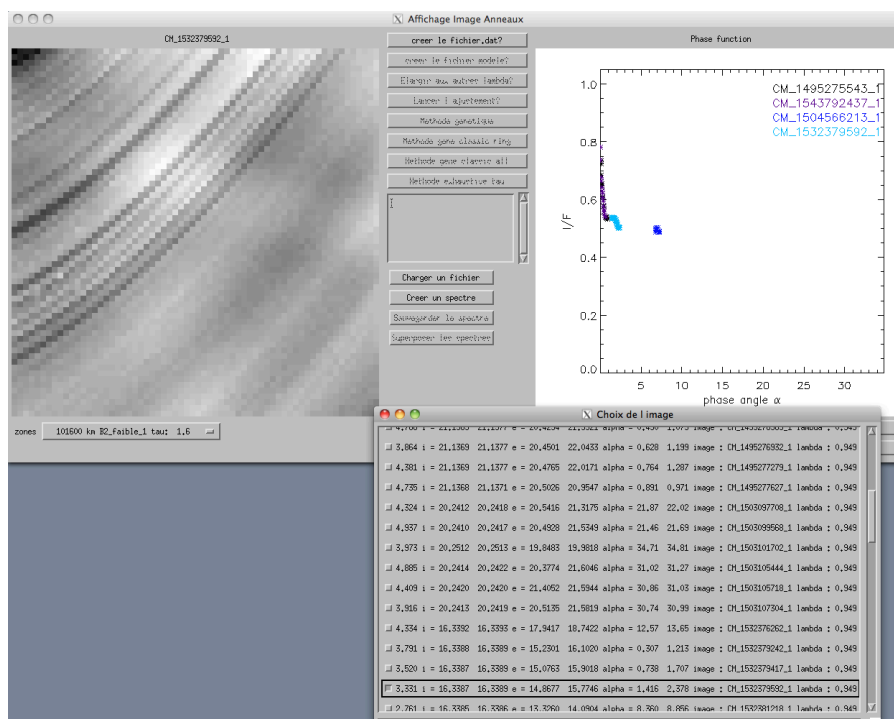


FIGURE D.9 – Construction de la courbe de phase, étape 4

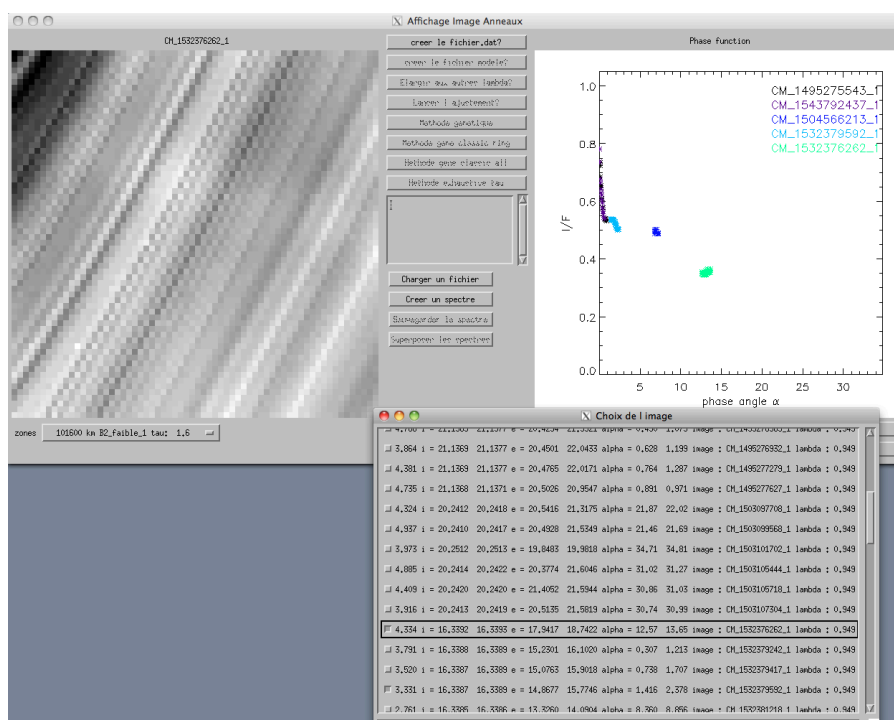


FIGURE D.10 – Construction de la courbe de phase, étape 5

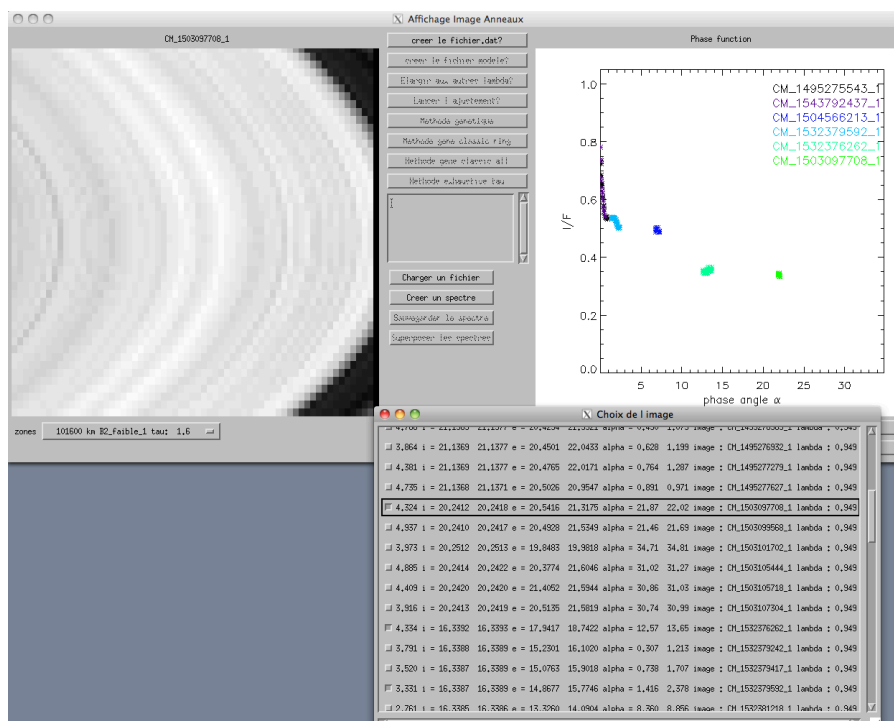


FIGURE D.11 – Construction de la courbe de phase, étape 6

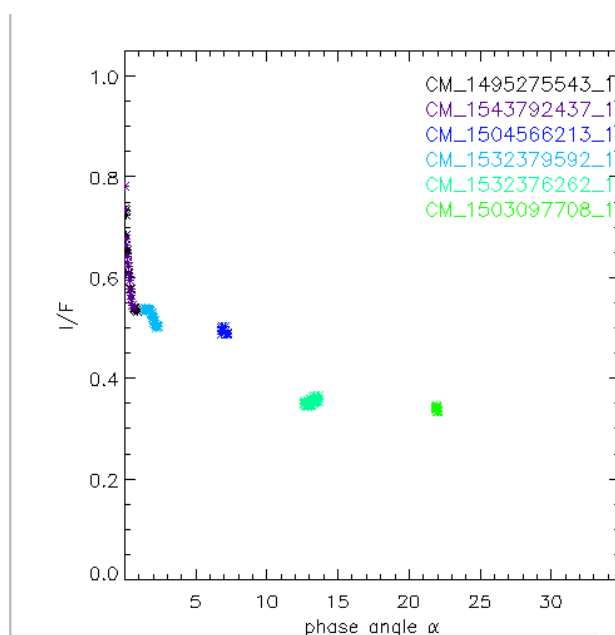


FIGURE D.12 – Courbe de phase finale

Une fois la courbe de phase satisfaisante, on crée un fichier sauvegardant les données associées à tous les pixels sélectionnés (I/F , i , e , α , ϕ , ϕ_0) en cliquant sur le bouton "creer le fichier.dat?". Ce fichier est créé dans un dossier dont le nom dépend de la zone d'anneau sélectionnée, de la date de création de ce fichier et de la longueur d'onde (Voir la fenêtre de texte de la figure D.13). Le nom du fichier est construit de telle sorte qu'il n'est pas possible d'écraser un fichier lors de cette sauvegarde automatique même si l'on crée une courbe de phase le même jour, pour la même zone d'anneau, à la même longueur d'onde.

Une fois l'icône "creer le fichier.dat?" sélectionné, trois icônes s'activent (figure D.13), respectivement "creer le fichier modele?", "Elargir aux autres lambda?" et "Lancer l'ajustement". Je reviendrai sur le premier icône par la suite.

Le deuxième icône permet de créer automatiquement les courbes de phase analogues à celle visible sur le graphique mais pour toutes les longueurs d'onde que nous avons défini dans le chapitre 8. Cette fonctionnalité est extrêmement pratique pour l'approche multi-longueurs d'onde de notre étude.

Le troisième icône permet, quant à lui, de lancer les ajustements entre la courbe de phase créée et le modèle défini dans le chapitre 4. Le fait de sélectionner cet icône, active de nouveaux icônes (voir figure D.14) qui permettent de choisir la méthode et ou le type de modèle que l'on veut utiliser pour effectuer les ajustements. À l'heure actuelle seule l'icône "Methode genetique" est totalement fonctionnel et correspond à la méthode d'ajustement décrite dans le chapitre 8 pour le modèle décrit dans le chapitre 4. C'est de cette manière qu'ont été déterminées les caractéristiques des anneaux, énoncées dans le chapitre 9.

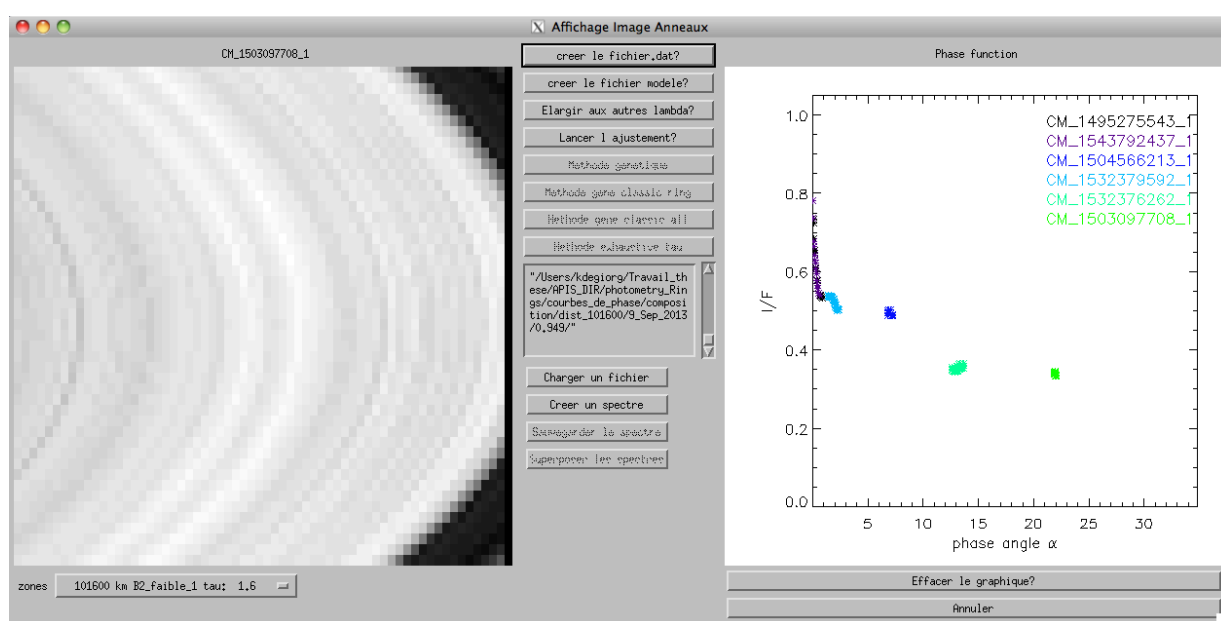


FIGURE D.13 – Activation des icônes après finalisation de la courbe de phase

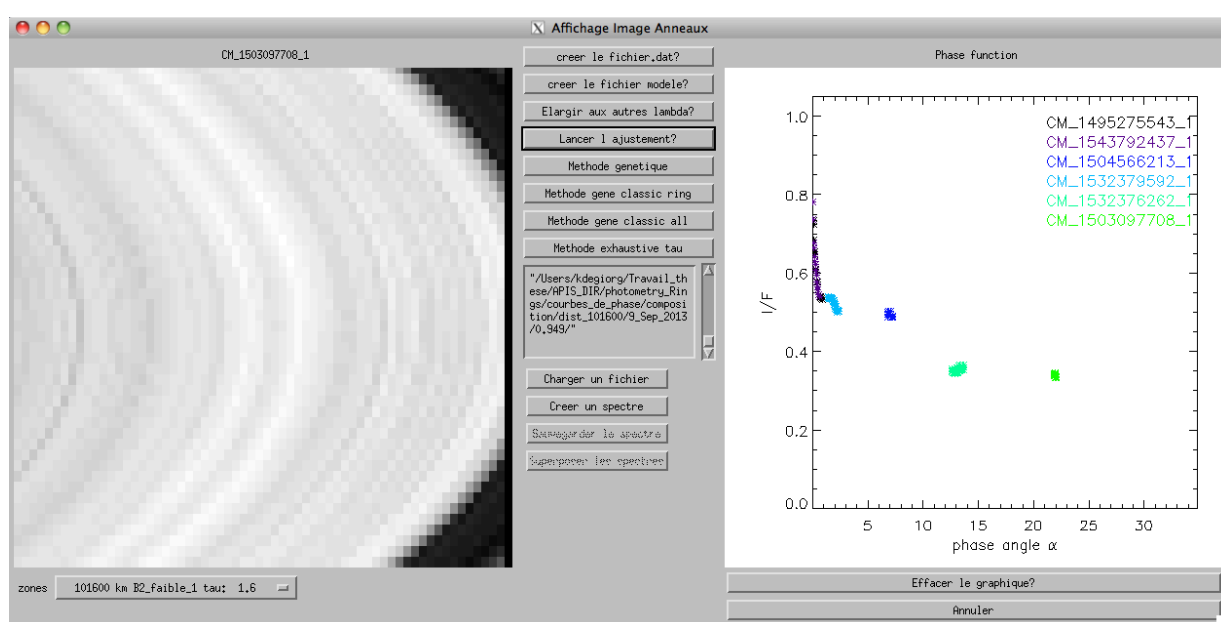


FIGURE D.14 – Activation des icônes pour le choix du type d'ajustement

Par la suite nous allons explorer l'autre fonctionnalité initiale que nous n'avons pas traité.

D.2 Choix par image

Dans le cas où l'on veut trier les données par images et non par longueurs d'onde, il faut sélectionner l'icône "Images", comme indiqué sur la figure D.15. Une nouvelle fenêtre s'affiche, indiquant tout les noms des images au sein desquelles la zone sélectionnée apparaît (figure D.16).

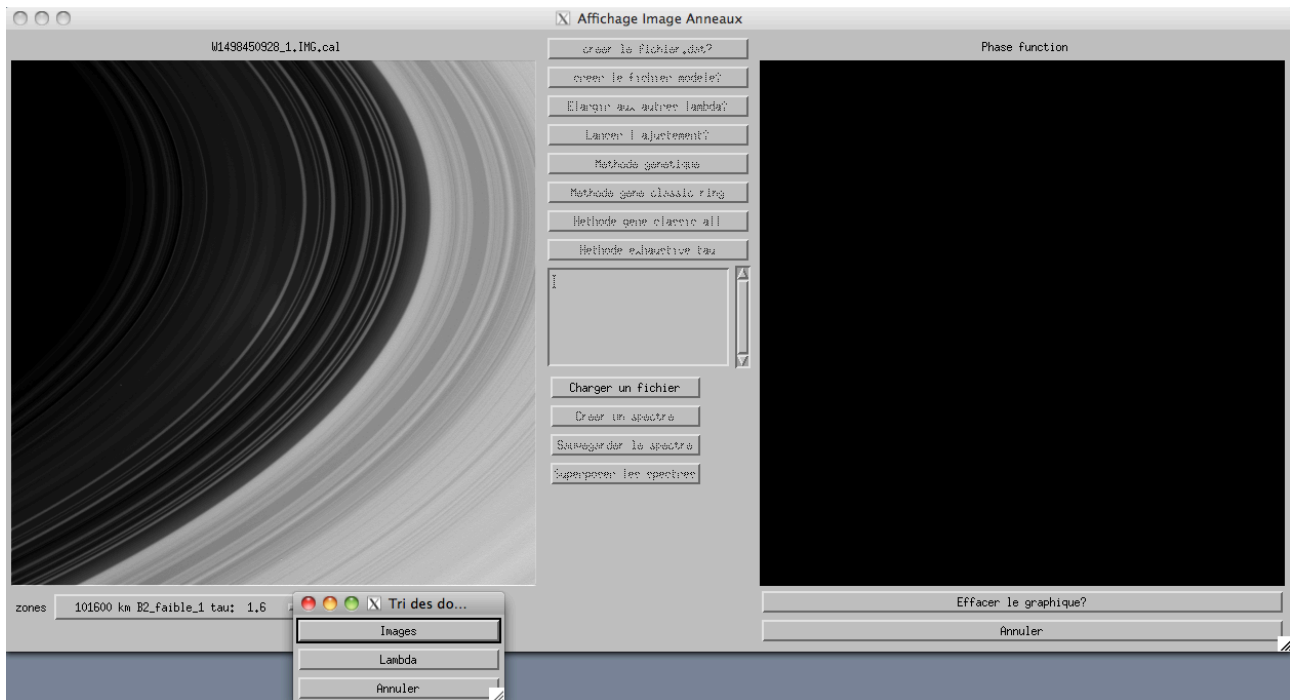


FIGURE D.15 – Sélection choix par image



FIGURE D.16 – Choix de l'image

Grâce à cette fonction, il est possible, si l'on choisi une image VIMS (dont les noms commencent par CM), d'afficher sur un même graphique, la courbe de phase extraite de la zone d'anneau voulue, pour différentes longueurs d'onde. Cette fonctionnalité est inutile pour le cas d'images ISS, n'ayant qu'une seule longueur d'onde d'observation dans nos données.

Après le choix d'une image VIMS, une nouvelle fenêtre s'ouvre, affichant les caractéristiques de l'image. Dans ce cas, seule la longueur d'onde varie comme indiqué sur la figure D.17.

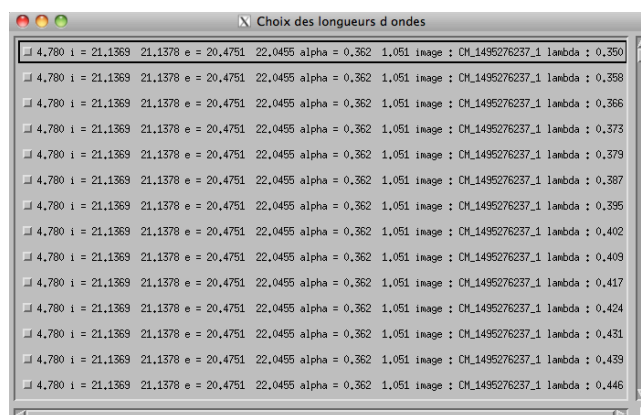


FIGURE D.17 – Choix des longueurs d'onde

De la même manière que pour le choix des images composant la courbe de phase, lorsque l'on choisi une longueur d'onde, l'image correspondante ainsi que la courbe de phase associée aux pixels de l'anneau s'affichent dans les fenêtres graphiques. De même, il est possible de superposer plusieurs longueurs d'ondes (voir figures D.18 à D.22).

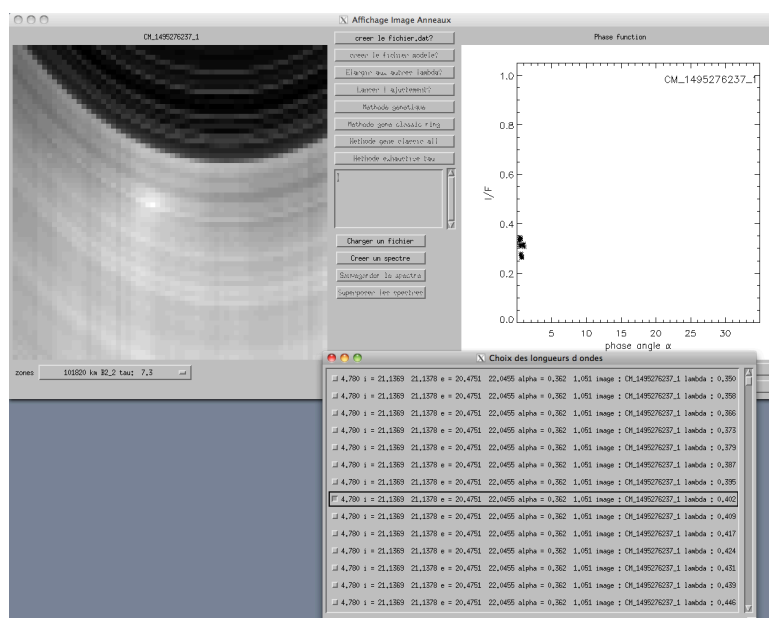


FIGURE D.18 – Construction courbe de comparaison en longueur d'onde, étape 1

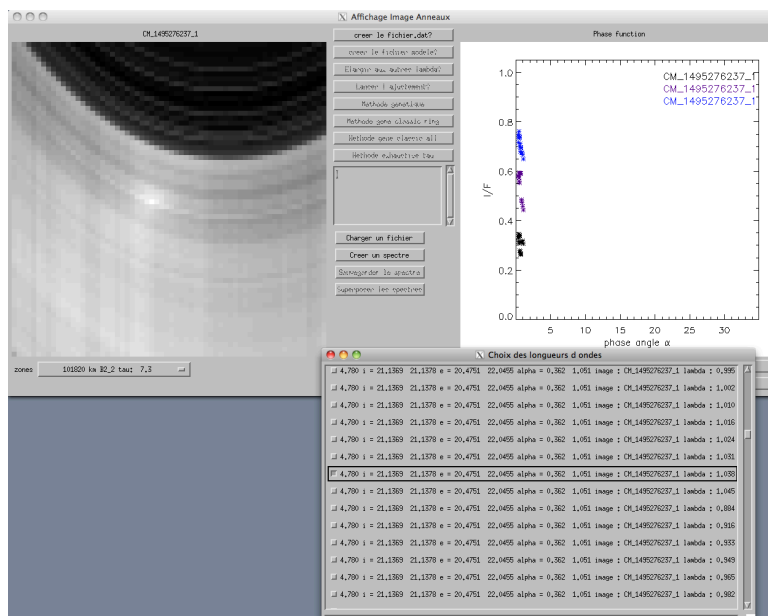


FIGURE D.19 – Construction courbe de comparaison en longueur d'onde, étape 2

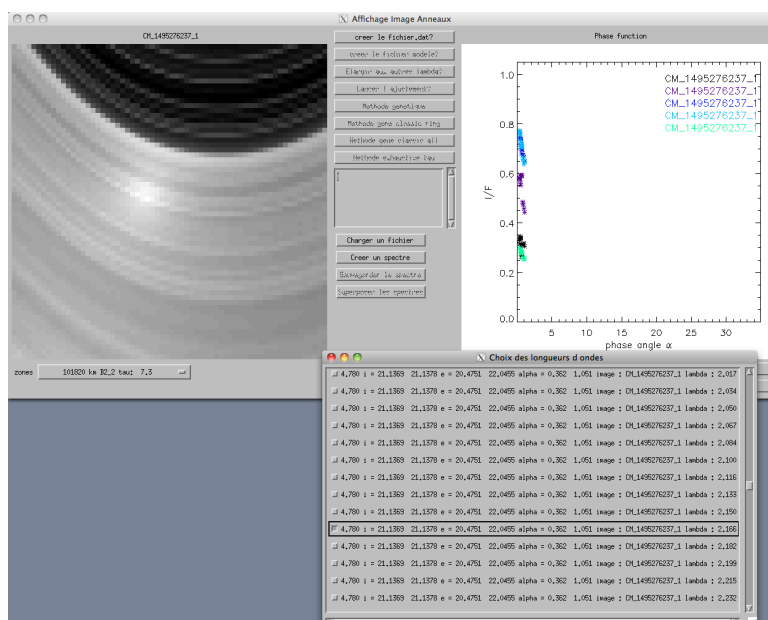


FIGURE D.20 – Construction courbe de comparaison en longueur d'onde, étape 3

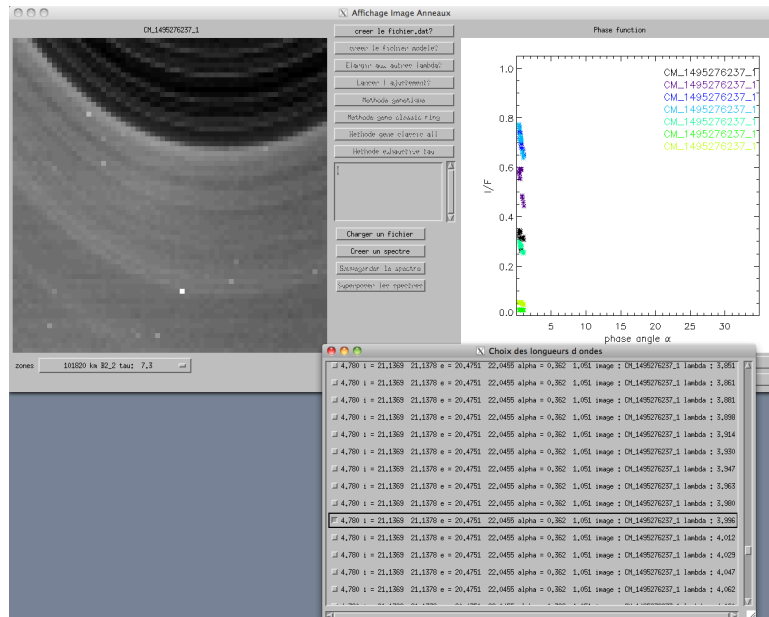


FIGURE D.21 – Construction courbe de comparaison en longueur d'onde, étape 4

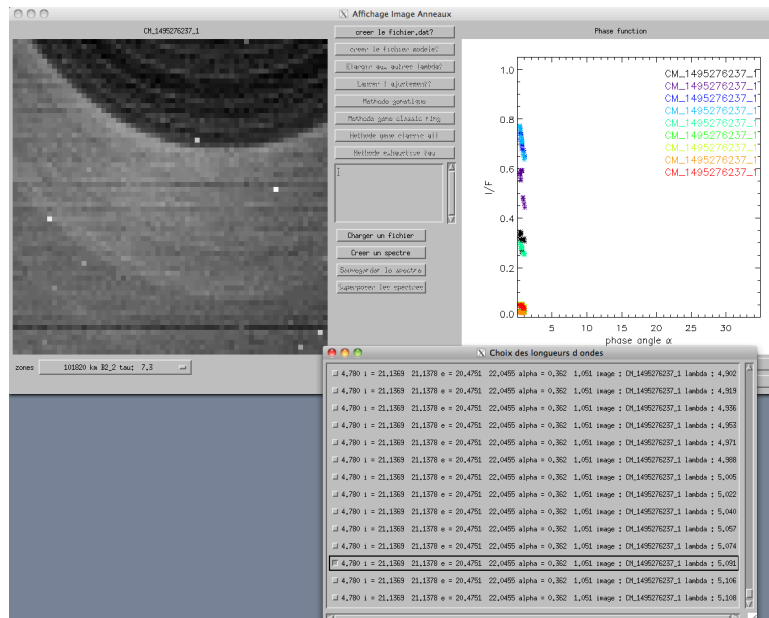


FIGURE D.22 – Courbe finale de comparaison en longueur d'onde

Cette utilisation de ce logiciel est principalement utile pour visualiser une première fois de nouvelles observations et ainsi de déterminer quelles images et/ou longueurs d'onde sont les plus pertinentes à utiliser. Il n'est pas possible de lancer un ajustement sur ces données, le modèle n'étant adapté que pour une seule et unique longueur d'onde. Néanmoins, il n'est pas exclus par la suite de pouvoir utiliser cette interface pour lancer des ajustements en utilisant l'intégralité des données multi-longueurs d'ondes et multi-géométriques en même temps. Je n'ai pas, pour l'instant, trouvé de quelle manière coder un tel algorithme, la dépendance des paramètres du modèle avec la longueur d'onde n'étant pas connue.

D.3 Cas des images ISS

Les images ISS/WAC ayant une résolution spatiale bien plus forte que celle de VIMS, le nombre de pixel appartenant à la zone sélectionnée est bien plus important (voir figure D.23). Pour que le temps de calculs ne diverge lors des ajustements, il est nécessaire d'échantillonner ces points. Pour ce faire, afin de ne pas privilégier une zone de la courbe de phase par rapport à une autre, nous avons décidé d'échantillonner la courbe de phase de sorte à ce que chaque décade d'angle de phase soit échantillonnée par le même nombre de point (échantillonnage logarithmique). En effet, l'effet d'opposition étant particulièrement visible à très faible angle de phase, il est nécessaire de garder un nombre de point significatif en dessous d'un degré. Ce ne serait pas le cas si l'on effectuait un échantillonnage en regroupant tous les 10 ou 20 pixels par exemple.

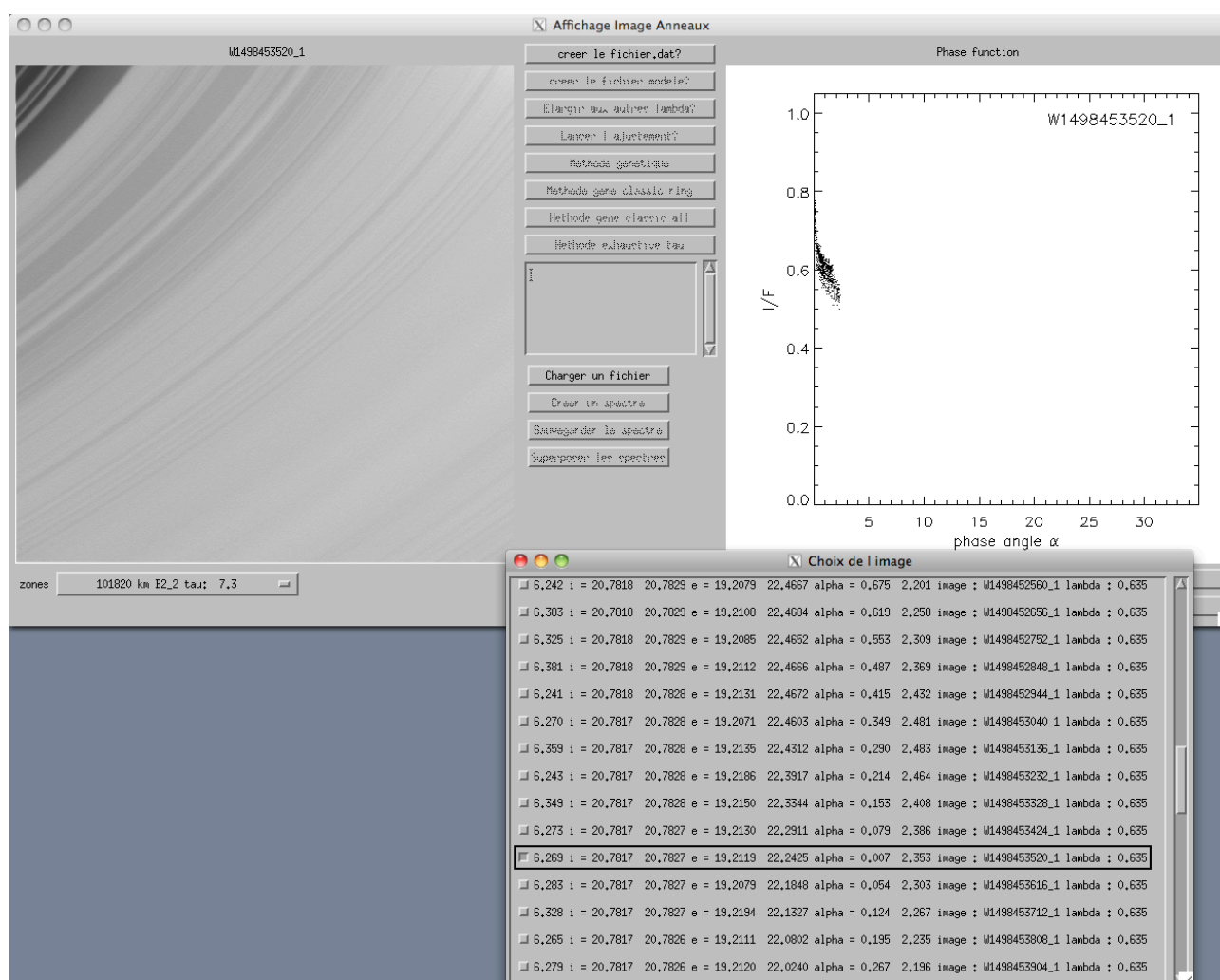


FIGURE D.23 – Cas des images ISS

La figure D.25 illustre l'effet de cet échantillonnage sur la courbe de phase sélectionnée, visible figure D.24. Pour chaque décade d'angle de phase il y a autant de points que dans la plus petite décade.

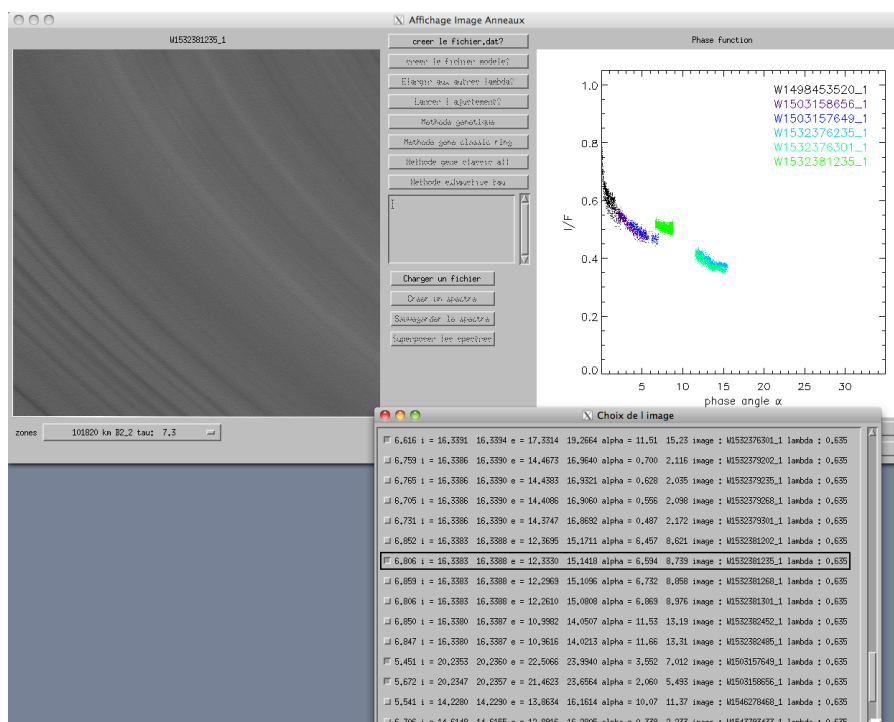


FIGURE D.24 – Courbe de phase composite d’images ISS

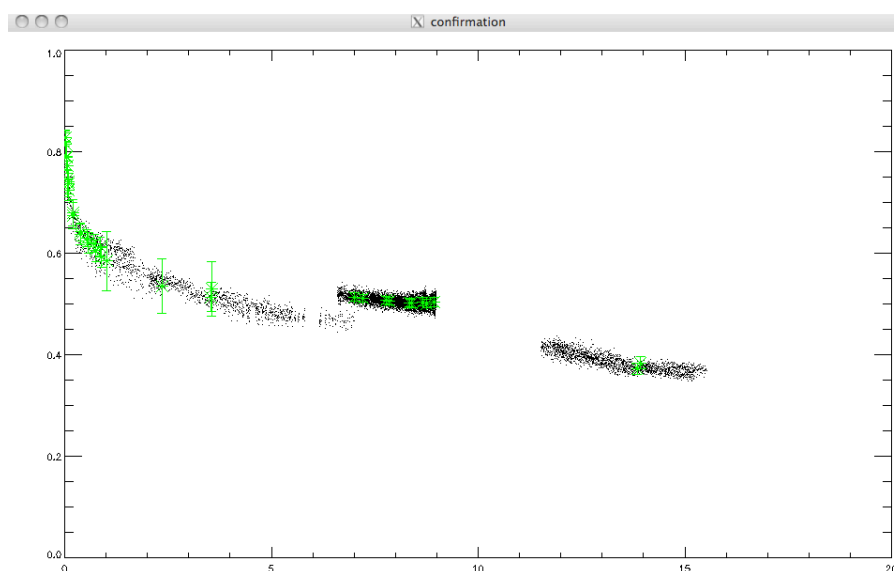


FIGURE D.25 – Exemple d'échantillonnage d'images ISS

Par la suite, les mêmes fonctionnalités que dans la section précédente sont accessibles. En particulier, il est possible d'utiliser l'icône "créer le fichier modèle?" que nous n'avons pas décrit précédemment. Cette fonctionnalité permet de créer, à partir des géométries des données, une courbe de phase synthétisée à partir de notre modèle décrit dans le chapitre 4. Pour l'instant le choix des valeurs de paramètres du modèle est codé en dur dans les programmes mais la possibilité de demander directement à l'utilisateur les valeurs est tout à fait envisageable.

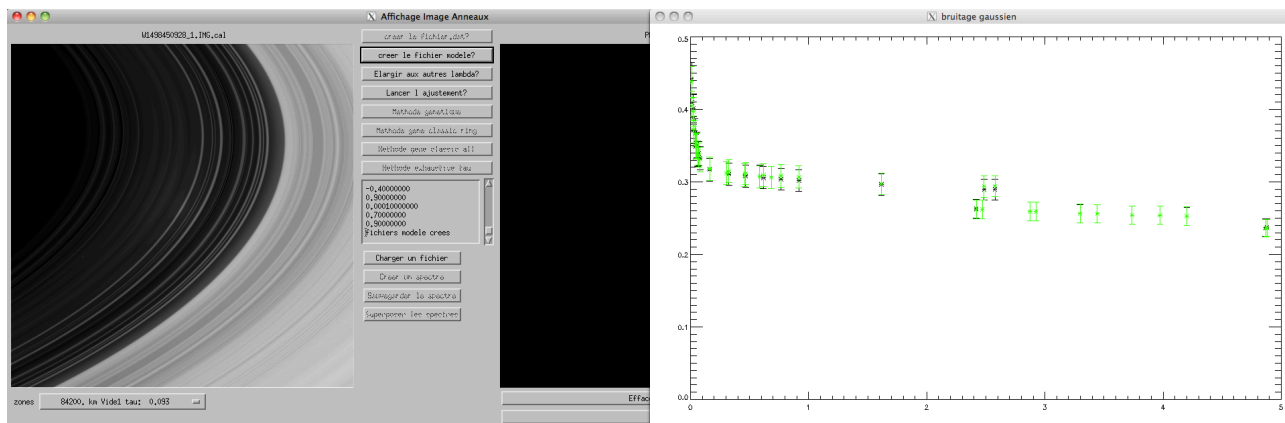


FIGURE D.26 – Exemple de courbe synthétique avec bruitage gaussien

Afin de tester l'algorithme de minimisation du χ^2 , nous bruitons artificiellement la courbe de phase résultante du modèle en appliquant un bruit gaussien à chaque point dans un intervalle de $\pm 2\%$ afin de reproduire le bruit existant dans les données réelles. Le graphique nommé bruitage gaussien sur la figure D.26 représente, en noir, le calcul du modèle et en vert le résultat après bruitage.

C'est en utilisant cette fonctionnalité que nous avons pu tester les différents algorithmes d'ajustement et la sensibilité aux paramètres (voir chapitre 8).

D.4 Création de spectres

En plus de la possibilité de créer les courbes de phase pour l'étude de l'effet d'opposition, il est aussi possible d'extraire les spectres d'images VIMS. Le principe est simple, après avoir sélectionné une image VIMS il suffit de cliquer sur l'icône "Créer un spectre" puis de cliquer sur un pixel quelconque de l'image (voir figure D.27). Le spectre associé (I/F en fonction de la longueur d'onde) s'affiche alors sur la fenêtre graphique de droite (figure D.28). Une fois un premier spectre tracé, il est possible, soit de le sauvegarder en cliquant sur l'icône "Sauvegarder le spectre", soit de superposer un nouveau spectre issu d'un autre pixel de la même image en cliquant sur l'icône "Superposer les spectres". Les figures D.29 à D.30 illustrent cette possibilité.

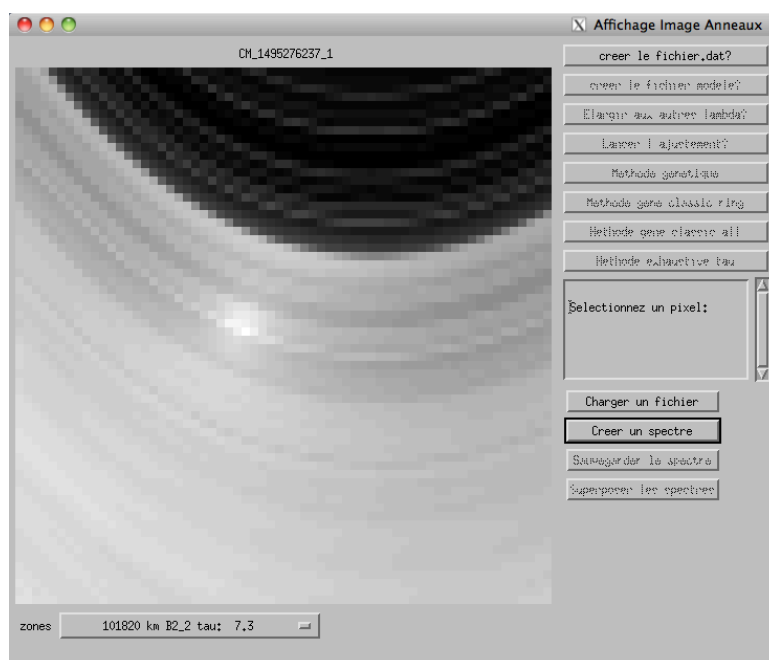


FIGURE D.27 – Extraction de spectre d'une image VIMS

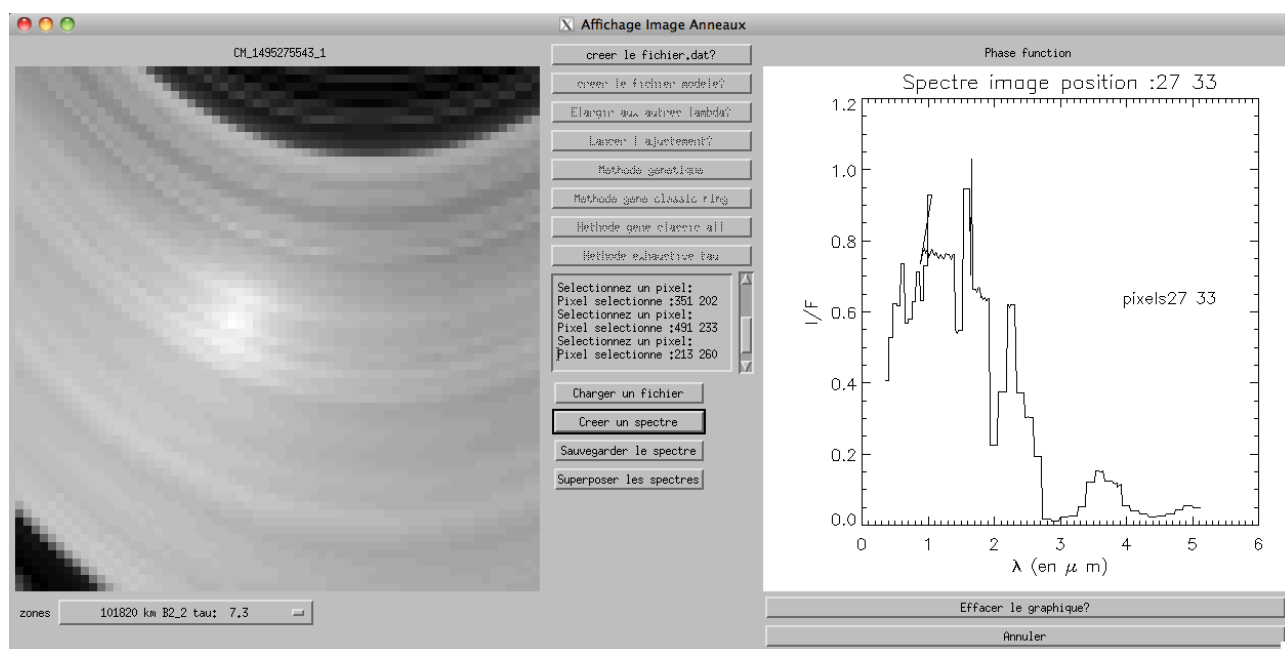


FIGURE D.28 – Exemple de spectre

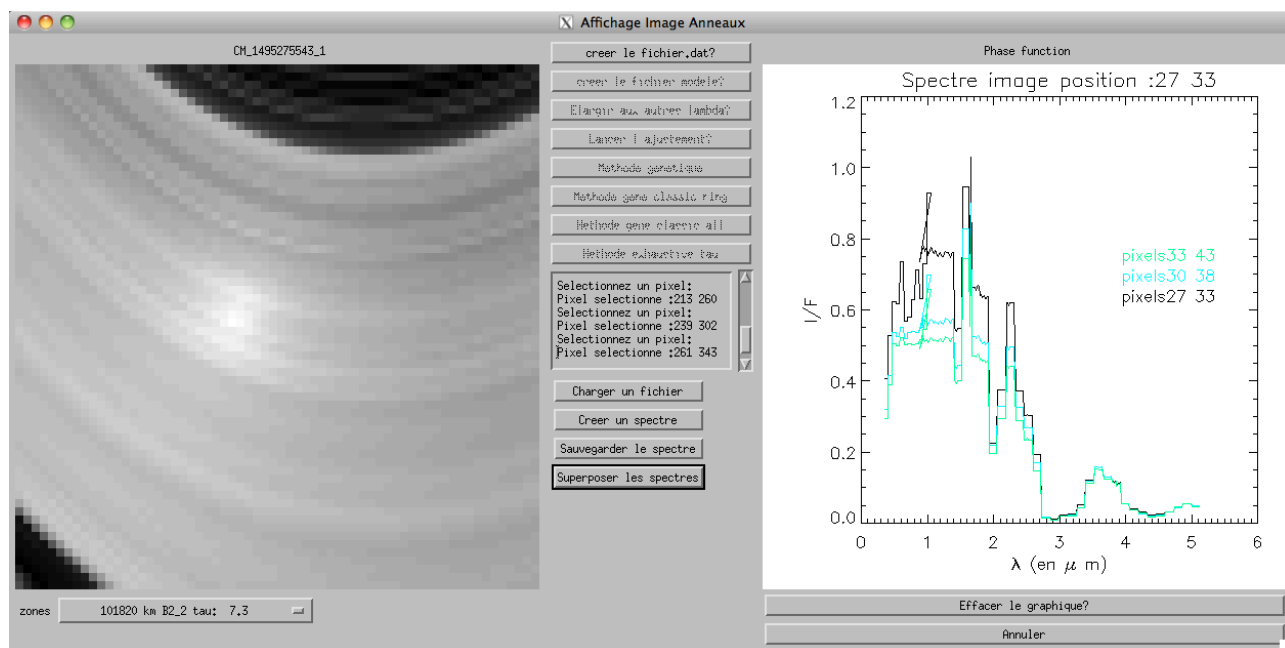


FIGURE D.29 – Superposition de spectre

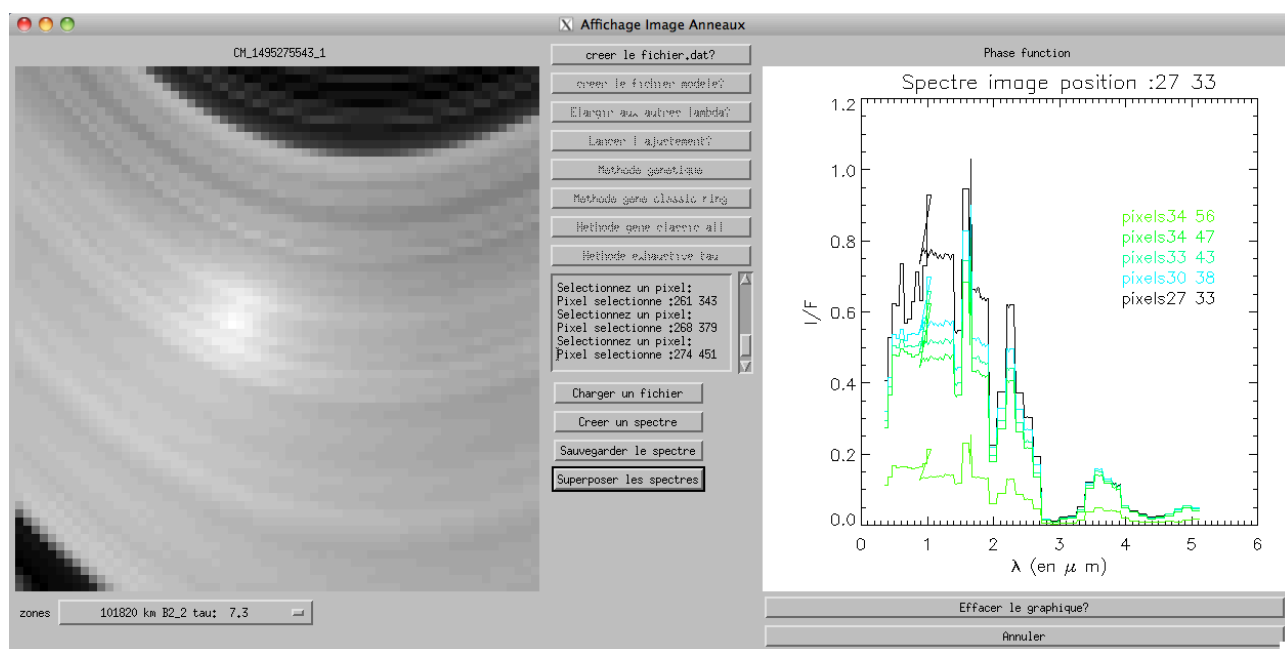


FIGURE D.30 – Superposition de spectre, image finale

D.5 Chargement de courbes de phase

Enfin, la dernière fonctionnalité de ce logiciel est avant tout pratique, puisqu'elle permet de charger des spectres ou courbes de phase construites au préalable. Le but est de découpler le travail d'extraction des données de celui des ajustements ou des tests sur les algorithmes. Pour charger une courbe de phase, il suffit d'appuyer sur l'icône "charger un fichier" (activé dès l'ouverture du logiciel), puis de sélectionner la zone, la date puis la longueur d'onde (figure D.31, D.32 et D.33) puis de sélectionner les 4 fichiers qui sur la figure D.34 se nomment *test*, *test_bin*, *test_image* et *test_incert_bin* et correspondent respectivement aux données de la courbe de phase (I/F et angles), à ces mêmes données échantillonnées, à la liste des images et aux incertitudes associées à l'échantillonnage des données. Avec ces informations, le processus d'ajustement est utilisable.

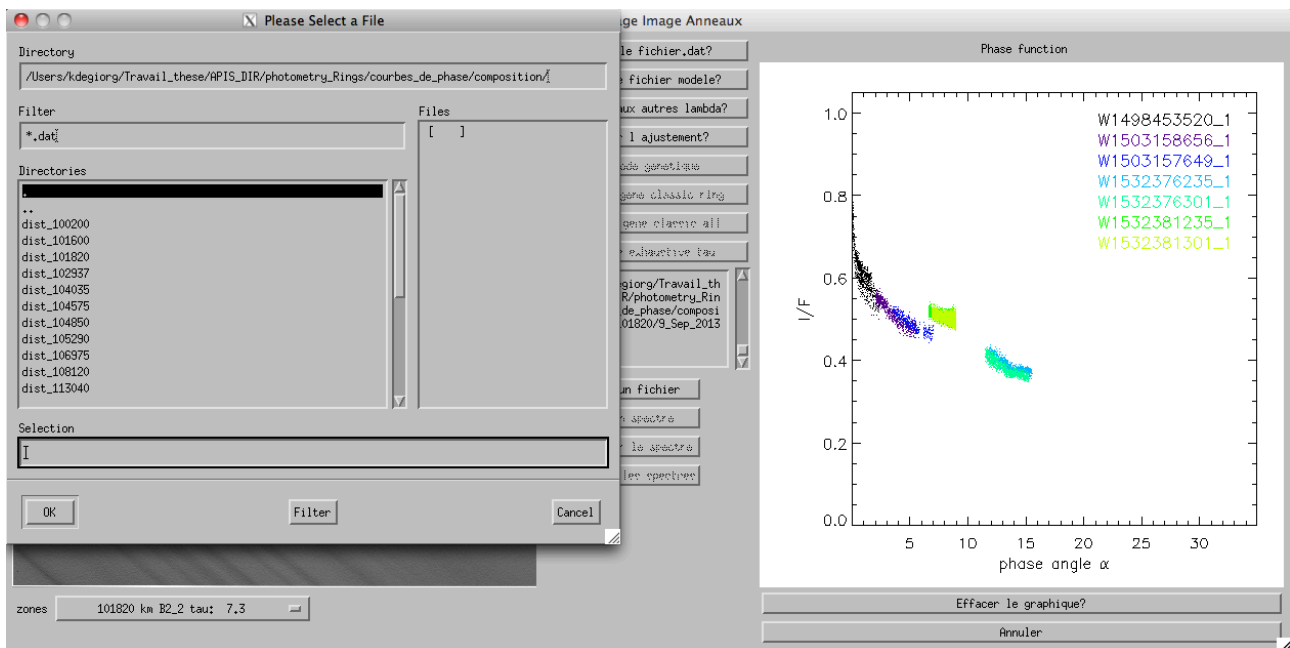


FIGURE D.31 – Chargement de courbe de phase

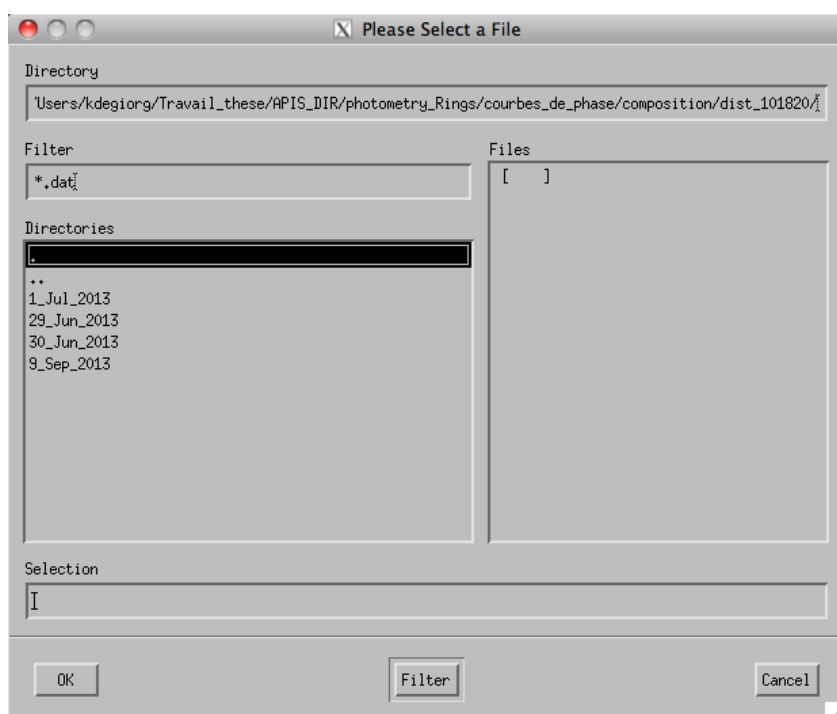


FIGURE D.32 – Choix du dossier par date

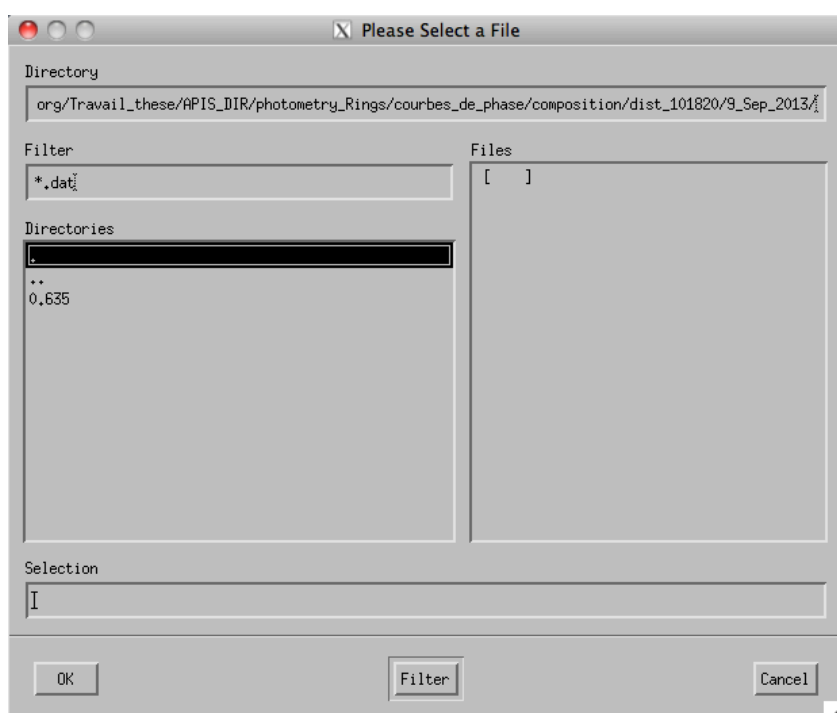


FIGURE D.33 – Choix du dossier par longueur d'onde

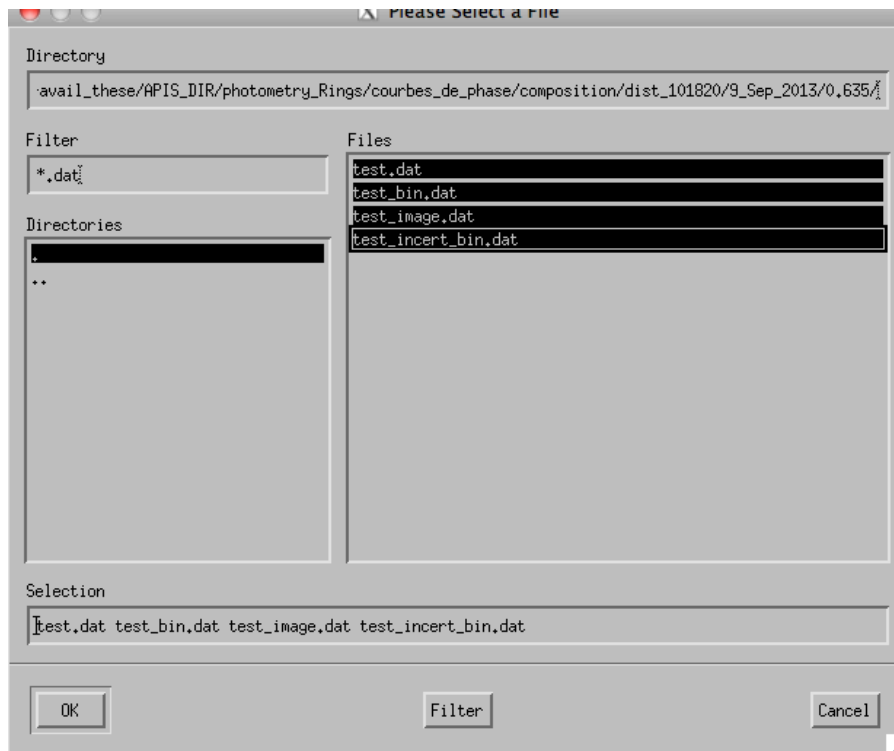


FIGURE D.34 – Chargement des fichiers

À terme, ce logiciel est voué à acquérir de nouvelles fonctionnalités telles que l'étalonnage et la navigation des images ainsi que la construction de la base de données correspondant à chaque zone d'anneau. Il sera aussi nécessaire de normaliser les différents modèles et algorithmes utilisés pour l'étude de l'effet d'opposition afin de comparer plus aisément les contributions de chaque effet. Enfin, l'idéal serait de traduire les codes de modélisations et d'ajustements dans des langages plus efficaces tels que le C++, le Fortran ou encore en MPI ou OpenMP afin de gagner du temps lors des ajustements, problème principal de cette étude multi-variables et multi paramètres.